A Monsieur le Docteur
Raymond hommage
et souvenir affectueux
Jules Rig

LA

PHILOSOPHIE POSITIVE

—

TOME PREMIER

A LA MÊME LIBRAIRIE

Cours de Philosophie positive, par Auguste COMTE, répétiteur à l'École polytechnique. Quatrième édition. Paris, 1877, 6 vol. in-8° .... 48 fr.

Tome Ier, Préliminaires généraux et Philosophie mathématique. — Tome II, Philosophie astronomique et Philosophie physique. — Tome III, Philosophie chimique et Philosophie biologique. — Tome IV, Philosophie sociale (partie dogmatique). — Tome V, Philosophie sociale (partie historique, état théologique et état métaphysique). — Tome VI, Philosophie sociale (complément de la partie historique) et conclusions générales.

Principes de Philosophie positive. Paris, 1868, 1 vol in-18 jésus .... 2 fr. 50

Les *Principes de Philosophie positive* sont destinés à servir d'introduction l'étude du *cours de Philosophie positive :* ils contiennent : 1° l'Exposition du bu du cours, ou Considérations générales sur la nature et l'importance de la philosophie positive ; 2° l'Exposition du plan du cours ou Considérations générales sur la hiérarchie des sciences.

Système de politique positive. Paris, 1851 à 1854, 4 vol. in-8° .... 30 fr. 50

Le tome Ier qui était épuisé depuis longtemps vient de reparaître.

8789-80 — CORBEIL. Typ. et stér. CRÉTÉ.

LA

PHILOSOPHIE POSITIVE

PAR

AUGUSTE COMTE

RÉSUMÉ

PAR

JULES RIG

TOME PREMIER



PARIS

LIBRAIRIE J.-B. BAILLIÈRE ET FILS

Rue Hautefeuille, 19, près du boulevard Saint-Germain

1880

AVIS DES ÉDITEURS

Le *Cours de Philosophie positive* par Auguste Comte, publié pour la première fois de 1830 à 1842 en 6 vol. in-8, et depuis réimprimé trois fois sans changement, en 1864, en 1868 et en 1876, a exercé une grande influence sur le mouvement philosophique et social du dix-neuvième siècle.

C'est avec le désir de rendre accessible à tous cette œuvre considérable que M. Jules Rig en a entrepris la condensation, et que les Exécuteurs testamentaires d'Auguste Comte ont autorisé la publication de cette édition populaire.

Nous ne doutons pas que le public éclairé ne fasse bon accueil à ce grand travail de patience qui a sa place marquée dans la bibliothèque de tout penseur et de tout écrivain.

J.-B. B. et F.

Paris, 15 avril 1881.

TABLE ALPHABÉTIQUE

DES MATIÈRES CONTENUES DANS LES DEUX VOLUMES.

A

E

F

H

N

O

S

U

V

W

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.

LA

PHILOSOPHIE POSITIVE

PREMIÈRE LEÇON

Sommaire. — **Exposition du but de ce cours, ou considérations générales sur la nature et l'importance de la philosophie positive.**

L'objet de cette première leçon est d'exposer notre but.

Sans doute, la nature de ce cours ne pourra être bien appréciée qu'après le développement de ses diverses parties. C'est l'inconvénient des définitions relatives à des systèmes d'idées très étendus. Mais les généralités peuvent être conçues comme un aperçu d'une doctrine à établir, ou comme un résumé d'une doctrine établie. Dans ce dernier cas, elles acquièrent toute leur valeur. Dans le premier, elles caractérisent le sujet à considérer. Il est nécessaire de circonscrire le champ de nos recherches dans une étude aussi vaste, et jusqu'ici aussi peu déterminée, que celle dont nous allons nous occuper. Pour obéir à cette nécessité logique, je crois devoir indiquer, dès ce moment, la série des considérations qui ont donné naissance à ce cours.

Avant d'expliquer la nature et le caractère de la philosophie positive, il est indispensable d'examiner l'ensemble

de la marche progressive de l'esprit humain. Car une conception ne peut être bien connue que par son histoire.

En étudiant le développement de l'intelligence depuis son essor le plus simple jusqu'à nos jours, je crois avoir découvert une grande loi, à laquelle ce développement est assujetti. Une telle loi me semble pouvoir être établie. soit sur les preuves fournies par la connaissance de notre organisation, soit sur les vérifications historiques qui résultent de l'examen du passé. Elle consiste en ce que chaque branche de nos connaissances passe successivement par trois états théoriques différents : l'état théologique ou fictif, l'état métaphysique ou abstrait, l'état scientifique ou positif. En d'autres termes, l'esprit humain emploie successivement, dans chacune de ses recherches, trois méthodes de philosopher, différentes et même opposées : d'abord la méthode théologique, ensuite la méthode métaphysique et enfin la méthode positive. La première est le point de départ de l'intelligence ; la troisième, son état fixe et définitif; la seconde est uniquement destinée à servir de transition.

Dans l'état théologique, l'esprit de l'homme, dirigeant ses recherches vers la nature intime des êtres, vers les causes premières et les causes finales de tous les effets qui le frappent, en un mot, vers les connaissances absolues, se représente les phénomènes comme produits par l'action d'agents surnaturels, plus ou moins nombreux, dont l'intervention explique toutes les anomalies apparentes de l'univers.

Dans l'état métaphysique, qui n'est qu'une modification du premier, les agents surnaturels sont remplacés par des forces abstraites, ou entités inhérentes aux divers êtres du monde, et conçues comme capables d'engendrer tous les phénomènes observés, dont l'explication con-

siste alors à assigner pour chacun l'entité correspondante.

Enfin, dans l'état positif, nous reconnaissons l'impossibilité d'obtenir des notions absolues; nous renonçons à chercher l'origine et la destination de l'univers, et à connaître les causes intimes des phénomènes, pour nous attacher à découvrir leurs lois, c'est-à-dire leurs relations de succession et de similitude, par l'usage combiné du raisonnement et de l'observation. L'explication des faits n'est plus que la liaison établie entre les phénomènes particuliers et quelques faits généraux dont les progrès de la science tendent à diminuer le nombre.

Le système théologique est parvenu à sa plus haute perfection, quand il a substitué l'action providentielle d'un être unique au jeu varié de nombreuses divinités indépendantes. De même, le dernier terme du système métaphysique consiste à concevoir, au lieu des différentes entités, une seule entité générale, la *nature*, envisagée comme la source de tous les phénomènes. Pareillement, la perfection du système positif serait de présenter tous les phénomènes comme des cas particuliers d'un seul fait général, tel que celui de la gravitation.

Ce n'est pas le lieu de démontrer cette loi du développement intellectuel. Il suffit de l'énoncer, pour que la justesse en soit vérifiée par tous ceux qui connaissent l'histoire générale des sciences. En effet, les sciences qui sont parvenues à l'état positif ont été composées, dans le passé, d'abstractions métaphysiques, et primitivement dominées par les conceptions théologiques.

Cette évolution peut d'ailleurs être constatée par le développement de l'intelligence individuelle. Le point de départ est le même dans l'éducation de l'individu que dans celle de l'espèce. Les phases de la première doivent donc représenter celles de la seconde. Or, chacun de nous

ne se souvient-il pas d'avoir été *théologien* dans son enfance, *métaphysicien* dans sa jeunesse et *physicien* dans sa virilité?

Je dois surtout mentionner les considérations théoriques qui font sentir la nécessité de cette loi.

La plus importante consiste dans le besoin constant d'une théorie pour lier les faits, combiné avec l'impossibilité dans laquelle se trouve l'intelligence, à son origine, de se former des théories d'après les observations.

On répète, depuis Bacon, qu'il n'y a de connaissances réelles que celles qui reposent sur des faits observés. Cette maxime est incontestable, si on l'applique à l'état viril de notre entendement. Mais l'esprit humain, dans son état primitif, ne pouvait penser ainsi. Car, si, d'un côté, toute théorie positive doit être fondée sur des observations; d'un autre côté, notre esprit, pour se livrer à l'observation, a besoin d'une théorie. Si nous ne rattachons pas les phénomènes à quelques principes, nous ne pourrons combiner nos observations, ni même les retenir.

L'intelligence, à son début, se trouvait donc enfermée dans un cercle vicieux d'où elle n'a pu sortir que par le développement des conceptions théologiques.

Cette nécessité devient encore plus sensible, si l'on a égard à la convenance de la philosophie théologique avec la nature des premières recherches. L'homme a d'abord envisagé les problèmes solubles comme indignes de lui; il s'est proposé les plus inaccessibles, tels que la nature des êtres, l'origine et la fin des phénomènes. On en conçoit aisément la raison; car, c'est l'expérience seule qui nous a fourni la mesure de nos forces; et, si l'homme n'avait commencé par en avoir une opinion exagérée, il n'aurait pu les développer.

Au point de vue pratique, ces recherches primitives offrent à l'homme l'attrait d'un empire illimité à exercer sur le monde extérieur, envisagé comme destiné à son usage. Or, sans ces espérances chimériques, sans ces idées exagérées de son importance dans l'univers, on ne pourrait pas concevoir que l'esprit humain se fût déterminé primitivement à de pénibles travaux.

Notre raison est maintenant assez mûre pour que nous entreprenions de laborieuses recherches scientifiques, sans avoir en vue aucun but étranger, capable d'agir fortement sur notre imagination, comme celui que se proposaient les astrologues ou les alchimistes.

On voit donc que l'intelligence humaine a dû employer d'abord, pendant une longue suite de siècles, la philosophie théologique comme méthode et comme doctrine.

L'entendement humain, contraint à ne marcher que par degrés insensibles, ne pouvait passer brusquement à la philosophie positive. Il a dû se servir de conceptions intermédiaires, d'un caractère bâtard, propres à opérer la transition. Telle est l'utilité des conceptions métaphysiques. En substituant, dans l'étude des phénomènes, à l'action surnaturelle directrice une entité correspondante et inséparable, l'homme s'est habitué à ne considérer que les faits eux-mêmes. Les notions de ces agents métaphysiques ont été peu à peu subtilisées au point de n'être plus que les noms abstraits des phénomènes.

Il nous sera maintenant aisé de déterminer la nature de la philosophie positive.

Cette philosophie regarde tous les phénomènes comme assujettis à des *lois* invariables. Elle considère comme vaine la recherche des *causes*, soit premières, soit finales. Dans les explications positives on n'expose pas les *causes* génératrices des phénomènes ; mais on analyse les

circonstances de leur production, et on les rattache les uns aux autres par des relations de succession et de similitude.

Ainsi, nous disons que les phénomènes généraux de l'univers sont *expliqués* par la loi de la gravitation, parce que cette théorie nous montre l'immense variété des faits astronomiques comme n'étant qu'un même fait, envisagé à divers points de vue. D'un autre côté, ce fait général nous est représenté comme une simple extension d'un phénomène qui nous est familier, et que, par cela seul, nous regardons comme connu, la pesanteur des corps à la surface de la terre. Toutes les fois qu'on a voulu déterminer ce que sont en elles-mêmes cette attraction et cette pesanteur, les plus grands esprits n'ont pu que définir ces deux principes l'un par l'autre, en disant, pour l'attraction, qu'elle n'est autre chose qu'une pesanteur universelle, et ensuite, pour la pesanteur, qu'elle consiste dans l'attraction terrestre. De telles explications sont tout ce que nous pouvons obtenir. Elles nous montrent comme identiques deux ordres de phénomènes qui ont été si longtemps regardés comme n'ayant aucun rapport entre eux. Aucun esprit juste ne cherche à aller plus loin.

Je dois maintenant examiner à quelle époque de sa formation la philosophie positive est aujourd'hui parvenue, et ce qui reste à faire pour achever de la constituer.

Il faut d'abord remarquer que les différentes branches de nos connaissances n'ont pas dû parcourir d'une vitesse égale les trois phases de leur développement. Il existe, à cet égard, un ordre nécessaire qui sera étudié dans la prochaine leçon. Cet ordre est conforme à la nature des phénomènes ; il est déterminé par leur degré de généralité, de simplicité et d'indépendance.

Ainsi, les théories positives ont rallié d'abord les phé-

nomènes astronomiques, ensuite les phénomènes de la physique terrestre, ceux de la chimie, et enfin les phénomènes biologiques.

L'origine de cette évolution est inconnue; mais elle s'est surtout accomplie, d'abord depuis les travaux d'Aristote et de l'école d'Alexandrie, et ensuite depuis l'introduction, en Europe, des sciences naturelles par les Arabes. Enfin, il y a deux siècles, la philosophie positive a commencé son opposition contre l'esprit théologique et métaphysique par l'action combinée des préceptes de Bacon, des conceptions de Descartes et des découvertes de Galilée.

Depuis cette époque, le mouvement d'ascension de la philosophie positive et le mouvement de décadence des deux autres ont été très marqués.

La philosophie positive embrasse-t-elle aujourd'hui tous les ordres de phénomènes? Il est évident que cela n'est pas. Il reste à exécuter une grande opération scientifique, pour lui donner le caractère d'universalité indispensable.

Les phénomènes sociaux ne sont pas encore entrés dans son domaine. Les méthodes théologiques et métaphysiques y sont encore exclusivement usitées.

Telle est la seule lacune qu'il s'agit de combler pour achever de constituer la philosophie positive. Tel est le but spécial de ce cours.

Mes conceptions sur les phénomènes sociaux n'ont pas pour objet de donner à la sociologie la même perfection qu'aux sciences antérieures. Mais elles sont destinées à imprimer à cette dernière classe de connaissances le caractère positif de toutes les autres. Nos conceptions étant devenues homogènes, la philosophie sera coustituée à l'état positif. Il ne lui restera qu'à se développer indéfi-

niment, et à se substituer aux deux autres philosophies qui n'auront plus, pour nos successeurs, qu'une existence historique.

Le but spécial de ce cours étant ainsi exposé, il est aisé d'en comprendre le but général, qui en fait un cours de philosophie positive, et non pas seulement un cours de sociologie.

En effet, la fondation de la sociologie complétant le système des sciences, il devient possible, et même nécessaire, de résumer les connaissances acquises pour les coordonner, en les présentant comme autant de branches d'un tronc unique, au lieu de continuer à les concevoir d'une manière isolée.

Il n'est pas question d'une suite de cours spéciaux sur chacune des branches de la philosophie. Au contraire, ce cours exige, pour être entendu, une série préalable d'études sur les diverses sciences qui y sont envisagées. En un mot, c'est un *Cours de philosophie positive*, et non de sciences positives.

Afin de résumer les idées relatives au double but de ce cours, je dois faire observer que ces deux objets, l'un spécial, l'autre général, sont inséparables. Car, d'un côté, il serait impossible de concevoir un cours de philosophie positive sans la fondation de la sociologie, puisque, par cela seul, les conceptions n'auraient pas ce caractère de généralité, qui doit en être le principal attribut. D'un autre côté, comment procéder avec sûreté à l'étude positive des phénomènes sociaux, si l'esprit n'est d'abord familiarisé avec les méthodes positives, et muni, en outre, de la connaissance des sciences antérieures, qui toutes influent, d'une manière plus ou moins directe, sur les faits sociaux?

Pour prévenir les fausses interprétations, je dois ajouter

quelques considérations au sujet de cette universalité de connaissances spéciales, que des juges irréfléchis pourraient regarder comme la tendance de ce cours.

Dans l'état primitif des connaissances, il n'existe aucune division régulière entre les travaux intellectuels. Toutes les sciences sont cultivées par les mêmes esprits. A mesure que les divers ordres de conceptions se développent, chaque branche du système scientifique se sépare insensiblement du tronc, lorsqu'elle a pris assez d'accroissement pour comporter une culture isolée. C'est à cette répartition des diverses sortes de recherches entre différents ordres de savants, que nous devons le développement, si remarquable aujourd'hui, de chaque classe distincte des connaissances humaines. En un mot, la division du travail intellectuel est un des attributs de la philosophie positive.

Mais, tout en reconnaissant les prodigieux résultats de cette division, il est impossible de n'être pas frappé des inconvénients qu'elle engendre. Nous pouvons néanmoins éviter les plus pernicieux effets de la spécialité exagérée, sans nuire à l'influence virifiante de la séparation des recherches. Hâtons-nous de remédier au mal, avant qu'il soit devenu plus grave. Ne nous dissimulons pas que c'est le côté faible par lequel les partisans de la philosophie théologique et de la philosophie métaphysique peuvent encore attaquer la philosophie positive.

Le véritable moyen d'arrêter l'influence délétère, dont l'avenir intellectuel semble menacé, ne peut être de revenir à l'antique confusion des travaux, qui ferait rétrograder l'esprit humain. Il consiste, au contraire, à perfectionner la division du travail, en faisant de l'étude des généralités scientifiques une grande spécialité de plus. Il faut qu'une classe nouvelle de savants, préparée par une

éducation convenable, sans se livrer à la culture spéciale d'aucune science, s'occupe à déterminer l'esprit de chacune d'elles, à découvrir leurs relations et leur enchaînement, à résumer, s'il est possible, tous leurs principes en un moins grand nombre. Il faut que, en même temps, avant de se livrer à leurs spécialités respectives, les autres savants soient rendus aptes, par une éducation portant sur l'ensemble des connaissances positives, à profiter des lumières répandues par ces savants voués à l'étude des généralités. Ces deux conditions une fois remplies, la division du travail dans les sciences sera poussée, sans danger, aussi loin que le développement des divers ordres de connaissances l'exigera. Une classe distincte, contrôlée par toutes les autres, ayant pour fonction de lier chaque nouvelle découverte au système général, on n'aura plus à craindre qu'une trop grande attention, donnée aux détails, n'empêche d'apercevoir l'ensemble. En un mot, l'organisation moderne du monde savant sera dès lors fondée, et n'aura qu'à se développer, en conservant toujours le même caractère.

Former ainsi de l'étude des généralités scientifiques une section distincte du grand travail intellectuel, c'est étendre l'application du principe de division qui a séparé les spécialités. Tant que les différentes sciences positives ont été peu développées, leurs relations n'ont pu avoir assez d'importance pour donner lieu à une classe particulière de travaux. Mais aujourd'hui chacune des sciences a pris assez d'extension pour que ce nouvel ordre d'études soit indispensable, afin de prévenir la dispersion des conceptions humaines.

Tel est le but de la philosophie positive dans le système général des sciences.

Je crois devoir signaler maintenant les avantages de ce

travail relativement aux progrès intellectuels. Je me bornerai à indiquer les quatre propriétés suivantes :

Premièrement, l'étude de la philosophie positive nous fournit le seul moyen rationnel de mettre en évidence les lois logiques de l'intelligence.

Pour expliquer ma pensée, je dois rappeler une conception exposée par de Blainville dans l'introduction de ses principes généraux d'*anatomie comparée*. Elle consiste en ce que tout être actif peut être étudié au point de vue statique et au point de vue dynamique, c'est-à-dire comme apte à agir et comme agissant. Appliquons cette maxime à l'étude des fonctions intellectuelles.

Au point de vue statique, une telle étude consiste dans la détermination de leurs conditions organiques. Elle forme ainsi une partie de l'anatomie et de la physiologie. Au point de vue dynamique, tout se réduit à étudier la marche de l'esprit humain en exercice, par l'examen des procédés qu'il emploie pour obtenir ses diverses connaissances. En un mot, en regardant toutes les théories scientifiques comme autant de faits logiques, c'est uniquement par l'observation approfondie de ces faits qu'on peut s'élever à la connaissance des lois logiques.

Telles sont les deux seules voies, complémentaires l'une de l'autre, par lesquelles on peut arriver à quelques notions sur les phénomènes intellectuels. On voit qu'il n'y a aucune place pour cette psychologie illusoire, dernière transformation de la théologie, qui, sans s'inquiéter de l'étude physiologique des organes intellectuels, ni de l'observation des procédés rationnels qui dirigent les recherches scientifiques, prétend arriver à la découverte des lois de l'esprit humain, en le contemplant en lui-même, c'est-à-dire en faisant abstraction des causes et des effets.

La philosophie positive a pris, depuis Bacon, un si grand ascendant, que les métaphysiciens, livrés à l'étude de l'intelligence, n'ont pu ralentir la décadence de leur prétendue science, qu'en la présentant comme étant aussi fondée sur l'observation. Pour cela, ils ont imaginé de distinguer deux sortes d'observation, l'une extérieure, l'autre intérieure. Cette dernière est uniquement destinée à l'étude des phénomènes intellectuels. Ce n'est pas le lieu de discuter ce sophisme. Je dois me borner à prouver que cette prétendue contemplation de l'esprit par lui-même est une pure illusion.

On croyait, il y a encore peu de temps, avoir expliqué la vision en disant que l'action lumineuse des corps détermine sur la rétine des tableaux représentatifs des formes et des couleurs extérieures. A cela les physiologistes ont objecté avec raison que, si c'était comme *images* qu'agissaient les impresssions lumineuses, il faudrait un autre œil pour les regarder. N'en est-il pas de même dans le cas présent?

En effet, par une nécessité invincible, l'esprit humain peut observer directement tous les phénomènes, excepté les siens propres ; car, par qui l'observation serait-elle faite? Relativement aux phénomènes moraux, on conçoit que l'homme puisse s'observer à l'égard de ses passions, par cette raison anatomique que les organes qui en sont le siège sont distincts de ceux qui sont destinés aux fonctions observatrices. Néanmoins le meilleur moyen de connaître les passions sera de les observer au dehors. Car tout état de passion très prononcé, c'est-à-dire celui qu'il serait le plus essentiel d'examiner, est incompatible avec l'état d'observation. Mais il y a impossibilité manifeste à observer de la même manière les phénomènes intellectuels, pendant qu'ils s'exécutent. L'individu pensant ne

peut se partager en deux, dont l'un raisonnerait, tandis que l'autre regarderait raisonner. L'organe observé et l'organe observateur étant, dans ce cas, identiques, comment l'observation pourrait-elle avoir lieu?

Cette prétendue méthode psychologique est donc nulle dans son principe. Aussi, à quels procédés contradictoires ne conduit-elle pas ! D'un côté, on vous recommande de vous isoler de toute sensation extérieure. Il faut surtout vous interdire tout travail intellectuel; car, si vous étiez seulement occupé à faire le calcul le plus simple, que deviendrait l'observation intérieure? D'un autre côté, après avoir enfin atteint cet état parfait de sommeil intellectuel, vous devrez vous occuper à contempler les opérations qui s'exécuteront dans votre esprit, lorsqu'il ne s'y passera plus rien. Nos descendants verront sans doute de telles prétentions transportées sur la scène.

Les résultats sont conformes aux principes. Depuis deux mille ans que les métaphysiciens cultivent ainsi la psychologie, ils n'ont pu convenir encore d'aucune proposition intelligible; ils sont même partagés aujourd'hui en une multitude d'écoles qui disputent sans cesse sur les premiers éléments de leur doctrine. L'observation intérieure engendre presque autant d'opinions divergentes qu'il y a d'individus croyant s'y livrer.

On demande vainement à ces psychologistes de citer une seule découverte qui soit due à leur méthode. Leurs travaux ont eu pour résultat de soutenir l'activité intellectuelle, à l'époque où elle ne pouvait avoir d'autre aliment. Mais tout ce qui, dans leurs écrits, ne consiste pas en métaphores prises pour des raisonnements, a été obtenu par des observations sur la marche de l'esprit humain.

Ces considérations, relatives à la science logique, sont

encore plus manifestes quand on les transporte à l'art logique.

En effet, lorsqu'il s'agit, non seulement de savoir ce que c'est que la méthode positive, mais encore de la connaître assez pour en faire usage, il faut étudier les grandes applications que l'esprit humain en a faites. En un mot, ce n'est que par l'examen des sciences qu'il est possible d'y parvenir. L'étude de la méthode n'est pas susceptible d'être séparée de celle des recherches dans lesquelles elle est employée. C'est pour avoir méconnu ce fait essentiel que nos psychologues ont été conduits à prendre leurs rêveries pour de la science, croyant comprendre la méthode positive pour avoir lu les préceptes de Bacon ou le discours de Descartes.

J'ignore si, plus tard, il sera possible de faire *à priori* un cours de méthode indépendant de l'étude philosophique des sciences. Mais je suis convaincu que c'est impossible aujourd'hui, parce qu'on ne peut encore séparer de leurs applications la connaissance des grands procédés logiques. Si l'on y arrive dans la suite, ce ne sera jamais que par l'étude des applications des procédés scientifiques qu'on se formera un bon système d'habitudes intellectuelles, ce qui est le but essentiel de l'étude de la méthode. Par une seconde conséquence, la philosophie positive présidera à la refonte de notre système d'éducation.

En effet, les bons esprits sont unanimes à reconnaître la nécessité de remplacer notre éducation théologique, métaphysique et littéraire par une éducation positive, conforme à l'esprit de notre époque, et adaptée aux besoins de la civilisation moderne. Malgré les utiles entreprises qu'on a déjà faites, on ne peut obtenir la régénération de l'éducation générale ; car l'isolement

prononcé de l'étude des sciences influe sur la manière de les exposer dans l'enseignement. Pour en étudier aujourd'hui les principales branches, il faut le faire dans le même détail que si l'on voulait devenir astronome ou chimiste; ce qui est presque impossible. Une telle manière de procéder serait chimérique par rapport à l'éducation générale qui, néanmoins, exige un ensemble de conceptions positives sur toutes les grandes classes de phénomènes. C'est un tel ensemble qui doit devenir, sur une échelle plus ou moins étendue, même dans les masses populaires, la base de toutes les combinaisons humaines, et constituer l'esprit général de nos descendants.

Mais il est nécessaire que les différentes sciences soient présentées comme les diverses branches d'un tronc unique, et réduites à leurs méthodes et à leurs résultats. C'est seulement ainsi que l'enseignement des sciences peut devenir la base d'une nouvelle éducation générale, à laquelle s'ajouteront ensuite les études spéciales, correspondantes aux diverses éducations spéciales, qui doivent succéder à l'éducation générale.

Non seulement l'étude des généralités scientifiques est destinée à réorganiser l'éducation, mais encore elle doit contribuer aux progrès des différentes sciences. C'est ce qui constitue la troisième propriété de la philosophie positive. En effet, nos divisions entre les sciences, sans être arbitraires comme quelques-uns le croient, sont artificielles. En réalité, le sujet de nos recherches est un. Nous ne le partageons que pour séparer les difficultés, et les mieux résoudre. Il en résulte que, plus d'une fois, contrairement à nos répartitions classiques, des questions importantes exigeraient une certaine combinaison de plusieurs points de vue spéciaux, qui ne peut guère avoir

lieu dans la constitution actuelle du monde savant.

J'en pourrais citer dans le passé, comme exemple, la conception de Descartes relative à la géométrie analytique. Cette découverte, qui a changé la face de la science mathématique, n'est pas autre chose que le résultat d'un rapprochement établi entre deux sciences, conçues jusqu'alors d'une manière isolée.

Enfin, une quatrième et dernière propriété de la philosophie positive, c'est qu'elle peut être considérée comme la seule base solide de la réorganisation sociale. Quelques réflexions suffiront pour justifier ce qu'une telle qualification paraît d'abord présenter de trop ambitieux.

La grande crise politique et morale des sociétés tient à l'anarchie intellectuelle. Notre mal le plus grave consiste, en effet, dans cette profonde divergence relativement aux maximes dont la fixité est la première condition de l'ordre social. Tant que les intelligences individuelles n'auront pas adhéré à un certain nombre d'idées générales, capables de former une doctrine sociale commune, l'état des nations restera révolutionnaire, et ne comportera que des institutions provisoires. Dès que les esprits pourront être réunis dans une même communion de principes, les institutions convenables en découleront sans aucune secousse grave. C'est donc là que doit se porter l'attention de tous ceux qui sentent l'importance d'un état de choses normal.

Il est aisé de caractériser l'état des sociétés, et d'en déduire le moyen de le changer. Le désordre actuel des intelligences tient à l'emploi simultané des trois philosophies incompatibles, la philosophie théologique, la philosophie métaphysique et la philosophie positive. Si l'une de ces trois philosophies obtenait une prépondérance complète, il y aurait un ordre social déterminé.

C'est la coexistence de ces trois philosophies opposées qui empêche absolument de s'entendre sur aucun point essentiel. Il s'agit donc de savoir laquelle des trois philosophies doit prévaloir par la nature des choses. Or, il est évident que la philosophie positive est appelée à dominer. Depuis une longue suite de siècles, elle a constamment progressé, tandis que ses antagonistes ont déchu.

La philosophie théologique et la philosophie métaphysique se disputent la tâche de réorganiser la société. La philosophie positive n'est intervenue jusqu'ici dans le débat que pour les critiquer toutes deux. Mettons-la enfin en état de prendre un rôle actif. Complétons la vaste opération intellectuelle, commencée par Bacon, Descartes et Galilée, et la crise révolutionnaire sera terminée.

Tels sont les quatre points de vue sous lesquels j'ai cru devoir indiquer l'influence de cette philosophie, pour compléter la définition que j'ai essayé d'en donner.

Avant de terminer, je désire appeler l'attention sur une dernière réflexion, pour éviter toute opinion erronée sur la nature de ce cours.

En assignant pour but à cette philosophie de résumer, en un corps de doctrine homogène, l'ensemble des connaissances acquises relativement aux différents ordres de phénomènes, il était loin de ma pensée de les considérer comme des effets divers d'un principe unique.

Je regarde comme chimériques ces entreprises d'explications universelles de tous les phénomènes par une loi unique, même quand elles sont tentées par les intelligences les plus compétentes. Je crois l'esprit humain trop faible et l'univers trop compliqué pour qu'une telle perfection scientifique soit jamais à notre portée. Si on pouvait espérer y parvenir, ce ne pourrait être, suivant

moi, qu'en rattachant tous les phénomènes à la loi de la gravitation, qui est la plus générale que nous connaissions.

Je n'ai pas besoin de plus grands détails pour achever de convaincre le lecteur que le but de ce cours n'est nullement de présenter tous les phénomènes comme étant identiques, sauf la variété des circonstances. La philosophie positive serait sans doute plus parfaite, s'il pouvait en être ainsi. Mais cette condition n'est pas nécessaire à sa formation, ni à la réalisation de ses conséquences. Il n'y a d'unité indispensable que celle de la méthode. Il n'est pas nécessaire que la doctrine soit une, il suffit qu'elle soit homogène. C'est donc au double point de vue de l'unité des méthodes et de l'homogénéité des doctrines que nous considérerons, dans ce cours, les différentes classes de théories positives.

DEUXIÈME LEÇON

Sommaire. — Exposition du plan de ce cours, ou considérations générales sur la hiérarchie des sciences positives.

Toutes les échelles encyclopédiques, qui ont été construites, comme celles de Bacon et de d'Alembert, d'après une distinction entre les facultés intellectuelles, sont, par cela seul, vicieuses. Car, dans chacun de ses modes d'activité, notre entendement emploie simultanément toutes ses facultés.

Au lieu de nous arrêter sur un fait si bien constaté, il est plus essentiel d'en rechercher la cause. Cette cause consiste dans le défaut d'homogénéité qui a toujours existé, jusqu'à ces derniers temps, entre les différentes parties du système intellectuel, les unes étant successivement devenues positives, tandis que les autres restaient théologiques ou métaphysiques.

Il est maintenant possible de procéder à la disposition rationnelle d'un système dont toutes les parties sont devenues homogènes.

La théorie des classifications, qui a été établie par les travaux des botanistes et des zoologistes, offre un guide certain: c'est le principe de l'art de classer. Ce principe consiste en ce que la classification doit ressortir de l'étude des objets à classer, et être déterminée par les affinités et par l'enchaînement que les objets présentent, de telle sorte que cette classification soit elle-même l'expression du fait le plus général.

En appliquant cette règle au cas actuel, c'est d'après la dépendance mutuelle qui a lieu entre les diverses sciences positives que nous devons procéder à leur classification. Cette dépendance, pour être réelle, ne peut résulter que de celle des phénomènes correspondants.

Avant d'exécuter cette opération, il est nécessaire de circonscrire avec précision le sujet de la classification proposée.

Tous les travaux humains sont des travaux de spéculation ou d'action. Ainsi, la division la plus générale consiste à les distinguer en théoriques et en pratiques. C'est seulement des connaissances théoriques qu'il doit être question dans ce cours. Car il ne s'agit pas d'observer le système entier des notions humaines, mais uniquement celui des conceptions relatives aux divers ordres de phénomènes, qui fournissent une base solide à toutes les combinaisons, et qui ne sont fondées sur aucun autre système intellectuel. Or, dans un tel travail, c'est la spéculation qu'il faut considérer, et non l'application.

Sans doute, quand on envisage l'ensemble des travaux humains, on doit concevoir l'étude de la nature comme étant destinée à fournir la base de l'action de l'homme sur la nature. En résumé, *science, d'où prévoyance; prévoyance, d'où action :* telle est la formule qui exprime la relation de la *science* et de l'*art*.

Mais, malgré l'importance de cette relation, ce serait se former des sciences une idée bien imparfaite que de les concevoir seulement comme les bases des arts. Quelques services qu'elles aient rendus à l'*industrie*, les sciences ont, avant tout, pour but de satisfaire au besoin qu'éprouve notre intelligence de connaître les lois des phénomènes. Pour sentir combien ce besoin est profond et impérieux, il suffit de penser aux effets physiologiques

de l'*étonnement*, et de considérer que la sensation la plus terrible que nous puissions éprouver est celle qui se produit toutes les fois qu'un phénomène nous semble ne pas s'accomplir conformément aux lois naturelles qui nous sont familières.

Si l'intelligence ne s'occupait que de recherches susceptibles d'une utilité pratique, immédiate, elle se trouverait, par cela seul, comme l'a remarqué Condorcet, arrêtée dans ses progrès, même à l'égard des applications auxquelles on aurait sacrifié les travaux spéculatifs. Car les applications les plus importantes dérivent de théories formées dans une simple intention scientifique, et qui, souvent, ont été cultivées pendant plusieurs siècles sans produire aucun résultat pratique. C'est ainsi que Condorcet a pu dire avec raison : « Le matelot, qu'une exacte « observation de la longitude préserve du naufrage, doit « la vie à une théorie conçue, deux mille ans auparavant, « par des hommes de génie qui avaient en vue de simples « spéculations géométriques. »

L'esprit humain doit donc procéder aux recherches théoriques, en faisant abstraction de toute considération pratique. Car nos moyens de découvrir la vérité sont tellement faibles que, si nous ne les concentrions pas exclusivement vers ce but, il nous serait presque toujours impossible d'y parvenir.

L'ensemble de nos connaissances sur la nature, et les procédés que nous en déduisons pour la modifier à notre avantage, forment deux systèmes distincts, qu'il faut concevoir et cultiver séparément. Le système théorique me paraît devoir constituer exclusivement le sujet d'un cours de philosophie positive. Sans doute, il serait possible d'imaginer un cours plus étendu, portant à la fois sur la théorie et sur la pratique. Mais cette entreprise me

semble exiger préalablement un travail qui n'a pas encore été fait, celui de former, d'après les théories scientifiques, les conceptions destinées à servir de base aux procédés de la pratique.

Les sciences ne s'appliquent pas immédiatement aux arts, du moins dans les cas les plus parfaits. Il existe, entre ces deux ordres d'idées, un ordre moyen qui, encore mal déterminé dans son caractère philosophique, devient déjà plus sensible quand on considère la classe sociale qui s'en occupe. Entre les savants et les directeurs de travaux, il commence à se former une classe intermédiaire, celle des *ingénieurs*, qui ont pour mission d'organiser les relations de la théorie et de la pratique. Sans se proposer le progrès de la science, ils cherchent à en déduire les applications industrielles. Un travail qui embrasserait les théories des arts serait prématuré; car ces doctrines intermédiaires entre la théorie et la pratique ne sont pas encore formées; il n'en existe que quelques éléments, relatifs aux sciences et aux arts les plus avancés. C'est ainsi que la géométrie descriptive de Monge est une théorie des arts de construction.

On concevra d'autant mieux la difficulté de construire ces doctrines intermédiaires, si l'on remarque que chaque art dépend, non seulement d'une science correspondante, mais encore de plusieurs autres. C'est ainsi que la théorie de l'agriculture exige une combinaison de la biologie, de la chimie et de la physique, ainsi que de l'astronomie et des mathématiques. Il en est de même des beaux-arts.

Ces théories n'ont pu être formées, parce qu'elles supposent le développement préalable de toutes les sciences principales. En résumé, nous ne devons considérer dans ce cours que les théories scientifiques, et nullement leurs applications.



Avant de procéder à la classification des sciences, il me reste à exposer une distinction, qui achèvera de circonscrire le sujet de cette étude.

Il faut distinguer deux genres de sciences : les unes, abstraites et générales, ont pour objet la découverte des lois qui régissent les diverses classes de phénomènes; les autres, concrètes, particulières et descriptives, qu'on désigne quelquefois sous le nom de sciences naturelles, appliquent ces lois à l'histoire des différents êtres existants. C'est sur les premières seules que porteront nos études.

On pourra apercevoir nettement cette différence, en comparant, d'une part, la biologie générale et, d'autre part, la zoologie et la botanique.

L'étude des lois de la vie en général et la détermination du mode d'existence de chaque corps vivant en particulier constituent deux ordres de travaux d'un caractère distinct. Cette seconde étude est, en outre, fondée sur la première.

Il en est de même de la chimie, par rapport à la minéralogie. La première est la base de la seconde. Dans la chimie, on examine toutes les combinaisons possibles des molécules. Dans la minéralogie, on considère seulement celles de ces combinaisons qui sont réalisées dans la constitution du globe terrestre. La plupart des faits envisagés dans la première n'ont qu'une existence artificielle. Ainsi, tel corps, comme le chlore ou le potassium, pourra avoir une extrême importance en chimie, par l'étendue et l'énergie de ses affinités, tandis qu'il n'en aura presque aucune en minéralogie. Réciproquement, un composé, tel que le granit ou le quartz, sur lequel porte la majeure partie des considérations minéralogiques, n'offrira, en chimie, qu'un intérêt très médiocre.

Ce qui rend encore plus sensible la nécessité de cette

distinction, c'est que, non seulement chaque section de la physique concrète suppose la culture préalable de la section correspondante de la physique abstraite, mais encore qu'elle exige la connaissance des lois relatives à tous les ordres de phénomènes. L'étude de la terre exige la connaissance de la physique et de la chimie, ainsi que celle de l'astronomie et de la biologie. Il en est de même de chacune des sciences naturelles. C'est pour ce motif que la *physique concrète* a fait jusqu'à présent si peu de progrès. Car elle n'a pu commencer à être étudiée d'une manière rationnelle qu'après la *physique abstraite.*

L'examen de cette condition confirme la raison pour laquelle nous devons nous réduire à l'étude des sciences générales. Dans l'état présent de l'esprit humain, il y aurait une sorte de contradiction à vouloir réunir, dans un même cours, les deux ordres de sciences. La philosophie des sciences fondamentales, présentant un système de conceptions positives sur tous les ordres de connaissances, suffit pour constituer cette *philosophie première,* que cherchait Bacon, et qui, destinée à servir de base à toutes les spéculations, doit être réduite à son expression la plus simple.

Nous voyons ainsi : 1° que, l'ensemble de la science se composant de connaissances spéculatives et de connaissances d'application, c'est seulement des premières que nous devons nous occuper ; 2° que les connaissances théoriques, se divisant en sciences générales et en sciences particulières, nous ne devons considérer que le premier ordre.

Notre sujet étant circonscrit, il est maintenant facile de procéder à la classification des sciences, qui constitue l'objet de cette leçon.

Il faut commencer par reconnaître qu'une telle classi-

fication, quelque naturelle qu'elle puisse être, renferme toujours quelque chose, sinon d'arbitraire, du moins d'artificiel.

En effet, le but principal qu'on doit avoir en vue dans tout travail encyclopédique, c'est de disposer les sciences dans l'ordre de leur enchaînement naturel, en suivant leur dépendance mutuelle, de telle sorte qu'on puisse les exposer successivement sans jamais être entraîné dans le moindre cercle vicieux. Or, il est impossible d'accomplir cette condition d'une manière rigoureuse. Qu'il me soit permis de développer cette réflexion.

Toute science peut être exposée suivant la marche *historique* et suivant la marche *dogmatique*.

Par le premier procédé, on expose les connaissances dans l'ordre d'après lequel l'esprit humain les a obtenues, et en suivant les mêmes voies.

Par le second, on présente le système des idées tel qu'il pourrait être conçu aujourd'hui par un seul esprit qui, convenablement initié, s'occuperait à refaire la science dans son ensemble.

Le premier mode est celui par lequel commence l'étude de chaque science naissante. Toute la didactique se réduit à étudier, dans l'ordre chronologique, les ouvrages originaux qui ont contribué aux progrès de cette étude.

Le mode dogmatique suppose, au contraire, que tous les travaux particuliers ont été refondus en un système général. A mesure que la science fait des progrès, l'ordre *historique* devient de plus en plus impraticable, et l'ordre *dogmatique* de plus en plus possible.

C'est ainsi que l'éducation d'un géomètre de l'antiquité se réduisait à l'étude des écrits d'Archimède et d'Apollonius. Au contraire, un géomètre moderne a terminé son éducation sans avoir lu un seul ouvrage original, sauf en

ce qui concerne les découvertes les plus récentes, qu'on ne peut connaître autrement.

Il y a donc une tendance à substituer l'ordre dogmatique à l'ordre historique.

Le problème de l'éducation intellectuelle consiste à faire parvenir, en peu d'années, un seul entendement, le plus souvent médiocre, au même point de développement qui a été atteint, dans une longue suite de siècles, par un grand nombre de génies supérieurs, appliquant successivement, pendant leur vie entière, toutes leurs forces à l'étude d'un même sujet.

Il faut néanmoins ajouter que l'ordre dogmatique ne peut pas être suivi d'une manière rigoureuse ; car il n'est pas applicable, à chaque époque de la science, aux parties récemment formées, dont l'étude ne comporte qu'un ordre historique.

La seule imperfection qu'on puisse reprocher au mode dogmatique, c'est de laisser ignorer la manière dont se sont formées les diverses connaissances. Cette considération aurait, à mes yeux, beaucoup de poids, si elle était un motif en faveur de l'ordre historiqne; mais il n'y a qu'une relation apparente entre l'étude d'une science suivant le mode *historique*, et la connaissance de l'histoire de cette science.

Je pense qu'on ne connaît pas complètement une science, lorsqu'on n'en connaît pas l'histoire. Mais cette étude doit être conçue comme séparée de l'étude dogmatique de la science, sans laquelle cette histoire ne serait pas intelligible. Nous considérerons donc l'histoire des sciences; mais seulement lorsque nous étudierons les phénomènes sociaux.

La discussion précédente précise l'esprit de ce cours. Il en résulte surtout la détermination exacte des condi-

tions qu'on doit s'imposer dans la construction d'une échelle encyclopédique des sciences.

En effet, cette classification ne saurait être conforme à l'enchaînement historique. On ne peut éviter entièrement de présenter comme antérieure telle science qui aura cependant besoin d'emprunter des notions à une autre science, classée dans un rang postérieur.

Ainsi, il me semble incontestable que l'astronomie doit être placée avant la physique, et néanmoins plusieurs branches de celle-ci, surtout l'optique, sont indispensables à l'exposition complète de la première.

De tels défauts secondaires, qui sont inévitables, ne sauraient prévaloir contre une classification qui remplirait, d'ailleurs, les conditions principales. Ils tiennent à ce qu'il y a d'artificiel dans notre division du travail intellectuel.

Néanmoins je ne dois pas négliger d'indiquer, comme une propriété de l'échelle encyclopédique que je vais proposer, sa conformité générale avec l'ensemble de l'histoire scientifique. En effet, malgré le développement simultané des diverses sciences, celles qui sont classées comme antérieures sont plus anciennes et constamment plus avancées que celles qui sont présentées comme postérieures. C'est ce qui doit avoir lieu, si nous prenons pour principe de classification l'enchaînement logique des diverses sciences, le point de départ de l'espèce ayant dû être le même que celui de l'individu.

Abordons maintenant, d'une manière directe, cette grande question, en nous rappelant que, pour obtenir une classification naturelle et positive des sciences, nous en devons chercher le principe dans la comparaison des divers ordres de phénomènes dont elles ont pour objet de découvrir les lois. Nous nous proposons de déterminer

la dépendance des sciences. Or cette dépendance ne peut résulter que de celle des phénomènes correspondants.

En considérant tous les phénomènes observables, nous allons voir qu'il est possible de les classer en un petit nombre de catégories naturelles, disposées de telle sorte, que l'étude de chaque catégorie soit fondée sur la connaissance des lois de la catégorie précédente, et devienne le fondement de l'étude de la suivante. Cet ordre est déterminé par le degré de simplicité, ou, ce qui revient au même, par le degré de généralité des phénomènes, d'où résulte leur dépendance successive.

En effet, les phénomènes les plus simples sont nécessairement les plus généraux; car ce qui s'observe dans le plus grand nombre de cas est, par cela même, dégagé le plus possible des circonstances propres à chaque cas séparé. Il faut donc commencer par l'étude des phénomènes les plus généraux ou les plus simples, et considérer successivement les phénomènes plus particuliers ou plus compliqués. Cet ordre de généralité ou de simplicité, déterminant l'enchaînement des diverses sciences par la dépendance de leurs phénomènes, fixe ainsi leur degré de facilité.

En même temps, les phénomènes les plus généraux, se trouvant les plus étrangers à l'homme, doivent être étudiés dans une disposition d'esprit plus calme. C'est un nouveau motif pour que les sciences correspondantes se développent plus rapidement.

Après avoir indiqué la règle de la classification des sciences, je puis passer à la construction de l'échelle encyclopédique d'après laquelle le plan de ce cours doit être déterminé.

Un premier examen de l'ensemble des phénomènes nous porte à les diviser en deux classes, la première com-

prenant tous les phénomènes des corps bruts; la seconde, tous ceux des corps organisés.

Ces derniers sont, en effet, plus compliqués et plus particuliers que les autres; ils dépendent des précédents qui, au contraire, n'en dépendent nullement. Il est certain qu'on observe dans les corps vivants tous les phénomènes, soit mécaniques, soit chimiques, qui se manifestent dans les corps bruts. On observe, en outre, les phénomènes vitaux qui tiennent à l'*organisation*. Il ne s'agit pas de savoir si les deux classes de corps sont, ou ne sont pas, de la même *nature*. La philosophie positive fait profession d'ignorer la *nature* intime d'un corps quelconque.

Ce n'est pas ici le lieu de développer une comparaison entre les corps bruts et les corps vivants. Il suffit d'avoir reconnu, en principe, la nécessité de ne procéder à l'étude de la *physique organique* qu'après avoir établi les lois de la *physique inorganique*.

Passons maintenant à la détermination des subdivisions de ces deux parties de la philosophie.

La *physique inorganique* doit être partagée en deux sections, suivant qu'elle considère les phénomènes généraux de l'univers, ou ceux que présentent les corps terrestres.

Les phénomènes astronomiques étant les plus généraux, c'est évidemment par leur étude que doit commencer la philosophie, puisque leurs lois influent sur celles de tous les autres phénomènes dont elles sont, au contraire, indépendantes.

La physique terrestre, à son tour, se subdivise en deux parties, suivant qu'elle envisage les corps au point de vue mécanique, ou au point de vue chimique. La chimie, pour être conçue d'une manière méthodique, suppose la con-

naissance de la physique; car tous les phénomènes chimiques sont plus compliqués que les phénomènes physiques; ils en dépendent, sans influer sur eux.

Telle est donc la distribution des principales branches de la science des corps bruts. Une division analogue s'établit dans la science des corps organisés.

Tous les être vivants présentent deux ordres de phénomènes: ceux qui sont relatifs à l'individu, et ceux qui concernent l'espèce, surtout quand elle est sociable. Cette distinction a lieu principalement pour l'homme. Le dernier ordre de phénomènes est plus compliqué et plus particulier que le premier; il en dépend sans influer sur lui. De là nous déduisons les deux sections de la *physique organique*, la biologie et la sociologie.

La philosophie positive est donc partagée en cinq sciences qui sont : l'astronomie, la physique, la chimie, la biologie et la sociologie. Tel est le plan de ce cours.

Pour faire apprécier l'importance de cette hiérarchie, je dois en signaler les propriétés essentielles.

Il faut d'abord remarquer, comme une vérification de son exactitude, que cette classification est conforme à la coordination, en quelque sorte spontanée, implicitement admise par les savants qui se livrent à l'étude des diverses branches de la philosophie.

Un second caractère de notre classification, c'est d'être conforme à l'ordre du développement de la philosophie. C'est ce que vérifie l'histoire des sciences, particulièrement dans les deux derniers siècles.

En effet, l'étude de chaque science, exigeant la culture préalable de toutes celles qui la précèdent dans notre hiérarchie, n'a pu faire de progrès réels qu'après le développement des sciences antérieures. C'est donc dans cet ordre que la progression simultanée a dû se produire.

En troisième lieu, cette classification présente la propriété de marquer exactement la perfection relative des différentes sciences, qui consiste dans le degré de précision des connaissances et dans leur coordination.

Plus les phénomènes sont généraux, simples et abstraits, plus les connaissances qui s'y rapportent peuvent être précises, en même temps que leur coordination peut être plus complète.

Cette observation, qui est si frappante dans l'étude des sciences, et qui a souvent donné lieu à des espérances chimériques ou à d'injustes comparaisons, se trouve expliquée par l'ordre encyclopédique que j'ai établi.

Je ne dois pas passer à une autre considération, sans mettre le lecteur en garde contre une erreur fort grave et qui, bien que très grossière, est encore extrêmement commune. Elle consiste à confondre le degré de précision que comportent les différentes sciences avec leur degré de certitude. La précision et la certitude sont deux qualités fort différentes. Une proposition absurde peut être très précise, comme si l'on disait que la somme des angles d'un triangle est égale à trois angles droits. Une proposition très certaine peut ne comporter qu'une précision fort médiocre, comme lorsqu'on affirme que tout homme mourra. Si les différentes sciences présentent nécessairement une précision inégale, il n'en est pas ainsi de leur certitude. Chacune peut offrir des résultats aussi certains que ceux de toute autre, pourvu qu'on en renferme les conclusions dans le degré de précision que comportent les phénomènes correspondants.

Enfin, la propriété la plus intéressante de notre formule encyclopédique, c'est de déterminer le plan d'une éducation scientifique.

Avant d'entreprendre l'étude d'une science, il faut s'être

préparé par l'examen de celles qui la précèdent dans notre échelle encyclopédique. Ce principe s'applique, non seulement à l'éducation générale, mais encore à l'éducation spéciale des savants.

Ainsi, les physiciens qui n'ont pas d'abord étudié l'astronomie, au moins d'une manière générale, les chimistes qui n'ont pas fait des études d'abord astronomiques et ensuite physiques, les biologistes qui sont étrangers à l'astronomie, à la physique et à la chimie, tous ont manqué à l'une des conditions de leur développement intellectuel. Il en est de même des esprits qui veulent se livrer à l'étude des phénomènes sociaux, sans avoir d'abord acquis une connaissance générale de l'astronomie, de la physique, de la chimie et de la biologie.

Cette condition est encore plus nécessaire pour l'éducation générale. Je la crois tellement indispensable que je regarde l'enseignement scientifique comme incapable de réaliser la rénovation du système intellectuel, si les diverses branches de la philosophie ne sont pas étudiées dans l'ordre convenable. Dans presque toutes les intelligences, même les plus élevées, les idées restent ordinairement enchaînées suivant l'ordre de leur acquisition première. C'est donc un mal, le plus souvent irrémédiable, de ne pas avoir commencé par le commencement. Chaque siècle ne compte qu'un bien petit nombre de penseurs capables, à l'époque de leur virilité, comme Bacon, Descartes et Leibniz, de faire table rase pour reconstruire le système de leurs idées.

On ne peut apprécier l'importance de notre loi encyclopédique, pour servir de base à l'éducation scientifique, qu'en la considérant aussi à l'égard de la méthode, au lieu de l'envisager seulement, comme nous venons de le faire, relativement à la doctrine.

Une exécution convenable de notre plan d'études doit nous procurer une connaissance parfaite de la méthode positive. Cette connaissance ne pourrait pas être obtenue autrement.

En effet, les phénomènes ayant été classés de telle sorte que ceux qui sont homogènes restent dans une même étude, tandis que ceux qui correspondent à des sciences différentes sont hétérogènes, il doit en résulter que la méthode positive sera modifiée uniformément dans l'étendue d'une même science, et qu'elle éprouvera des modifications différentes, et de plus en plus composées, en passant d'une science à une autre. Nous aurons donc la certitude de la considérer dans toutes les variétés dont elle est susceptible. Cette remarque est très importante : si nous avons vu, dans la première leçon, qu'il est impossible de connaître la méthode quand on veut l'étudier séparément de son emploi; nous devons ajouter qu'on ne peut s'en former une idée exacte qu'en étudiant, dans l'ordre convenable, son application à toutes les classes de phénomènes. Une seule science ne suffirait pas; car, bien que la méthode soit identique, chaque science en développe tel ou tel procédé, dont l'influence, trop peu prononcée dans les autres sciences, demeurerait inaperçue. Ainsi, dans certaines branches de la philosophie, c'est l'observation; dans d'autres, c'est l'expérience. Tel précepte a été fourni par une science, et ensuite transporté dans d'autres : C'est à sa source qu'il faut l'étudier pour le bien connaître.

En se bornant à l'étude d'une science unique, il faudrait choisir la plus parfaite, pour avoir un sentiment plus profond de la méthode. Or la plus parfaite étant, en même temps, la plus simple, on n'aurait ainsi qu'une connaissance bien incomplète de la méthode, puisqu'on ignorerait



les modifications qu'elle doit subir, pour s'adapter à des phénomènes plus compliqués.

Je dois néanmoins, à l'égard de la méthode, insister sur la nécessité d'étudier les sciences suivant l'ordre encyclopédique. Comment obtenir des résultats en s'occupant, de prime abord, de l'étude des phénomènes les plus compliqués, sans avoir préalablement appris à connaître, par l'examen des phénomènes les plus simples, en quoi consistent une *loi*, une *observation*, une conception positive et même un raisonnement suivi ? Telle est pourtant encore la marche de nos jeunes biologistes. Il en est ainsi de l'étude des phénomènes sociaux. On commence à être convaincu qu'il faut les étudier d'après la méthode positive; mais ceux qui s'en occupent ne savent pas en quoi consiste cette méthode, faute de l'avoir examinée dans ses applications antérieures. Cette maxime est donc demeurée jusqu'à présent stérile pour la rénovation des théories sociales, qui ne sont pas encore sorties de l'état théologique, ni de l'état métaphysique, malgré les efforts des prétendus réformateurs.

Pour compléter l'exposition du plan de ce cours, il me reste à combler une lacune immense que j'ai laissée à dessein dans ma formule encyclopédique. En effet, je n'ai pas marqué le rang de la science mathématique. Le motif de cette omission consiste dans l'importance même de cette science, à laquelle la prochaine leçon sera entièrement consacrée. Mais je dois indiquer sommairement les résultats de l'examen qui sera entrepris.

Dans l'état actuel du développement de nos connaissances, il convient de regarder la science mathématique, moins comme une partie de la philosophie, que comme étant, depuis Descartes et Newton, la base de toute la philosophie. Aujourd'hui, en effet, la science mathémati-

que est surtout importante, parce qu'elle constitue l'instrument le plus puissant que l'esprit humain puisse employer dans la recherche des lois des phénomènes. La science mathématique doit être divisée en deux parties, la mathématique abstraite, ou le *calcul*, et la mathématique concrète, qui se compose de la géométrie et de la mécanique. La partie concrète est fondée sur la partie abstraite, et devient, à son tour, la base de toute la philosophie, quand on considère tous les phénomènes de l'univers comme géométriques ou comme mécaniques.

La partie abstraite est la seule qui soit purement instrumentale. C'est une immense extension de la logique à un certain ordre de déductions. La géométrie et la mécanique doivent, au contraire, être envisagées comme des sciences fondées, ainsi que toutes les autres, sur l'observation. Mais ces deux sciences seront toujours plus employées comme méthode que comme doctrine.

En plaçant la science mathématique à la tête de la philosophie positive, nous ne faisons que restituer à cette série son premier terme. En effet, les phénomènes géométriques et mécaniques sont les plus généraux, les plus simples, les plus abstraits et les plus indépendants de tous les autres, dont ils sont la base.

En résumé, notre formule encyclopédique est ainsi arrêtée : la mathématique, l'astronomie, la physique, la chimie, la biologie et la sociologie.

TROISIÈME LEÇON

Sommaire. — Considérations philosophiques sur l'ensemble de la science mathématique.

La mathématique est la science la plus ancienne et la plus parfaite; cependant l'idée qu'on doit s'en former n'est pas encore bien déterminée : le nom multiple, par lequel on la désigne, indique le défaut d'unité de son caractère philosophique.

Pour se former une juste idée de l'objet de la science mathématique, on peut partir de la définition vague qu'on en donne ordinairement, en disant qu'elle est la *science des grandeurs*, ou la *science qui a pour but la mesure des grandeurs*. L'idée est juste au fond; mais elle a besoin d'acquérir plus de précision.

La question de *mesurer* une grandeur ne présente à l'esprit d'autre idée que celle de la simple comparaison de cette grandeur avec une grandeur semblable, supposée connue, qu'on prend pour *unité*. Ainsi, quand on se borne à définir les mathématiques comme ayant pour objet la mesure des grandeurs, on en donne une idée fort imparfaite. Néanmoins cette définition n'a d'autre défaut que celui de n'être pas suffisamment approfondie et, par là, elle ne fait nullement concevoir la nature de la science.

Il faut d'abord remarquer que la mesure *directe* d'une grandeur, par la superposition, ou par quelque procédé semblable, est le plus souvent une opération impossible.

On comprendra l'exactitude de cette observation en se

bornant au cas le plus facile, celui de la mesure d'une ligne droite par une autre ligne droite. La première et la plus grossière des conditions, celle de pouvoir parcourir la ligne d'un bout à l'autre, pour porter successivement l'unité dans toute son étendue, exclut la majeure partie des distances qui nous intéressent le plus. D'abord toutes les distances des différents corps célestes entre eux, celle de la terre à quelque autre corps céleste, et ensuite la plupart des distances terrestres, qui sont si fréquemment inaccessibles. Quand cette dernière condition est remplie, il faut encore que la longueur ne soit ni trop grande, ni trop petite; il faut qu'elle soit convenablement située.

Ce que je viens d'établir, relativement aux lignes, se conçoit, à plus forte raison, des surfaces, des volumes, des vitesses, des temps, des forces et, en général, de toutes les grandeurs susceptibles d'appréciation exacte. Nous devons regarder, comme suffisamment constatée, l'impossibilité de déterminer, en les mesurant directement, la plupart des grandeurs que nous désirons connaître. C'est ce fait général qui nécessite la formation de la science mathématique.

La méthode qu'on emploie constamment consiste à rattacher les grandeurs, qui ne sont pas directement mesurables, à d'autres qui sont susceptibles d'être déterminées directement, et d'après lesquelles on parvient à découvrir les premières au moyen des relations qui existent entre les unes et les autres. Tel est l'objet précis de l'ensemble de la science mathématique.

La définition exacte de cette science consiste donc à dire qu'on s'y propose constamment de *déterminer les grandeurs les unes par les autres, d'après les relations précises qui existent entre elles.*

La définition, à laquelle nous venons d'être conduits,

s'applique à toute science ; car chacune a pour but de déterminer des phénomènes les uns par les autres, d'après les relations qui existent entre eux. Toute *science* consiste dans la coordination des faits. Si les diverses observations étaient isolées, il n'y aurait pas de science. La *science* dispense de toute observation directe, autant que le comportent les divers phénomènes, et permet de déduire du plus petit nombre de données le plus grand nombre de résultats. La science mathématique pousse au plus haut degré, sur les sujets de son ressort, le même genre de recherches que poursuit chaque science à des degrés plus ou moins inférieurs.

C'est donc seulement par l'étude des mathématiques qu'on peut se faire une idée juste de ce qu'est une *science*. Toute éducation scientifique, qui ne commence pas par une telle étude, pèche par la base.

Nous devons maintenant considérer la division fondamentale de la science mathématique. Les divisions secondaires seront examinées dans la leçon suivante.

La solution complète de toute question mathématique se décompose en deux parties. Il faut d'abord parvenir à connaître les relations qui existent entre les quantités que l'on considère. Ce premier ordre de recherches constitue ce que j'appelle la partie *concrète* de la solution, qui se réduit ensuite à une pure question de nombres, consistant à déterminer des nombres inconnus, lorsqu'on sait quelle relation précise les lie à des nombres connus. C'est ce que je nomme la partie *abstraite* de la solution. La mathématique se divise donc en deux sciences : la mathématique abstraite et la mathématique concrète.

Les deux parties de chaque question sont distinctes par l'objet que l'esprit s'y propose et par la nature des recherches dont elles sont composées.

La première doit porter le nom de *concrète;* car elle dépend du genre des phénomènes considérés. Elle varie lorsqu'on envisage de nouveaux phénomènes. La seconde, au contraire, est indépendante de la nature des objets examinés. Elle porte seulement sur les relations numériques que ces objets présentent, ce qui doit la faire appeler *abstraite.*

La mathématique concrète a un caractère philosophique expérimental, physique, phénoménal, tandis que le caractère de la mathématique abstraite est purement logique. La partie concrète de toute question mathématique est fondée sur la considération du monde extérieur, et ne saurait jamais, quelle que puisse être la part du raisonnement, se résoudre par une simple suite de combinaisons intellectuelles. La partie abstraite, au contraire, ne peut consister que dans une série de déductions, plus ou moins prolongée.

Pour terminer l'exposé de cette division, il ne nous reste plus qu'à circonscrire chacune des deux grandes sections de la science mathématique.

La *mathématique concrète*, ayant pour objet de découvrir les *équations* des phénomènes, semblerait devoir se composer d'autant de sciences distinctes qu'il existe de catégories phénoménales. Mais il n'y a que deux grandes catégories dont on connaisse constamment les équations : ce sont celles des phénomènes géométriques et des phénomènes mécaniques. Ainsi, la partie concrète des mathématiques se compose de la géométrie et de la mécanique.

Cela suffit pour lui donner un caractère complet d'universalité logique, quand on considère les phéno mènes au point de vue le plus élevé de la philosophie. En effet, si toutes les parties de l'univers étaient conçues

comme immobiles, il n'y aurait à observer que des phénomènes géométriques, puisque tout se réduirait à des relations de forme, de grandeur et de situation. Si l'on a égard aux mouvements qui s'y exécutent, il y a lieu de considérer des phénomènes mécaniques. Ainsi la géométrie et la mécanique constituent les deux sciences fondamentales, en ce sens que tous les effets naturels peuvent être conçus comme des résultats nécessaires des lois de l'étendue, ou des lois du mouvement.

La *mathématique abstraite* se compose de ce qu'on appelle le *calcul*, qui embrasse depuis les opérations numériques les plus simples jusqu'aux plus sublimes combinaisons de l'analyse transcendante. Le calcul a pour objet propre de résoudre toutes les questions de nombres. Son point de départ est la connaissance de relations précises, c'est-à-dire d'*équations* entre les diverses grandeurs considérées.

Si l'on compare le calcul avec la géométrie et la mécanique, on vérifie les caractères de notre méthode encyclopédique. Les idées analytiques sont plus abstraites, plus générales et plus simples que les idées géométriques ou mécaniques. Au point de vue logique, l'analyse est indépendante de la géométrie et de la mécanique, tandis que celles-ci sont, au contraire, fondées sur la première.

L'analyse mathématique est donc la base de tout le système de nos connaissances positives; elle constitue la première et la plus parfaite de toutes les sciences.

La perfection de l'analyse ne tient pas, comme l'a cru Condillac, à la nature des signes concis et généraux qu'elle emploie comme instruments de raisonnement. En réalité, les grandes conceptions analytiques ont été formées sans le secours des signes algébriques, qui n'ont servi qu'à les exploiter après leur établissement.

La perfection supérieure de la science du calcul tient surtout à l'extrême simplicité des idées qu'elle considère, quels que soient les signes employés.

Notre examen resterait incomplet si, après avoir envisagé l'objet et la composition de la science mathématique, nous n'indiquions pas l'étendue de son domaine.

Au point de vue logique, cette science est universelle; car il n'y a pas de question qui ne puisse être conçue comme consistant à déterminer des quantités les unes par les autres d'après certaines relations et, par conséquent, comme réductible, en dernière analyse, à une simple question de nombres.

On objecterait vainement la division des idées humaines, suivant les deux catégories de Kant, la quantité et la qualité. La conception de Descartes sur la relation du concret à l'abstrait en mathématiques a prouvé que toutes les idées de qualité sont réductibles à des idées de quantité. Cette conception, établie par son auteur pour les phénomènes géométriques, a été étendue par ses successeurs aux phénomènes mécaniques; elle vient de l'être, de nos jours, aux phénomènes thermologiques.

Toute question est donc réductible à une pure question de nombres. Mais la difficulté d'effectuer une telle transformation est d'autant plus grande que l'on considère des phénomènes plus compliqués.

En examinant, à ce point de vue, les catégories de phénomènes établies dans la leçon précédente, on trouvera que c'est seulement pour les trois premières, comprenant toute la *physique inorganique,* qu'on peut espérer atteindre un jour ce haut degré de perfection scientifique.

La première condition pour que des phénomènes comportent des lois mathématiques, c'est que les quantités

qu'ils présentent puissent donner lieu à des nombres fixes. La *physique organique* tout entière et les parties les plus compliquées de la physique inorganique sont inaccessibles à notre analyse mathématique, en vertu de l'extrême variabilité numérique des phénomènes correspondants. Toute idée précise de nombres fixes est déplacée dans les phénomènes des corps vivants, quand on veut l'employer autrement que comme moyen de soulager l'attention.

A plus forte raison en est-il de même pour les phénomènes sociaux qui offrent une complication supérieure, et, par suite, une variabilité plus grande.

On ne doit pas cesser néanmoins de concevoir, en thèse philosophique, les phénomènes de tout ordre comme étant soumis à des lois mathématiques, que nous sommes seulement condamnés à ignorer, dans la plupart des cas, à cause de la trop grande complication des phénomènes. Il n'y a, en effet, aucune raison de penser que les phénomènes les plus complexes des corps vivants soient d'une autre nature que les phénomènes les plus simples des corps bruts. Ce qui engendre la variabilité irrégulière des effets, c'est le grand nombre d'agents divers déterminant un même phénomène. Il en résulte que, dans les phénomènes très compliqués, il n'y a peut-être pas deux cas rigoureusement semblables. Ces difficultés se présentent même dans les phénomènes les plus complexes des corps bruts, par exemple, dans les phénomènes météorologiques. On ne peut douter que chacun des nombreux agents qui concourent à leur production ne soit soumis séparément à des lois mathématiques. Mais leur multiplicité rend les effets observés aussi irréguliers que si chaque cause n'était assujettie à aucune condition précise.

Dans les phénomènes les plus spéciaux, les résultats sont tellement variables que nous ne pouvons pas y saisir de valeurs fixes. De plus, quand même nous pourrions connaître un jour la loi mathématique à laquelle est soumis chaque agent pris à part, la combinaison d'un aussi grand nombre de conditions rendrait le problème supérieur à nos faibles moyens. Ce n'est donc pas ainsi qu'on peut faire une étude féconde de la majeure partie des phénomènes.

Pourquoi l'analyse mathématique a-t-elle pu s'adapter avec tant de succès à l'étude des phénomènes célestes? Parce qu'ils sont, malgré les apparences vulgaires, beaucoup plus simples que tous les autres.

Je crois qu'en réduisant aux diverses parties de la physique inorganique l'extension future des applications de l'analyse mathématique, j'ai plutôt exagéré que rétréci son domaine. Autant il importait de rendre sensible l'universalité logique de la science mathématique, autant je devais signaler les conditions qui limitent son extension.

Ainsi, tout en s'efforçant d'agrandir le domaine des mathématiques, on doit reconnaître que les sciences les plus difficiles sont destinées à rester indéfiniment dans cet état préliminaire qui prépare, pour les autres sciences, l'époque où elles deviennent accessibles aux théories mathématiques. Nous devons, pour les phénomènes les plus compliqués, nous contenter d'analyser avec exactitude les circonstances de leur production, de les rattacher les uns aux autres, de connaître le genre d'influence qu'exerce chaque agent principal, mais sans les étudier au point de vue de la quantité.

C'est par les mathématiques que la philosophie positive a commencé à se former; c'est d'elle que nous vient la

méthode. Lorsque la même manière de procéder s'est étendue aux autres sciences, on s'est efforcé d'y introduire l'esprit mathématique à un plus haut degré que ne le comportent les phénomènes correspondants.

QUATRIÈME LEÇON

Sommaire. — **Vue générale de l'analyse mathématique.**

Le but de nos recherches dans la mathématique concrète est la découverte des *équations* qui expriment les lois mathématiques des phénomènes considérés, et ces *équations* constituent le point de départ du calcul.

C'est à tort qu'on donne le nom d'*équation* à toute espèce de relations d'égalité entre deux fonctions quelconques des grandeurs que l'on considère. Car, si toute équation est une relation d'égalité, il n'est pas exact que toute relation d'égalité soit une équation du genre de celles auxquelles les méthodes analytiques sont applicables.

L'idée abstraite qu'on donne de l'*équation* ne correspond pas au sens que les géomètres attachent à cette expression. Il y a là un vice logique qu'il importe de rectifier.

Pour y parvenir, je distingue d'abord deux sortes de fonctions : les fonctions *abstraites*, analytiques, et les fonctions *concrètes*. Les premières peuvent seules entrer dans les *équations*. On peut donc définir toute *équation :* une relation d'égalité entre deux fonctions *abstraites* des grandeurs considérées.

La distinction des fonctions en abstraites et en concrètes peut être établie de deux manières : *à priori*, c'est-à-dire, en caractérisant la nature de chaque espèce de fonctions, et en faisant l'énumération des fonctions abstraites aujourd'hui connues.

En premier lieu, j'appelle *abstraites* les fonctions qui

expriment entre des grandeurs un mode de dépendance qu'on peut concevoir entre des nombres, sans qu'il soit nécessaire d'indiquer aucun phénomène dans lequel ce mode de dépendance se trouve réalisé. Je nomme, au contraire, *concrètes* les fonctions pour lesquelles la relation exprimée ne peut être définie, ni conçue, qu'en assignant un cas physique déterminé, géométrique, mécanique, ou autre.

La plupart des fonctions ont commencé par être *concrètes*. J'indiquerai, par exemple, les puissances qui ne sont devenues des fonctions abstraites que depuis les travaux de Viète et de Descartes.

Les fonctions circulaires, soit directes, soit inverses, sont encore aujourd'hui tantôt concrètes, tantôt abstraites, selon les points de vue auxquels on les envisage.

En second lieu, la question de savoir si une fonction est abstraite et, par là, susceptible d'entrer dans des équations analytiques, va devenir une simple question de fait, puisque nous allons énumérer toutes les fonctions de cette espèce.

Au premier abord, cette énumération semble impossible, parce que les fonctions analytiques distinctes sont en nombre infini. Mais, en les partageant en *simples* et en *composées*, on arrive, pour les premières, à dix fonctions simples qui forment cinq couples, chaque fonction étant accouplée avec son inverse :

1er Couple. Fonction *somme* ou *différence*.

2e Couple. Fonction *produit* ou *quotient*.

3e Couple. Fonction *puissance* ou *racine*.

4e Couple. Fonction *exponentielle* ou *logarithmique*.

5e Couple. Fonction *circulaire directe* ou *circulaire inverse*.

Tels sont les éléments de toutes les fonctions abstraites

aujourd'hui connues. Ils suffisent pour donner lieu à un nombre infini de combinaisons analytiques.

Nos éléments sont plus nombreux qu'ils ne l'étaient pour Descartes, et même pour Newton et Leibniz. Il y a un siècle que les deux derniers couples ont été introduits dans l'analyse par Jean Bernouilli et par Euler. Sans doute on en admettra encore de nouveaux. Mais ils ne seront jamais très multipliés, parce que leur augmentation donne lieu à de grandes difficultés.

Nous pouvons donc nous former maintenant une idée positive de ce que les géomètres entendent par une *équation*. Cette explication est propre à nous faire comprendre combien il doit être difficile d'établir les équations des phénomènes; car on y parvient uniquement, lorsqu'on peut concevoir leurs lois mathématiques à l'aide de fonctions composées des seuls éléments analytiques que je viens d'énumérer. Le problème devient alors *abstrait*, et se réduit à une question de nombres, ces fonctions étant les seules relations simples que nous sachions concevoir entre les nombres considérés en eux-mêmes. Or la difficulté du passage du *concret* à l'*abstrait* consiste surtout dans l'insuffisance de ce très petit nombre d'éléments analytiques au moyen desquels il faut parvenir à se représenter toutes les relations que peuvent manifester les divers phénomènes.

Ces explications déterminent l'objet et le champ de la mathématique abstraite. Je dois maintenant en examiner les divisions.

La science du *calcul* peut d'abord se partager en deux branches principales, que j'appellerai *calcul algébrique*, ou *algèbre*, et *calcul arithmétique*, ou *arithmétique*, en prenant ces expressions dans leur acception logique la plus étendue.



La solution complète de toute question de *calcul* se compose de deux parties distinctes. Dans la première, on a pour objet de transformer les équations proposées de façon à mettre en évidence le mode de formation des quantités inconnues par les quantités connues, c'est ce qui constitue la question *algébrique*. Dans la seconde, on se propose d'évaluer les *formules* ainsi obtenues, c'est-à-dire de déterminer la valeur des nombres cherchés, représentés déjà par certaines fonctions explicites des nombres donnés. Telle est la question *arithmétique*. Ainsi, le terme de la partie algébrique devient le point de départ de la partie arithmétique.

Le calcul *algébrique* et le calcul *arithmétique* diffèrent donc par le but qu'on s'y propose. Ils ne diffèrent pas moins par le point de vue auquel on y considère les quantités. Dans le premier, on envisage leurs relations et, dans le second, leurs valeurs.

L'*algèbre* a pour objet la résolution des équations, ce qui signifie la transformation des fonctions *implicites* en fonctions *explicites* équivalentes. L'*arithmétique* est destinée à l'*évaluation* des fonctions. Je dirai désormais, pour éviter les périphrases, que l'*algèbre* est le *calcul des fonctions;* et l'*arithmétique*, le *calcul des valeurs*.

Après avoir établi la division du *calcul* en deux branches principales, je dois comparer l'étendue, l'importance et la difficulté de ces deux sortes de calculs, afin de n'avoir plus à considérer que le *calcul* des *fonctions*, qui doit être le sujet essentiel de notre étude.

Le *calcul des valeurs*, ou l'*arithmétique*, paraît, au premier abord, devoir présenter un champ aussi vaste que celui de l'*algèbre*. Mais une simple réflexion suffit pour montrer que le domaine du calcul des valeurs est bien moins étendu. Car les fonctions étant divisées en *simple*

et en *composées*, il est évident que, si l'on sait *évaluer* les fonctions simples, les fonctions composées ne présentent plus, à cet égard, aucune difficulté. Au point de vue algébrique, une fonction composée joue un rôle très différent de celui des fonctions élémentaires qui la constituent, et c'est de là que naissent les principales difficultés. Le nombre des opérations arithmétiques est marqué par celui des fonctions abstraites dont j'ai présenté le tableau. L'évaluation de ces dix fonctions donne celle de toutes les fonctions de l'analyse mathématique. Le champ de l'*arithmétique* est donc très restreint, tandis que celui de l'algèbre est indéfini.

Cependant le *calcul des valeurs* est plus étendu qu'on ne se le représente; car plusieurs questions arithmétiques ne sont pas ordinairement classées comme telles, ainsi la construction d'une table de logarithmes et le calcul des tables trigonométriques. Il en est de même de tous les procédés par lesquels on détermine la valeur d'une fonction pour chaque système particulier de valeurs attribuées aux quantités dont elle dépend, lorsqu'on ne peut parvenir à connaître la forme explicite de cette fonction. La résolution *numérique* des équations, qu'on ne sait pas résoudre algébriquement, et le calcul des intégrales définies, dont on ignore les intégrales générales, font réellement partie du domaine de *l'arithmétique*.

On doit y comprendre aussi les *théories des nombres*. Cette branche de la science a pour objet de découvrir les propriétés inhérentes aux différents nombres en vertu de leurs valeurs, et indépendamment de toute numération particulière. Elle constitue donc une sorte *d'arithmétique transcendante*.

En cherchant à déterminer exactement en quoi consistent les *évaluations*, on reconnaît qu'elles sont de simples



transformations des fonctions à évaluer. Ces transformations, malgré leur but spécial, sont de même nature que toutes celles de l'analyse. A ce point de vue, le *calcul des valeurs* pourrait être conçu comme un appendice et une application du *calcul des fonctions*.

La mathématique abstraite se compose donc essentiellement du *calcul des fonctions*, dont je vais examiner la division.

Nous avons déjà indiqué en quoi consiste la difficulté qu'on éprouve à mettre en équation les questions mathématiques.

Puisque le principal obstacle vient du petit nombre des éléments analytiques, tout semblerait se réduire à en créer de nouveaux. Mais ce parti est illusoire.

En effet, la création d'une nouvelle fonction abstraite, élémentaire, présente les plus grandes difficultés. L'introduction, dans l'analyse, d'un nouveau couple de fonctions suppose la création simultanée d'une nouvelle opération arithmétique; ce qui est fort difficile.

Ce premier moyen étant écarté, il en reste un seul : l'impossibilité de trouver directement les équations entre les quantités que l'on considère étant reconnue, on est amené à en chercher de correspondantes entre d'autres quantités auxiliaires, liées aux premières suivant une certaine loi déterminée, et de la relation desquelles on remonte à celle des grandeurs primitives.

Cette conception féconde constitue *l'analyse* dite *transcendante*. C'est le plus admirable instrument pour l'exploration mathématique des phénomènes.

Les quantités auxiliaires que l'on introduit pourraient dériver suivant une loi quelconque des éléments immédiats de la question. Cette conception a beaucoup plus de portée que ne lui en ont supposé les plus profonds géo-

mètres eux-mêmes. Il importe de se la représenter dans toute son étendue logique; car, c'est peut-être en établissant un mode général de *dérivation* autre que celui auquel on s'est borné jusqu'ici, qu'on parviendra un jour à perfectionner l'ensemble de l'analyse mathématique, et à fonder, pour l'investigation des lois de la nature, des moyens encore plus puissants que les procédés actuels.

Les quantités introduites dans l'*analyse transcendante* sont les éléments *infiniment petits*, les *différentielles* de divers ordres de ces quantités, si l'on conçoit cette analyse à la manière de Leibniz. Ce sont les *fluxions*, les *limites* des rapports des accroissements simultanés des quantités primitives comparées les unes aux autres, ou, plus brièvement, les *premières* et *dernières raisons* de ces accroissements, en adoptant la conception de Newton. Ce sont enfin les *dérivées* proprement dites de ces quantités, c'est-à-dire les coefficients des différents termes de leurs accroissements respectifs, d'après la conception de Lagrange. Ces trois manières d'envisager notre analyse transcendante sont identiques, soit dans le calcul, soit dans l'application.

Ce n'est pas ici le lieu d'expliquer comment ces quantités auxiliaires facilitent l'expression analytique des lois des phénomènes. La sixième leçon sera consacrée à ce sujet. Je me borne à en déduire la division du *calcul des fonctions* en deux calculs distincts.

L'analyse transcendante se présente comme étant nécessairement la première, puisqu'elle a pour but de faciliter l'établissement des équations, qui doit en précéder la *résolution* proprement dite, objet de l'analyse ordinaire. Mais, quoiqu'il importe de concevoir ainsi l'enchaînement de ces deux analyses, il n'est pas moins convenable de n'étudier l'analyse transcendante qu'en second lieu, parce que

son emploi ayant toujours besoin d'être complété par celui de l'analyse ordinaire, on serait contraint de laisser les questions en suspens, si celles-ci n'avaient pas été étudiées préalablement.

En résumé, le *calcul des fonctions*, ou *l'algèbre*, se compose de deux branches distinctes : la première porte le nom *d'analyse ordinaire*, ou *algèbre* proprement dite; la seconde constitue *l'analyse transcendante* qui a été désignée sous les noms de *calcul infinitésimal*, de *calcul des fluxions et des fluentes*, de *calcul des évanouissants*. Je propose de désigner ces deux divisions sous les noms de *calcul des fonctions directes* et de *calcul des fonctions indirectes*.

CINQUIÈME LEÇON

Sommaire. — Considérations générales sur le calcul des fonctions directes.

L'objet de ce calcul est la *résolution* des *équations*, c'est-à dire la découverte du mode de formation des quantités inconnues par les quantités connues, d'après les *équations* qui existent entre elles. Le calcul des fonctions directes présente autant de parties différentes que l'on peut concevoir de classes d'équations distinctes. Par conséquent son étendue est indéfinie; car le nombre des fonctions analytiques, susceptibles d'entrer dans les équations, est illimité, bien que ces fonctions soient composées seulement d'un très petit nombre d'éléments primitifs.

La classification des équations est déterminée par la nature des éléments analytiques dont se composent leurs membres.

Les équations à une ou à plusieurs variables sont divisées en deux classes principales, selon qu'elles ne contiennent que des fonctions des trois premiers couples, ou qu'elles renferment aussi des fonctions, soit exponentielles, soit circulaires, Ces deux groupes d'éléments analytiques sont désignés sous les noms de fonctions *algébriques* et de fonctions *transcendantes*. L'étude de dernières est si imparfaite que la résolution des plus simples d'entre elles est encore inconnue. Aussi les méthodes analytiques portent-elles presque exclusivement sur les fonctions algébriques.

Si les équations *algébriques* contiennent des fonctions *irrationnelles* des inconnues, aussi bien que des fonctions rationnelles, on pourra toujours, au moyen de transformations, faire rentrer le premier cas dans le second.

Dans l'enfance de l'*algèbre*, les équations avaient été classées d'après le nombre de leurs termes. Cette classification était vicieuse, parce qu'elle séparait des cas semblables, et en réunissait d'autres qui n'avaient de commun qu'un caractère sans importance. Elle a été maintenue uniquement pour les équations à deux termes, susceptibles d'une résolution commune qui leur est propre.

La classification des équations d'après leurs *degrés* est universellement admise. Cette classification est naturelle; car on peut dire que cette distinction détermine la difficulté plus ou moins grande de la *résolution* des équations. On peut s'en rendre compte, indépendamment du fait de la résolution. En effet, l'équation la plus générale de chaque degré comprend toutes celles des degrés inférieurs. Il doit donc en être ainsi de la formule qui détermine l'inconnue. Par conséquent, quelque faible qu'on puisse supposer *à priori* la difficulté propre au *degré* que l'on considère, elle se complique dans l'exécution de celles que présentent tous les *degrés* précédents, et, par suite, la résolution offre réellement plus d'obstacles à mesure que le degré de l'équation s'élève.

Cet accroissement de difficulté est tel que la résolution des équations algébriques est connue seulement dans les quatre premiers degrés. L'algèbre n'a pas fait de grands progrès, dans ce sens, depuis les travaux de Descartes. L'équation générale du cinquième degré a résisté jusqu'ici à toutes les tentatives.

On a renoncé à poursuivre ces recherches à cause de la

complication que présentent les formules pour résoudre les équations, à mesure que le degré augmente, et à cause de l'embarras qu'occasionne déjà l'usage de la formule du quatrième degré. La seule question importante, du moins au point de vue logique, ce serait la résolution générale des équations algébriques d'un degré quelconque. Or, plus on médite sur ce sujet, plus on est conduit à penser, avec Lagrange, qu'il surpasse la portée de notre intelligence.

En supposant obtenue la résolution des équations *algébriques* d'un degré quelconque, on n'aurait encore traité qu'une très petite partie de l'algèbre. L'esprit humain étant plus apte à imaginer qu'à raisonner, nous resterons toujours au-dessous de la difficulté. Ainsi, quand même on découvrirait un jour la résolution complète de toutes les équations analytiques, ce qui est chimérique, il est probable qu'avant d'atteindre ce but, et même comme moyen subsidiaire, on aurait conçu de nouveaux éléments analytiques, donnant lieu à des classes d'équations ignorées aujourd'hui. La même imperfection relative de la science algébrique se reproduirait donc encore, malgré l'accroissement de nos connaissances.

Actuellement la résolution complète des équations des quatres premiers degrés, des équations binômes quelconques, de certaines équations spéciales des degrés supérieurs et d'un très petit nombre d'équations exponentielles, logarithmiques, ou circulaires, constitue les méthodes du calcul des fonctions directes pour la solution des problèmes mathématiques. Les perfectionnements introduits depuis un siècle ont eu pour caractère d'utiliser à un degré immense ce peu de connaissances.

L'imperfection de l'algèbre, relativement à la résolution des équations, a déterminé les analystes à s'occuper de

leur *résolution numérique*. Ne pouvant obtenir la *formule*, on a cherché, à défaut de cette résolution, la seule réellement *algébrique*, à déterminer la *valeur* de chaque inconnue pour tel ou tel système de valeurs particulières, attribuées aux données. Cette opération incomplète et bâtarde, qui présente un mélange de questions algébriques et de questions arithmétiques, a été obtenue dans tous les cas pour des équations d'un degré et même d'une forme quelconques. A cet égard, les méthodes sont générales, quoique les calculs soient souvent presque inexécutables, à cause de leur complication Il ne reste qu'à simplifier les procédés.

Cette ressource constitue une algèbre fort imparfaite. On ne peut pas réduire toutes les questions mathématiques à ne dépendre que de la résolution *numérique* des équations.

La résolution numérique offre le grave inconvénient d'obliger à refaire toute la suite des opérations pour le plus léger changement qui peut survenir dans une seule des quantités considérées, quoique leur relation reste toujours la même. Les calculs faits pour un cas ne peuvent dispenser de ceux qui concernent un cas très peu différent.

Le calcul des fonctions directes se divise en deux parties, suivant qu'on traite de la résolution algébrique des équations, ou de leur résolution *numérique*. Il est nécessaire de distinguer ces deux parties, à cause du but différent qu'on s'y propose et, par suite, du point de vue auquel on considère les quantités. De plus, les méthodes sont différentes. En effet, la première partie doit se diviser d'après la nature des équations, et indépendamment des *valeurs* des inconnues. Dans la seconde partie, au contraire, les procédés ne se distinguent pas

d'après les degrés des équations, mais d'après l'espèce numérique des *valeurs* des inconnues. La distinction, si importante dans la résolution numérique, des racines incommensurables et des racines commensurables est insignifiante dans la résolution algébrique, où la nature *rationnelle* ou *irrationnelle* des nombres obtenus n'exerce aucune influence sur les procédés employés. On peut en dire autant de la distinction des racines commensurables en entières et en fractionnaires. Enfin il en est de même de la classification des racines en *réelles* et en *imaginaires*.

Ces deux parties du calcul des fonctions directes sont dominées par une troisième, qui est purement spéculative, et à laquelle l'une et l'autre empruntent leurs plus puissantes ressources. Cette troisième partie a été désignée par le nom de *théorie des équations*, quoiqu'elle porte uniquement sur les équations dites *algébriques*. La résolution numérique des équations, à cause de sa généralité, exige spécialement cette base rationnelle.

Cette dernière branche de l'algèbre se divise en deux ordres de questions : d'abord celles qui se rapportent à la composition des équations, et ensuite celles qui concernent leur transformation. Ces dernières ont pour objet de modifier les racines d'une équation sans les connaître, suivant une loi donnée, pourvu que cette loi soit uniforme relativement à toutes ces racines.

Pour compléter l'énumération des diverses parties du calcul des fonctions directes, je dois mentionner celle qui est relative à la transformation des fonctions en séries, à l'aide de la méthode des coefficients indéterminés. Cette méthode, qui est une des plus remarquables découvertes de Descartes, a perdu son importance depuis l'invention du calcul infinitésimal, dont elle pouvait tenir lieu dans certains cas. Mais l'extension de l'analyse trans-

cendante, tout en ayant rendu cette méthode moins nécessaire, en a multiplié les applications et agrandi les ressources. L'usage de la méthode des coefficients indéterminés est donc devenu plus étendu qu'il ne l'était avant la formation du calcul des fonctions indirectes.

Il me reste à examiner les points principaux du calcul des fonctions directes.

Les difficultés relatives à plusieurs symboles auxquels conduisent les calculs algébriques, et notamment aux expressions *imaginaires*, ont été exagérées. On s'est efforcé d'introduire des considérations métaphysiques, au lieu d'envisager ces résultats anormaux comme de simples faits analytiques. L'esprit de l'analyse mathématique consiste à considérer les grandeurs au point de vue de leurs relations, et indépendamment de toute idée de valeur déterminée. Les analystes sont donc obligés d'admettre indifféremment toutes les expressions que peuvent engendrer les combinaisons algébriques. S'ils voulaient s'en interdire une seule, en raison de sa singularité apparente, ils altéreraient la généralité de leurs conceptions. L'embarras que l'intelligence éprouve au sujet de ces expressions singulières provient d'une confusion vicieuse entre l'idée de *fonction* et l'idée de *valeur*, ou entre le point de vue algébrique et le point de vue arithmétique.

Les quantités négatives ont donné lieu à des discussions dépourvues de tout fondement rationnel et de toute utilité scientifique. Au point de vue analytique, on a presque toujours confondu leur signification abstraite et leur interprétation concrète. La théorie abstraite des quantités négatives peut être complètement établie par une vue algébrique. La nécessité d'admettre ce genre de résultats dérive des considérations précédentes. Leur emploi comme artifice analytique pour rendre les for-

mules plus étendues ne peut donner lieu à aucune difficulté sérieuse. Ainsi la théorie abstraite des quantités négatives est satisfaisante ; mais il n'en est pas de même de leur théorie concrète.

Cette dernière théorie consiste dans l'admirable propriété des signes *plus* et *moins* de représenter analytiquement les oppositions de sens dont certaines grandeurs sont susceptibles. Ce théorème sur les relations du concret à l'abstrait en mathématique est une des plus belles découvertes de Descartes, découverte qui a été obtenue comme un simple résultat de l'observation philosophique, convenablement dirigée. Un grand nombre de géomètres ont en vain tenté de démontrer directement le même théorème. Ces tentatives vicieuses ont introduit une telle confusion qu'il devient nécessaire d'énoncer clairement le fait général : si, dans une équation quelconque, exprimant la relation de certaines quantités susceptibles d'opposition de sens, une ou plusieurs de ces quantités viennent à être comptées dans un sens contraire à celui qu'elles avaient dans l'équation primitive, il n'est pas nécessaire de former une nouvelle équation. Il suffit de changer, dans la première, le signe de chaque quantité qui a changé de sens. L'équation ainsi modifiée coïncide toujours avec celle qu'on aurait trouvée en cherchant, pour ce nouveau cas, la loi analytique du phénomène. Le théorème consiste dans cette coïncidence, dont on n'a pu se rendre compte directement, mais dont on s'est assuré par un assez grand nombre de vérifications géométriques et mécaniques, pour n'en pouvoir plus contester l'exactitude, ni la généralité. L'étendue de ce théorème fait comprendre la difficulté de cette recherche infructueuse et le perfectionnement probable de la science mathématique par la conception générale de cette grande vérité.

Le principe de l'*homogénéité* constitue un second théorème sur la relation du concret à l'abstrait en mathématique. Il mérite toute notre attention. En effet, il est encore plus étendu, puisqu'il s'applique à tous les phénomènes. Je puis en exposer une démonstration directe qui est fondée sur cette seule observation, évidente par elle-même : l'exactitude de toute relation entre des grandeurs concrètes quelconques est indépendante de la valeur des *unités* auxquelles on les rapporte pour les exprimer en nombres. Par exemple, la relation qui existe entre les trois côtés d'un triangle rectangle a lieu, soit qu'on les évalue en mètres, ou en lieues, ou en pouces, etc.

Il résulte de cette considération que toute équation, qui exprime la loi analytique d'un phénomène, ne doit nullement être altérée, quand on fait subir simultanément, à toutes les quantités qui s'y trouvent, le changement correspondant à celui qu'éprouveraient leurs unités respectives. C'est dans cette propriété que consiste la loi de l'homogénéité, suivant son acception la plus étendue, c'est-à-dire de quelques fonctions analytiques que les équations soient composées.

Afin de traiter complétement ce sujet, il importe d'observer une condition essentielle, à laquelle on devra avoir égard, en appliquant cette propriété, lorsque le phénomène, exprimé par l'équation, présentera des grandeurs de natures diverses. En effet, il pourra arriver que les unités respectives soient indépendantes les unes des autres, et alors le théorème de l'homogénéité aura lieu, soit par rapport à toutes les classes correspondantes des quantités, soit qu'on ne veuille considérer qu'une seule ou plusieurs d'entre elles. Mais il arrivera, dans d'autres occasions, que les diverses unités auront entre elles des relations déterminées par la nature de la question. Alors

il faudra avoir égard à cette subordination des unités dans la vérification de l'homogénéité, qui n'existera plus en un sens purement algébrique, et dont le mode précis variera suivant le genre des phénomènes : si, par exemple, dans l'expression analytique des phénomènes géométriques, on considère à la fois des lignes, des aires et des volumes, il faudra remarquer que les trois unités correspondantes sont nécessairement liées entre elles. C'est avec une telle modification que l'homogénéité existera dans les équations, où l'on devra alors, si elles sont *algébriques*, estimer le degré de chaque terme, en doublant les exposants des facteurs qui correspondent à des aires, et en triplant ceux des facteurs qui sont relatifs à des volumes.

SIXIÈME LEÇON

Sommaire. — Exposition comparative des divers points de vue généraux auxquels on peut envisager le calcul des fonctions indirectes.

On peut les réduire à trois principaux : ceux de Leibniz, de Newton et de Lagrange, dont tous les autres ne sont que des modifications secondaires. Chacun offre des avantages et des inconvénients ; il n'a pas encore été possible de réunir ces trois conceptions en une seule, ayant les avantages particuliers à chacune d'elles, sans en présenter les inconvénients. Quand ce résultat sera atteint, l'état actuel ne présentera plus qu'un simple intérêt historique; jusqu'à cette époque, on ne pourra pas se dispenser de la considération simultanée des trois modes généraux, propres au calcul des fonctions indirectes. La création toute récente de cette partie de la science mathématique explique son peu d'avancement.

Le germe de cette idée se trouve dans le procédé des géomètres grecs, connu sous le nom de *méthode d'exhaustion*, pour passer des lignes droites aux lignes courbes. La ligne courbe y est considérée comme la limite d'un polygone inscrit ou circonscrit, substitué à la courbe elle-même; mais il ne faut pas s'exagérer l'importance de cette première donnée : car les anciens n'avaient aucun moyen rationnel et général pour déterminer les limites; le calcul ne pouvait en aucun cas être appliqué. Il restait donc à généraliser cette conception, en la considérant

d'une manière abstraite, et à la réduire en calcul. La première tentative de ce genre remonte à notre grand géomètre Fermat, dans sa méthode pour la détermination des *maxima* et des *minima*, et pour la recherche des tangentes, qui consistait à introduire la considération auxiliaire des accroissements corrélatifs des variables proposées, accroissements supprimés ensuite comme nuls, quand les équations avaient subi certaines transformations. Cette analyse était loin d'être régulièrement formée en un calcul général et distinct. C'est ce qu'a fait Leibniz, un demi-siècle plus tard, après quelques modifications intermédiaires, apportées par Wallis et Barrow. C'est le véritable créateur de l'analyse transcendante. Cette découverte capitale était tellement mûre, comme toutes les grandes conceptions de l'esprit humain au moment de leur manifestation, que Newton était parvenu, en même temps, à une méthode équivalente par des considérations très différentes. Enfin Lagrange a réussi plus tard à écarter les considérations hétérogènes qui avaient guidé Leibniz et Newton, et à réduire l'analyse transcendante à un système purement algébrique.

Voici l'exposition dogmatique de ces trois conceptions.

Celle de Leibniz consiste à introduire dans le calcul, pour faciliter l'établissement des équations, les éléments infiniment petits, dont on considère comme composées les quantités entre lesquelles on cherche des relations. Ces éléments ou *différentielles* ont entre eux des relations plus simples et plus faciles à découvrir que celles des quantités primitives. C'est au moyen de ces relations qu'on peut, par un calcul spécial destiné à éliminer ces infinitésimales auxiliaires, remonter aux équations cherchées, qu'il eût été le plus souvent impossible d'obtenir directement. En continuant le même artifice général, on

obtient les *différentielles secondes*, et ainsi de suite ; la même transformation pouvant être répétée un nombre quelconque de fois, à la condition d'éliminer finalement le nombre de plus en plus grand des quantités infinitésimales, introduites comme auxiliaires.

L'esprit de l'analyse infinitésimale consiste à négliger constamment les quantités infiniment petites à l'égard des quantités finies, et généralement, les infiniment petits d'un ordre quelconque par rapport à ceux d'un ordre inférieur. On conçoit immédiatement combien une telle faculté doit faciliter la formation des équations entre les différentielles des quantités, puisque, au lieu de ces différentielles, on pourra substituer tels autres éléments que l'on voudra et qui seraient plus simples à considérer, en se conformant à cette seule condition que les nouveaux éléments ne diffèrent des précédents que de quantités infiniment petites par rapport à eux. C'est ainsi qu'il sera possible, en géométrie, de traiter les lignes courbes comme composées d'une infinité d'éléments rectilignes, les surfaces courbes comme formées d'éléments plans et, en mécanique, les mouvements variés, comme une suite infinie de mouvements uniformes, se succédant à des intervalles de temps infiniment petits.

La conception de Leibniz, qui constitue la plus haute pensée à laquelle l'esprit humain se soit jamais élevé, était indispensable pour achever de fonder la science mathématique et permettre d'établir, d'une manière large et féconde, la relation du concret à l'abstrait. C'est le complément de l'idée de Descartes sur la représentation analytique des phénomènes naturels et leur réduction à de pures difficultés d'analyse. Cette idée n'a commencé à être appréciée et exploitée que depuis la formation de l'analyse infinitésimale.

D'après ce qui précède, la première propriété de l'analyse transcendante, c'est de faciliter la recherche des lois mathématiques de tous les phénomènes.

La seconde propriété remarquable consiste dans l'extrême généralité des formules différentielles qui expriment en une seule équation chaque phénomène déterminé, quelque variés que puissent être les sujets dans lesquels on le considère. Ainsi une seule équation différentielle donne les tangentes à toutes les courbes : une autre, leurs rectifications ; une troisième, leurs quadratures ; une formule invariable exprime la loi mathématique de tout mouvement varié ; une équation unique représente la répartition de la chaleur dans un corps et pour un cas quelconques. C'est ainsi qu'une science immense, comme la géométrie ou la mécanique, a pu se trouver condensée en un petit nombre de formules analytiques, d'où l'esprit humain peut déduire la solution de tous les problèmes particuliers.

Pour terminer l'exposé de la conception de Leibniz, il reste à considérer la démonstration du procédé logique auquel elle conduit ; ce qui constitue malheureusement la partie la plus imparfaite de cette méthode.

Dans les premiers temps, les plus illustres géomètres, tels que les deux frères Bernouilli, se contentèrent de répondre à toutes les objections par la solution inespérée des problèmes les plus difficiles, persuadés, sans doute, contrairement aux habitudes ordinaires, que, dans la science mathématique bien plus que dans toute autre, on peut accueillir avec hardiesse les nouveaux moyens, même quand ils ne sont pas parfaitement rationnels, pourvu qu'ils soient féconds, puisque, les vérifications étant bien plus faciles et plus multipliées, l'erreur ne saurait demeurer longtemps inaperçue.



Néanmoins il était nécessaire de constater l'exactitude rigoureuse des procédés employés, malgré les infractions apparentes aux règles ordinaires du raisonnement. Leibniz avait présenté une explication erronée, en disant qu'il traitait les infiniment petits comme des *incomparables*, et qu'il les négligeait par rapport aux quantités finies *comme des grains de sable par rapport à la mer* : ce qui réduirait son analyse à n'être plus qu'un simple calcul d'approximation. Un géomètre recommandable, Carnot, présenta enfin l'explication logique de la méthode de Leibniz, en montrant que cette méthode est fondée sur le principe de la compensation des erreurs.

Newton a présenté successivement, sous plusieurs formes différentes, sa manière propre de concevoir l'analyse transcendante. Celle qui est aujourd'hui adoptée, du moins par les géomètres du continent, a été désignée par Newton, tantôt sous le nom de *méthode des premières et dernières raisons*, tantôt sous celui de *méthode des limites* qu'on emploie plus fréquemment.

A ce point de vue, l'esprit général de l'analyse transcendante consiste à introduire comme auxiliaires, à la place des quantités primitives ou concurremment avec elles, pour faciliter l'établissement des équations, les limites des rapports des accroissements simultanés de ces quantités ou, en d'autres termes, les dernières raisons de ces accroissements, limites ou dernières raisons qu'on peut aisément montrer comme ayant une valeur déterminée et finie. Un calcul spécial, qui est l'équivalent du calcul infinitésimal, permet de s'élever ensuite, des équations entre ces limites, aux équations correspondantes entre les quantités primitives.

La faculté, que présente une telle analyse d'exprimer plus aisément les lois mathématiques des phénomènes,

tient, en général, à ce que le calcul portant, non sur les accroissements mêmes des quantités proposées, mais sur les limites des rapports de ces accroissements, on peut toujours substituer à chaque accroissement toute autre grandeur plus simple à considérer, pourvu que leur dernière raison soit la raison d'égalité, ou, en d'autres termes, que la limite de leur rapport soit l'unité. Il est clair, en effet, que le calcul des limites ne saurait être nullement altéré par cette substitution. En partant de ce principe, on retrouve à peu près l'équivalent des facilités offertes par l'analyse de Leibniz, qui sont seulement conçues à un autre point de vue; ainsi les courbes sont envisagées comme les limites d'une suite de polygones rectilignes; les mouvements variés, comme celles d'un ensemble de mouvements uniformes de plus en plus rapprochés, etc. Telle est essentiellement la conception que Newton s'était formée pour l'analyse transcendante ou, plus exactement, celle que Maclaurin et d'Alembert ont présentée comme la base la plus rationnelle de cette analyse, en cherchant à fixer et à coordonner les idées de Newton à ce sujet.

Voici néanmoins une autre forme sous laquelle Newton a présenté cette même méthode et qui est adoptée par les géomètres anglais : c'est le calcul des *fluxions* et des *fluentes*, qui est fondé sur la notion générale des *vitesses*.

Toute courbe est considérée comme engendrée par un point animé d'un mouvement varié, suivant une loi quelconque. L'abscisse, l'ordonnée, l'aire, etc., sont envisagées comme simultanément produites par degrés successifs, pendant ce mouvement; la *vitesse*, avec laquelle chacune d'elles a été décrite, est dite la *fluxion* de cette quantité qui, en sens inverse, en est nommée la *fluente*. Dès lors, l'analyse transcendante consiste, dans cette conception, à former immédiatement les équations

entre les fluxions des quantités proposées, pour en déduire ensuite, par un calcul spécial, les équations entre les fluentes.

En considérant le mouvement comme uniforme dans le sens de l'abscisse, sa fluxion est constante comme l'élément du temps et, dans ce cas, les fluxions de l'ordonnée, de l'arc, de l'aire, etc., ne sont autre chose, en faisant disparaître la considération intermédiaire du temps, que les limites des accroissements de ces diverses quantités, comparés à celui de l'abscisse. Ce n'est donc qu'une manière de se représenter mécaniquement la méthode des limites, qui seule est réductible en calcul.

La conception de Lagrange consiste à regarder l'analyse transcendante comme un grand artifice algébrique, d'après lequel, pour faciliter l'établissement des équations, on introduit, au lieu des fonctions primitives ou avec elles, leurs fonctions *dérivées*, c'est-à-dire le coefficient du premier terme de l'accroissement de chaque fonction, ordonné suivant les puissances ascendantes de l'accroissement de sa variable. Le calcul des fonctions indirectes est toujours destiné, comme dans les conceptions de Leibniz et de Newton, à éliminer ces dérivées, employées comme auxiliaires, pour déduire de leurs relations les équations correspondantes entre les grandeurs primitives.

L'analyse transcendante n'est alors autre chose qu'une simple extension de l'analyse ordinaire. En effet, on introduit les dérivées des grandeurs au même titre que leurs diverses puissances, ou leurs logarithmes, ou leur sinus, afin de simplifier les équations, et même de les obtenir plus aisément.

Mais il n'est pas facile d'expliquer pourquoi cela doit être nécessairement d'après le mode de dérivation adopté, plutôt que suivant toute autre transformation. Tel est le



côté faible de la grande pensée de Lagrange. Il est évident que les trois méthodes consistent toutes dans le même artifice logique, savoir l'introduction d'un certain système de grandeurs auxiliaires qu'on substitue aux grandeurs données, pour faciliter l'expression analytique des lois mathématiques des phénomènes. Ces grandeurs auxiliaires sont finalement éliminées à l'aide d'un calcul spécial.

C'est ce qui m'a déterminé à définir l'analyse transcendante *le calcul des fonctions indirectes*.

L'effet de cette analyse est de faire rentrer plus promptement chaque question mathématique dans le domaine du calcul, et de diminuer la difficulté du passage du concret à l'abstrait. Quoi qu'on fasse, on ne peut espérer que le calcul s'empare jamais de chaque question géométrique, mécanique ou thermologique, etc., immédiatement à sa naissance; ce qui serait évidemment contradictoire. Il y aura toujours, dans tout problème, un travail préliminaire ayant pour objet l'établissement des *équations*, qui sont le point de départ des recherches analytiques; mais cette élaboration préalable a été simplifiée par la création de l'analyse transcendante.

La conception de Leibniz présente dans l'ensemble des applications une supériorité prononcée. Elle conduit plus rapidement à la formation des équations entre les grandeurs auxiliaires; tous les géomètres la préfèrent, dès qu'ils ont à traiter une question nouvelle.

Au point de vue logique, cette conception est vicieuse parce que la notion des infiniment petits est une *idée fausse* qu'il est impossible de se représenter nettement, quelque illusion qu'on se fasse à cet égard.

L'analyse transcendante, ainsi conçue, présente une imperfection philosophique, c'est d'être fondée sur ces principes métaphysiques dont l'esprit humain a eu tant de

peine à dégager toutes ses théories positives : elle porte l'empreinte de l'époque de sa fondation et du génie propre de son fondateur.

La conception de Newton est à l'abri de ces mêmes objections logiques; la notion des limites est remarquable de netteté et de justesse; mais elle est loin d'offrir, pour la solution des problèmes, d'aussi puissantes ressources. Elle présente aussi, à un moindre degré, l'inconvénient d'établir une séparation entre l'analyse ordinaire et l'analyse transcendante.

L'unité parfaite de l'analyse et son caractère purement abstrait ne se trouvent que dans la conception de Lagrange, qui est, pour cette raison, la plus rationnelle et la plus philosophique. C'est une simple extension de l'analyse ordinaire; mais elle présente, dans son état actuel, trop de difficultés pour les applications.

Il faut donc, pour connaître réellement l'analyse transcendante, la considérer d'après les trois conceptions de Leibniz, de Newton et de Lagrange, et s'habituer à suivre indifféremment, d'après ces trois méthodes, la solution de toutes les questions importantes.

SEPTIÈME LEÇON

Sommaire. — Tableau général du calcul des fonctions indirectes.

Il résulte de ce qui précède que le calcul des fonctions indirectes se décompose en deux calculs, suivant qu'on se propose de trouver des relations entre les grandeurs auxiliaires d'après les relations entre les grandeurs primitives correspondantes, ou qu'on cherche, en sens inverse, à découvrir ces équations directes d'après les équations indirectes, établies immédiatement. Leibniz a désigné ces deux calculs sous les noms de *calcul différentiel* et de *calcul intégral;* Newton les a nommés *calcul des fluxions* et *calcul des fluentes ;* enfin, d'après Lagrange, c'est le *calcul des fonctions dérivées* et le *calcul des fonctions primitives.* Je continuerai à me servir de préférence des termes de Leibniz.

Le calcul différentiel est la base du calcul intégral; car nous ne pouvons intégrer immédiatement que les expressions différentielles, produites par la différentiation des fonctions simples qui constituent les éléments de notre analyse. L'art de l'intégration consiste à ramener ensuite tous les autres cas à ne dépendre que de ce petit nombre d'intégrations fondamentales.

Le rôle général du calcul différentiel est de préparer, autant que possible, l'élimination des infinitésimales; c'est-à-dire, de réduire, dans chaque cas, les équations différentielles primitives à ne plus contenir que les différentielles des variables indépendantes et celles des fonctions

cherchées, en faisant disparaître, par la différentiation, les différentielles de toutes les autres fonctions connues qui ont pu être prises pour intermédiaires, lors de la formation des équations différentielles du problème.

Dans certains cas, le calcul différentiel suffit à l'élimination complète des infinitésimales, sans que la question puisse donner lieu à aucune intégration. C'est ce qui arrive, par exemple, dans le problème des tangentes en géométrie et dans celui des vitesses en mécanique.

Enfin, un petit nombre de questions importantes présentent une autre exception, inverse de la précédente ; ce sont celles où les équations différentielles se trouvent immédiatement propres à l'intégration, parce qu'elles ne contiennent, dès leur formation, que les infinitésimales relatives aux fonctions cherchées ou aux variables indépendantes. La question générale des quadratures et celle des cubatures en offrent un exemple important. En résumé, les questions de l'analyse transcendante se divisent en trois classes :

1° Celles qui sont résolues au moyen du calcul différentiel seul.

2° Celles qui n'exigent que l'emploi du calcul intégral.

3° Celles qui nécessitent l'emploi des deux calculs.

Dans ces dernières questions, le calcul différentiel fait subir aux équations différentielles primitives une préparation indispensable à l'application du calcul intégral. La division du calcul différentiel consiste à distinguer deux cas suivant que les fonctions sont *explicites* ou *implicites :* d'où deux parties désignées par les noms de différentiation des *formules* et de différentiation des *équations.* Cette classification est indispensable, à cause de l'imperfection de l'analyse ordinaire qui ne permet pas de rendre *explicite* toute fonction *implicite.* On commence par la

différentiation des formules, et l'on y ramène la différentiation des équations par certaines considérations analytiques invariables, que je ne dois pas mentionner ici.

Chacune des deux parties fondamentales du calcul différentiel se subdivise elle-même en deux théories distinctes, suivant qu'il s'agit de différentier des fonctions à une seule variable, ou des fonctions à plusieurs variables indépendantes. Ce second cas se déduit du premier, à l'aide d'un principe invariable fort simple, qui consiste à regarder la différentielle totale d'une fonction, en vertu des accroissements simultanés des diverses variables indépendantes qu'elle contient, comme la somme des différentielles partielles que produirait l'accroissement séparé de chaque variable successivement, si toutes les autres étaient constantes.

La différentiation des fonctions implicites se déduisant de celle des fonctions explicites par un seul principe constant, et la différentiation des fonctions à plusieurs variables se ramenant, par un autre principe fixe, à celle des fonctions à une seule variable, tout le calcul différentiel se trouve reposer sur la différentiation des fonctions explicites à une seule variable, la seule qui s'exécute directement, c'est-à-dire, sur la différentiation des dix fonctions simples, dont j'ai présenté le tableau (4e leçon). On en déduit immédiatement la différentiation des fonctions composées. On voit, par là, combien est simple et parfait le système du calcul différentiel.

Ce tableau offrirait une lacune, si je n'indiquais une dernière théorie qui le complète; c'est celle qui a pour objet la transformation constante des fonctions dérivées, en résultat des changements déterminés de variables indépendantes, d'où résulte la possibilité de rapporter à de nouvelles variables toutes les formules différentielles

générales, établies primitivement pour d'autres. C'est ainsi que la plupart des questions de géométrie se résolvent plus aisément en rapportant les lignes et les surfaces à des coordonnées rectilignes et qu'on peut, néanmoins, être conduit à les appliquer à des formes exprimées analytiquement à l'aide de coordonnées *polaires*.

La considération de divers ordres de différentielles ne saurait constituer aucun nouveau problème général dans le traité de la différentiation. Car la question de différentier à un ordre quelconque toutes les fonctions analytiques connues se réduit à une différentiation au premier ordre, successivement redoublée. Mais cette considération acquiert une grande importance dans le calcul intégral, à cause de son extrême imperfection.

Enfin, quoique j'aie cru ne pas devoir envisager les diverses applications du calcul différentiel, il convient de faire une exception pour les trois questions suivantes :

1° Le développement en séries des fonctions à une ou à plusieurs variables, qui comprend les séries de Taylor, de Maclaurin, de Jean Bernouilli, de Lagrange, etc.

2° La théorie générale des valeurs maxima et minima pour les fonctions quelconques à une ou à plusieurs variables.

3° La détermination générale de la valeur des fonctions qui se présentent sous une apparence indéterminée pour certaines hypothèses faites sur les valeurs des variables correspondantes.

Je passe maintenant à l'exposition également rapide du tableau du calcul intégral, dont la division est fondée, comme celle du calcul différentiel, sur la distinction de l'intégration des formules différentielles explicites et de l'intégration des différentielles implicites ou des équations différentielles.



Chacune de ces deux branches du calcul intégral se subdivise ensuite en deux autres, comme dans le calcul différentiel, suivant que l'on considère des fonctions à une seule variable ou des fonctions à plusieurs variables indépendantes.

L'intégration des formules différentielles explicites du premier ordre à une seule variable est la base nécessaire de toutes les autres intégrations, qu'on ne parvient à effectuer qu'autant qu'on peut les faire rentrer dans ce cas élémentaire, le seul qui soit susceptible d'être traité directement. Cette intégration fondamentale est souvent désignée par l'expression de *quadratures;* une telle classe de questions correspond, dans le calcul différentiel, au cas élémentaire de la différentiation des fonctions explicites à une seule variable. Mais la question intégrale est plus compliquée, parce que l'intégration des fonctions composées ne se déduit pas nécessairement de celle des fonctions simples. De là l'étendue naturellement indéfinie et la complication si variée de la question des quadratures, sur laquelle, malgré tous les efforts des analystes, on possède encore si peu de connaissances.

En décomposant cette question suivant les diverses formes de la fonction dérivée, on distingue le cas des fonctions algébriques et celui des fonctions transcendantes. L'intégration analytique de ce dernier ordre d'expressions est peu avancée. Ce que nous devons remarquer surtout, c'est que les divers procédés de quadrature ne tiennent à aucune vue générale sur l'intégration et consistent en de simples artifices de calcul, fort incohérents entre eux. Je dois cependant signaler un de ces artifices qui est remarquable par sa généralité, c'est le procédé de Jean Bernouilli, connu sous le nom *d'intégration par parties*, d'après lequel toute intégrale peut être ramenée à

une autre qui se trouve quelquefois plus facile à obtenir.

L'intégration des fonctions algébriques est plus avancée. Cependant on ne sait presque rien relativement aux fonctions irrationnelles. L'intégration des fonctions rationnelles est seule complète; elle constitue la partie la plus satisfaisante, mais peut-être la moins importante. Ce cas si peu étendu n'est entièrement résolu que pour l'intégration abstraite; car, dans l'exécution, la théorie se trouve le plus souvent arrêtée par l'imperfection de l'analyse ordinaire, parce qu'elle fait dépendre l'intégration de la résolution algébrique des équations, ce qui en limite singulièrement l'usage.

Pour saisir d'une manière générale l'esprit des divers moyens d'après lesquels on procède aux quadratures, nous devons reconnaître qu'ils ne peuvent être fondés que sur la différentiation des dix fonctions simples, dont les résultats, considérés au point de vue inverse, établissent autant de théorèmes immédiats de calcul intégral, les seuls qui puissent être connus directement. Tout l'art de l'intégration consiste à faire rentrer toutes les autres quadratures dans ce petit nombre de quadratures élémentaires, ce qui malheureusement est encore le plus souvent inconnu.

Je dois parler maintenant de ce qu'on appelle les solutions *singulières* des équations différentielles, dites quelquefois, mais à tort, solutions *particulières*, et dont Lagrange a présenté une si belle théorie. Clairaut, qui les remarqua le premier, y vit un paradoxe de calcul intégral, parce qu'elles satisfont aux équations différentielles, sans être néanmoins comprises dans les intégrales générales correspondantes. Lagrange en a donné l'explication, en montrant comment de telles solutions dérivent toujours

de l'intégrale par variation des constantes arbitraires. Il a exposé des procédés fort simples pour trouver la solution *singulière* de toute équation différentielle, susceptible d'en avoir une. Ces procédés, consistant seulement en des différentiations et n'exigeant aucune intégration, sont toujours applicables. La différentiation est ainsi devenue un moyen de suppléer à l'imperfection du calcul intégral. En effet, certains problèmes exigent surtout la connaissance de ces solutions *singulières*. Telles sont, en géométrie, les questions où il s'agit de déterminer une courbe d'après une propriété de sa tangente ou de son cercle osculateur. La plupart des géomètres n'ont pas suffisamment apprécié toute l'importance de cette théorie.

Enfin il me reste à mentionner une importante théorie par laquelle on se propose de remplacer la connaissance des intégrales analytiques qui sont le plus souvent ignorées : c'est la détermination des *intégrales définies*.

L'expression toujours possible des intégrales en séries indéfinies est d'une médiocre utilité au point de vue algébrique ; mais elle acquiert une grande importance comme moyen de calculer ce qu'on appelle les *intégrales définies*, c'est-à-dire les valeurs des fonctions cherchées pour certaines valeurs déterminées des variables correspondantes.

Cette recherche correspond à la résolution numérique des équations dans l'analyse ordinaire. Ne pouvant obtenir le plus souvent l'intégrale générale ou indéfinie, c'est-à-dire la fonction qui, différentiée, a produit la formule différentielle proposée, les analystes ont dû s'attacher à déterminer, du moins, sans connaître une telle fonction, les valeurs numériques particulières qu'elle prendrait, si l'on assignait aux variables des valeurs désignées. C'est résoudre la question arithmétique, sans avoir préalable-

ment résolu la question algébrique correspondante. Cette analyse est aussi imparfaite que la résolution numérique des équations; elle présente, comme celle-ci, une confusion vicieuse du point de vue arithmétique avec le point de vue algébrique. Mais on conçoit néanmoins qu'il est important d'obtenir cette solution incomplète, à défaut de la solution complète : on y est heureusement parvenu pour tous les cas.

En résumé le calcul différentiel constitue un système limité et parfait, auquel il ne reste que peu de chose à ajouter. Le calcul intégal, au contraire, présente à l'activité humaine un champ inépuisable.

Quant à la recherche d'un procédé unique d'intégration, *c'est*, dit Lagrange, *un de ces problèmes dont on ne saurait espérer de solution générale.*

Une telle recherche est chimérique; car elle est trop supérieure à la faible portée de notre intelligence. L'analyse transcendante est trop près de sa naissance, pour que nous puissions savoir au juste ce qu'elle deviendra.

Au lieu de tendre à imprimer à ce calcul une perfection illusoire, les géomètres, après avoir épuisé les applications les plus importantes de l'analyse transcendante, se créeront plutôt de nouvelles ressources, en changeant le mode de dérivation des quantités auxiliaires, dont la formation pourrait suivre une infinité de lois, différentes de la relation très simple qui a été choisie.

Du reste, quelque peu avancés qu'ils soient dans la science des intégrations, les géomètres n'ont pas moins tiré de ces quelques notions abstraites la solution d'une foule de questions importantes en géométrie, en mécanique, en thermologie, etc. L'explication philosophique de ce fait résulte de l'importance et de la portée nécessairement prépondérantes des connaissances abstraites,



dont la moindre correspond à une foule de recherches concrètes. Car l'homme ne trouve d'autres ressources pour l'extension successive de ses moyens intellectuels que dans la considération d'idées de plus en plus abstraites et néanmoins positives.

HUITIÈME LEÇON

Sommaire. — Considérations générales sur le calcul des variations.

Les questions qui ont donné naissance à ce calcul consistent dans la recherche des *maxima* et des *minima* de certaines formules intégrales indéterminées, exprimant la loi analytique de tel ou tel phénomène géométrique ou mécanique, considéré indépendamment de tout sujet particulier. Les géomètres ont longtemps désigné les questions de ce genre par le nom de *problèmes des isopérimètres*.

Dans la théorie ordinaire des *maxima* et des *minima*, on cherche à quel instant la fonction cesse de croître pour commencer à décroître ou réciproquement. Le calcul différentiel permet de résoudre ces questions, en montrant que les valeurs des diverses variables qui conviennent, soit au *maximum*, soit au *minimum*, doivent toujours rendre nulles les différentes dérivées du premier ordre de la fonction donnée, prises séparément par rapport à chaque variable indépendante. Ce calcul indique de plus un caractère propre à distinguer le *maximum* du *minimum*, qui consiste, dans le cas d'une fonction d'une seule variable, par exemple, en ce que la fonction dérivée du second ordre doit prendre une valeur négative pour le *maximum* et une valeur positive pour le *minimum*.

Dans les questions des *isopérimètres*, il s'agit de découvrir la forme de la fonction, d'après la condition du

maximum ou du *minimum* d'une certaine intégrale définie, seulement indiquée, et dépendant de cette fonction.

Le plus ancien problème de ce genre est celui du solide de moindre résistance, traité par Newton, dans le second livre des *Principes*. En 1695, Jean Bernouilli proposa le problème célèbre de la brachystochrone, qui consiste à déterminer la courbe qu'un corps pesant doit suivre pour descendre d'un point à un autre dans le temps le plus court. Dans le cas de la chute dans le vide, cette courbe est une cycloïde renversée, à base horizontale, ayant son origine au point le plus élevé.

On s'est proposé, en géométrie, de découvrir, parmi toutes les courbes de même contour tracées entre deux points donnés, quelle est celle dont l'aire est un *maximum* ou un *minimum ;* d'où est venu le nom de *problème des isopérimètres.*

Ces problèmes ont été successivement variés par les Bernouilli, les Taylor, les Euler : avant que Lagrange en eût assujetti la solution à une méthode abstraite et générale, on se proposait de les ramener à la théorie ordinaire des maxima et des minima; mais les moyens employés consistaient en artifices propres à chaque cas.

Lagrange, pour réduire ces problèmes à dépendre d'une analyse commune, a conçu une nouvelle nature de différentiations. Il a désigné ces nouvelles différentielles sous le nom de *variations*. Elles consistent dans les accroissements infiniment petits que reçoivent les intégrales, non pas en vertu d'accroissements analogues de la part des variables correspondantes, comme pour l'analyse transcendante, mais en supposant que la forme de la fonction placée sous le signe d'intégration vienne à changer infiniment peu. Cette distinction se conçoit, par exemple, avec facilité relativement aux courbes où l'on voit l'ordonnée

ou toute autre variable de la courbe comporter deux sortes de différentielles évidemment très différentes, suivant que l'on passe d'un point à un autre infiniment voisin sur la même courbe, ou bien au point correspondant de la courbe infiniment voisine, produite par une certaine modification déterminée de la première.

Cette conception abstraite de deux natures distinctes de différentiations est applicable à tous les cas qui présentent, par quelque cause que ce soit, deux manières différentes de faire varier les mêmes grandeurs. C'est ainsi que Lagrange en a fait une immense application dans sa mécanique analytique, en l'employant à distinguer les deux sortes de changement que présentent les questions de mécanique pour les divers points que l'on considère, suivant que l'on compare les positions successives qu'occupe, en vertu du mouvement, un même point de chaque corps dans deux instants consécutifs, ou que l'on passe d'un point du corps à un autre dans le même instant. L'une de ces comparaisons produit les différentielles ordinaires, l'autre donne lieu aux variations qui ne sont que des différentielles prises à un nouveau point de vue. C'est dans une telle acception générale qu'il faut concevoir le calcul des variations pour apprécier convenablement l'importance de cet admirable instrument logique, le plus puissant que l'esprit humain ait construit jusqu'ici.

La méthode des variations, considérée au point de vue le plus philosophique, peut être regardée comme destinée à faire rentrer dans le domaine du calcul l'établissement même des équations différentielles. Les équations *variées*, encore plus *indirectes* que les simples équations différentielles, sont plus aisées à former; on peut ensuite en déduire les équations différentielles ordinaires, par des

procédés analytiques, destinés à éliminer le nouvel ordre d'infinitésimales auxiliaires qui a été introduit.

L'emploi d'une telle méthode exige le plus haut degré connu de contention intellectuelle. On doit, sans doute, attribuer à cette difficulté le peu d'usage que les géomètres en ont fait.

NEUVIÈME LEÇON

Sommaire. — Considérations générales sur le calcul aux différences finies.

Ce calcul, créé par Taylor, consiste dans la considération des accroissements finis que reçoivent les fonctions par suite d'accroissements analogues de la part des variables correspondantes. Ces accroissements ou différences peuvent être, à leur tour, envisagés comme de nouvelles fonctions et devenir le sujet d'une seconde considération semblable et ainsi de suite; d'où résulte la notion des différences des divers ordres successifs, analogues, au moins en apparence, aux ordres consécutifs des différentielles. Un tel calcul présente, comme celui des fonctions indirectes, deux classes de questions :

1° Déterminer les différences successives de toutes les diverses fonctions analytiques à une ou à plusieurs variables, en résultat d'un mode d'accroissement défini des variables indépendantes qu'on suppose, en général, augmenter en progression arithmétique.

2° Réciproquement, en partant de ces différences ou, plus généralement, d'équations quelconques établies entre elles, remonter aux fonctions primitives elles-mêmes, ou à leurs relations correspondantes. D'où la décomposition de ce calcul en deux autres, auxquels on donne les noms de *calcul direct aux différences finies*, et de *calcul inverse aux différences finies*.

Taylor a cru fonder ainsi un calcul plus général que

celui de Leibniz; mais Lagrange a remarqué que ces propriétés appartiennent bien plus aux formes et aux notations employées par Taylor, qu'au fond même de sa théorie. En effet, ce qui constitue le caractère de l'analyse de Leibniz, c'est que les fonctions dérivées sont, en général, d'une nature différente de celle des fonctions primitives; en sorte qu'elles peuvent donner lieu à des relations plus simples et d'une formation plus facile. Mais il n'en est nullement ainsi pour les différences considérées par Taylor, qui sont des fonctions semblables à celles qui les ont engendrées, ce qui les rend impropres à l'établissement d'équations ou de relations plus générales. Aussi ce calcul ne peut-il offrir, dans les questions de géométrie ou de mécanique, le même secours que l'analyse de Leibniz.

C'est à tort qu'on a classé dans l'analyse transcendante le calcul aux différences finies. Les équations qu'il considère sont toujours, malgré la notation, de simples équations directes.

Le calcul de Taylor a pour véritable objet la théorie générale des *suites*, qui donne lieu à ces deux questions fondamentales.

1° La loi de la suite étant supposée connue, trouver l'expression de son terme général, de manière à pouvoir calculer un terme d'un rang quelconque sans être obligé de former successivement tous les précédents.

2° Dans les mêmes circonstances, déterminer la *somme* d'un nombre quelconque de termes de la suite en fonction de leurs rangs, en sorte qu'on puisse la connaître sans être forcé d'ajouter continuellement ces termes les uns aux autres.

Toute différentiation à la manière de Taylor revient à trouver la loi de formation d'une suite à un ou à plusieurs

indices variables, d'après l'expression de son terme général ; de même toute intégration analogue peut être regardée comme ayant pour objet la sommation d'une suite dont le terme général serait exprimé par la différence proposée.

La méthode générale des *interpolations*, si fréquemment employée dans la recherche des lois empiriques des phénomènes, est l'application la plus importante de l'analyse de Taylor.

Une autre application consiste dans l'usage qu'on en fait, en géométrie, pour déterminer par approximation la longueur et l'aire de quelque courbe que ce soit, et de même la quadrature et la cubature d'un corps de forme quelconque.

DIXIÈME LEÇON

Sommaire. — Vue générale de la géométrie.

La géométrie doit être considérée comme une véritable science naturelle ; seulement cette science est bien plus simple et par suite beaucoup plus parfaite que toute autre. Cette perfection fait tellement illusion que beaucoup d'esprits la conçoivent comme une science rationnelle, indépendante de l'observation. Il est néanmoins évident qu'il existe toujours, par rapport à chaque corps à étudier, un certain nombre de phénomènes primitifs qui, n'étant établis par aucun raisonnement, ne peuvent être fondés que sur l'observation, et constituent la base de toutes les déductions. L'erreur commune à cet égard doit être regardée comme un reste d'influence de l'esprit métaphysique qui a si longtemps dominé même dans les études géométriques. Cette fausse manière de voir présente des inconvénients dans les applications, en empêchant de concevoir le passage du concret à l'abstrait.

La supériorité scientifique de la géométrie tient à ce que les phénomènes qu'elle considère sont les plus universels et les plus simples. Tous les corps de la nature peuvent donner lieu à des recherches géométriques et mécaniques. Les phénomènes géométriques subsisteraient, si l'on supposait toutes les parties de l'univers immobiles : la géométrie est donc plus générale que la mécanique ; en même temps ses phénomènes sont plus simples ; car ils sont évidemment indépendants des phé-

nomènes mécaniques, tandis que ceux-ci se compliquent toujours des premiers. C'est pourquoi nous avons classé la géométrie comme la première partie de la mathématique concrète. On la définit la science de l'étendue. Il faudrait dire plutôt qu'elle a pour objet la mesure de l'étendue. Pour le faire comprendre, je dois éclaircir deux notions qui ont été obscurcies par des considérations métaphysiques.

La conception positive de l'espace consiste en ce que, au lieu de considérer l'étendue dans les corps eux-mêmes, nous l'envisageons dans un milieu indéfini, que nous regardons comme contenant tous les corps de l'univers. Cette notion nous est suggérée par l'observation, quand nous pensons à l'*empreinte* que laisserait un corps dans un fluide où il aurait été placé. Au point de vue géométrique, une telle empreinte peut être substituée au corps, sans que les raisonnements en soient altérés. Nous devons nous représenter la nature physique de cet espace indéfini, comme analogue au milieu dans lequel nous vivons. Si ce milieu était liquide, au lieu d'être gazeux, notre espace géométrique serait sans doute conçu aussi comme liquide. Cette image nous permet d'étudier les phénomènes géométriques, abstraction faite de tous les autres. L'usage d'une semblable hypothèse doit être regardé comme le premier pas qui ait été fait dans l'étude rationnelle de la géométrie. C'est peut-être la plus ancienne conception philosophique; elle nous est devenue tellement familière que nous avons peine à en mesurer l'importance et à apprécier les conséquences qui résulteraient de sa suppression.

Si l'étendue était considérée dans les corps eux-mêmes, on ne pourrait prendre pour sujet des recherches que les formes réalisées dans la nature ; au contraire, en



concevant l'étendue dans l'espace, l'esprit humain peut envisager toutes les formes imaginables.

La seconde notion que nous devons considérer est celle des différentes sortes d'étendue, désignées par les mots *volume*, *surface*, *ligne* et *point*.

Il suffit, pour se former l'idée d'une *surface*, de concevoir la dimension que l'on veut éliminer, comme devenue graduellement de plus en plus petite, les deux autres restant les mêmes, jusqu'à ce qu'elle soit parvenue à un tel degré de ténuité qu'elle ne puisse plus fixer l'attention. L'idée d'une *ligne* est obtenue par une seconde opération analogue, en renouvelant pour la largeur ce qu'on a d'abord fait pour l'épaisseur. Enfin, en répétant encore le même travail, on parvient à l'idée d'un *point*, ou d'une étendue considérée par rapport à son lieu, abstraction faite de toute grandeur, et destinée par conséquent à préciser les positions. Les surfaces circonscrivent évidemment les volumes, les lignes, à leur tour, circonscrivent les surfaces, et sont limitées par les points.

Les surfaces et les lignes sont donc toujours conçues avec trois dimensions. Il serait, en effet, impossible de se représenter une surface autrement que comme une plaque excessivement mince, et une ligne autrement que comme un fil infiniment délié. Le degré de ténuité, attribué par chaque individu aux dimensions dont il veut faire abstraction, dépend du degré de finesse de ses observations géométriques.

Le mot *mesure* signifie simplement l'évaluation des rapports qu'ont entre elles des grandeurs homogènes quelconques. La comparaison de deux surfaces ou de deux volumes est constamment indirecte; celle de deux lignes est seule directe.

L'objet général de la géométrie est de ramener toutes

les comparaisons de surfaces ou de volumes à de simples comparaisons de lignes.

Il faut encore distinguer entre la ligne droite et les lignes courbes. La mesure de la première est seule regardée comme directe. La géométrie des lignes a donc pour objet de réduire à de simples questions de lignes droites toutes les questions relatives à la grandeur des courbes.

Ainsi le but général de la géométrie est de réduire les comparaisons de toutes les espèces d'étendue, volumes, surfaces ou lignes à de simples comparaisons de lignes droites.

Il y a, en géométrie, une section spéciale relative à la ligne droite, parce qu'il n'est pas toujours possible de porter immédiatement sur elle l'unité linéaire. On doit alors faire dépendre la mesure de la droite proposée d'autres mesures analogues, susceptibles d'être immédiatement effectuées.

La classification méthodique de la géométrie consiste donc à considérer d'abord les lignes, en commençant par la ligne droite, pour passer ensuite aux questions des surfaces et traiter enfin celles des volumes. Le principe fondamental de la géométrie rationnelle, c'est de considérer toutes les formes qu'on peut concevoir rigoureusement.

Un simple examen suffit pour faire comprendre que ces formes présentent une variété infinie.

En regardant les lignes courbes comme engendrées par le mouvement d'un point assujetti à une certaine loi, on aura autant de courbes différentes que l'on supposera de lois différentes pour ce mouvement, qui peut évidemment s'opérer suivant une infinité de conditions distinctes. Ainsi, pour me borner aux seules courbes planes, si un

point se meut de manière à rester constamment à la même distance d'un point fixe, il engendrera un cercle; si c'est la somme ou la différence de ces distances à deux points fixes qui demeure constante, la courbe décrite sera une ellipse ou une hyperbole ; si le point s'écarte toujours également d'un point fixe et d'une droite fixe, il décrira une parabole ; s'il tourne sur un cercle en même temps que ce cercle roule sur une ligne droite, on aura une cycloïde ; s'il s'avance le long d'une droite, tandis que cette droite, fixée par une de ses extrémités, tourne d'une manière quelconque, il en résultera des spirales qui, à elles seules, présentent autant de courbes distinctes qu'on peut supposer de relations différentes entre ces deux mouvements de translation et de rotation.

Chacune de ces diverses courbes peut ensuite en fournir de nouvelles par les différentes constructions qui donnent naissance aux développées, aux épicycloïdes, aux caustiques. Enfin il existe une variété encore plus grande parmi les courbes à double courbure.

Les formes des surfaces sont plus diverses encore, si on les regarde comme engendrées par le mouvement des lignes : en effet, non seulement on peut varier les différentes lois en nombre infini auxquelles peut être assujetti le mouvement de la ligne génératrice, mais encore on peut changer également la nature de cette ligne, ce qui n'a pas d'analogue dans les courbes, les points qui les décrivent ne pouvant avoir aucune figure distincte. Deux classes de conditions très diverses peuvent donc faire varier les formes des surfaces, tandis qu'il n'en existe qu'une seule pour les lignes. Sans citer d'exemples propres à vérifier cette multiplicité doublement infinie des surfaces, il suffit de considérer l'extrême variété du seul groupe des surfaces dites *réglées*, c'est-à-dire engendrées

par une ligne droite, et qui comprend toute la famille des surfaces cylindriques, celle des surfaces coniques, la classe plus générale des surfaces développables quelconques. Par rapport aux volumes, il n'y a lieu à aucune considération spéciale, puisqu'ils ne se distinguent entre eux que par les surfaces qui les terminent.

Les surfaces elles-mêmes fournissent un moyen de concevoir des courbes nouvelles, puisque toute courbe peut être regardée comme produite par l'intersection de deux surfaces. C'est ainsi qu'ont été obtenues les premières lignes inventées par les géomètres, l'ellipse, la parabole et l'hyperbole, comme résultant de l'intersection d'un cône à base circulaire par un plan diversement situé. La nature fournit immédiatement la ligne droite et le cercle. On produirait par l'emploi combiné de ces différents moyens une suite infinie de formes distinctes, en partant seulement d'un très petit nombre de figures fournies par l'observation.

Ces divers moyens n'ont plus aucune importance depuis l'œuvre de Descartes; car l'invention des formes se réduit toujours à l'invention des équations : il suffit, pour cela, de changer à volonté les fonctions introduites dans les équations. Ce procédé abstrait est infiniment plus fécond que les ressources géométriques directes, développées par l'imagination la plus puissante. Il montre que les diverses formes de surfaces doivent être plus multipliées que celles des lignes, puisque les lignes sont représentées analytiquement par des équations à deux variables, tandis que les surfaces donnent lieu à des équations à trois variables.

Ce qui précède montre l'extension infinie de chacune des trois sections de la géométrie, relativement aux lignes, aux surfaces et aux volumes, en résultat de la variété infinie des corps à mesurer.



La *mesure* de l'étendue est le but général de cette science, quoique la majeure partie des recherches qui la constituent paraissent être faites en vue d'un objet différent. Il est nécessaire, pour atteindre ce but, de connaître les diverses propriétés de chaque ligne et de chaque surface : ce qui peut être démontré par les deux considérations suivantes.

Si l'on connaissait seulement les propriétés primitives d'après lesquelles chaque ligne et chaque surface ont été conçues, il ne serait pas possible de parvenir à leur mesure. Ainsi Archimède n'eût jamais pu découvrir la quadrature de la parabole, s'il n'avait connu de cette courbe d'autre propriété que celle d'être une section conique.

En second lieu, une telle étude est indispensable pour organiser la relation de l'abstrait au concret en géométrie.

En effet, la géométrie abstraite devant considérer toutes les formes imaginables, il en résulte que les questions relatives aux formes présentées par la nature y sont toujours implicitement comprises. Mais, quand il faut passer à la géométrie concrète, on éprouve une difficulté pour savoir auquel des différents types abstraits on doit rapporter, avec une approximation suffisante, les lignes ou les surfaces réelles. C'est donc pour établir une telle relation qu'il est néc essaire de connaître le plus grand nombre de propriétés de chaque forme étudiée en géométrie.

Si Képler a reconnu l'ellipse comme étant la courbe que décrivent les planètes autour du soleil, ce n'est pas en considérant l'ellipse comme une section conique, mais en vérifiant la relation qui existe, dans cette figure, entre la longueur des distances focales et leur direction.

Si l'on n'avait jamais connu que la propriété de la sphère d'avoir tous ses points également distants d'un point intérieur, on n'aurait pas pu découvrir que la sur-

face de la terre est sphérique. Il a fallu, pour y arriver, déduire de cette définition quelques propriétés susceptibles d'être vérifiées par des observations effectuées uniquement à la surface, comme le rapport constant entre la longueur du chemin parcouru le long d'un méridien en s'avançant vers un pôle et la hauteur angulaire de ce pôle sur l'horizon en chaque point. Il en a été de même pour constater plus tard que la terre n'est pas rigoureusement sphérique.

Sans une connaissance très étendue des diverses propriétés de chaque forme, la relation de l'abstrait au concret, en géométrie, serait purement accidentelle.

Après avoir exposé l'objet final de la géométrie, il me reste à considérer dans son ensemble la méthode à suivre pour la formation de cette science.

Les questions géométriques peuvent être traitées suivant deux méthodes différentes. Les expressions de géométrie *synthétique* et de géométrie *analytique*, habituellement employées, en donnent une très fausse idée. Je préférerais les dénominations de *géométrie des anciens* et de *géométrie des modernes*; mais je propose d'employer plutôt les expressions de *géométrie spéciale* et de *géométrie générale*.

Ce n'est pas dans l'emploi du calcul, comme on le pense communément, que consiste la différence fondamentale de ces deux méthodes, mais dans la nature même des questions envisagées. L'ensemble de cette science peut être ordonné par rapport aux corps étudiés, ou par rapport aux phénomènes à considérer. Le premier plan, qui est le plus naturel, a été celui des anciens. Le second, infiniment plus rationnel, est celui des modernes depuis Descartes.

La géométrie des anciens était essentiellement spéciale:

on étudiait, une à une, les diverses lignes et les diverses surfaces, et il fallait, quelle que pût être la similitude des questions proposées, reprendre chaque fois l'ensemble de la recherche.

La géométrie des modernes est, au contraire, éminemment générale, c'est-à-dire relative à des formes quelconques. La méthode consiste à abstraire, pour la traiter à part d'une manière entièrement générale, toute question relative à un même phénomène géométrique dans quelque corps qu'il puisse être considéré. L'application des théories universelles ainsi construites à la détermination spéciale du phénomène dont il s'agit dans chaque corps particulier n'est plus regardée que comme un travail subalterne à exécuter suivant des règles invariables et dont le succès est certain d'avance.

On voit donc l'immense supériorité de la géométrie moderne : à chaque question résolue, le nombre des problèmes géométriques à résoudre se trouve, une fois pour toutes, diminué d'autant par rapport à tous les corps possibles.

Si l'on étudiait les lignes et les surfaces une à une, l'application des théories semblables aux formes existant dans la nature n'aurait qu'un caractère accidentel, puisque rien n'assurerait que ces formes puissent rentrer dans les types abstraits envisagés.

Il y a certainement, par exemple, quelque chose de fortuit dans l'heureuse relation qui s'est établie entre les spéculations des géomètres grecs sur les sections coniques et la détermination des orbites planétaires. Mais, dans a géométrie moderne, par cela seul qu'on procède par questions générales relatives à des formes quelconques, on a la certitude que les formes réalisées dans le monde extérieur ne sauront jamais échapper à chaque théorie,

si le phénomène géométrique qu'elle envisage vient à s'y présenter.

La géométrie des anciens porte essentiellement le caractère de l'enfance de la science. La géométrie générale n'était pas possible à l'origine, parce qu'elle est fondée sur l'emploi du calcul : or l'application de l'analyse mathématique ne peut commencer aucune science.

La géométrie des anciens constitue une introduction indispensable à la géométrie *générale :* c'est à cela que nous devons la réduire dans une exposition dogmatique.

ONZIÈME LEÇON

Sommaire. — Considérations générales sur la géométrie *spéciale* ou *préliminaire*.

On pourrait réduire la géométrie *spéciale* à l'étude de la ligne droite, à la quadrature des aires planes rectilignes et à la cubature des corps terminés par des faces planes. Les propositions élémentaires relatives à ces trois questions fondamentales constituent, en effet, le point de départ de toutes les recherches géométriques. Elles seules ne peuvent être obtenues que par une étude directe du sujet. Au contraire, la théorie complète de toutes les autres formes, même celle du cercle, des surfaces et des volumes qui s'y rapportent, peut aujourd'hui rentrer dans le domaine de la géométrie *générale* ou *analytique*.

On donne, dans l'usage ordinaire, trop d'étendue à la géométrie *élémentaire*, puisqu'on y comprend aussi le cercle et les corps *ronds*. Une vénération irréfléchie pour l'antiquité contribue à maintenir ce défaut de méthode, ce qui n'a cependant pas empêché de faire rentrer dans le domaine de la géométrie moderne la théorie des sections coniques. Le seul motif valable, c'est l'inconvénient qu'il y aurait à ajourner à une époque assez éloignée de l'éducation mathématique la solution de plusieurs questions essentielles, susceptibles de nombreuses applications, comme la mesure de la longueur ou de l'aire du cercle, et la quadrature de la sphère. Cet inconvénient serait peu important, à l'égard des esprits destinés à

étudier l'ensemble de la science mathématique ; mais c'est le cas contraire qui est encore le plus fréquent. Cependant, dans un enseignement borné et même à l'égard du temps, il serait plus simple de suivre la marche la plus rationnelle.

Il faudrait renoncer, en géométrie, à la marche *historique*, pour suivre la marche *dogmatique* ; ce qui n'empêcherait pas de compléter l'éducation par *l'histoire* de la science ; mais ces deux études doivent être séparées.

Il est probable qu'on réduira la géométrie élémentaire aux limites que j'ai indiquées, quand les grandes notions analytiques seront devenues plus familières et que l'étude de l'ensemble des mathématiques sera regardée comme la base philosophique de l'éducation générale.

C'est à tort qu'on a essayé, dans ces derniers temps, de présenter, à un point de vue purement algébrique, l'établissement des théorèmes principaux de la géométrie élémentaire, comme la relation constante qui existe entre les trois angles d'un triangle rectiligne, la proposition fondamentale de la théorie des triangles semblables, la mesure des rectangles, celle des parallélipipèdes ; en un mot, précisément les seules propositions géométriques qui ne puissent être obtenues que par une étude directe du sujet, sans que le calcul soit susceptible d'y avoir aucune part.

Le calcul ne pouvant être qu'un moyen de déduction, c'est s'en former une idée fausse que de vouloir l'employer à établir les fondements d'une science quelconque. Un travail de cette nature constituerait un retour vers l'état méthaphysique, en présentant des connaissances réelles comme de simples abstractions logiques.

Après avoir caractérisé la destination de la géométrie des anciens, il convient de considérer chacune des parties dont elle doit se composer. Je crois pouvoir me borner à envisager celle qui a pour objet l'étude de la ligne droite.



La quadrature des polygones et la cubature des polyèdres ne peuvent donner lieu à aucune observation importante.

On se propose, dans l'étude de la ligne droite, de déterminer les uns par les autres les éléments d'une figure rectiligne quelconque, ce qui permet de connaître toujours indirectement une ligne droite dans quelques circonstances qu'elle puisse être placée. Ce problème fondamental est susceptible de deux solutions, l'une graphique, l'autre algébrique.

La première consiste à rapporter la figure proposée, soit avec les mêmes dimensions, soit avec des dimensions variées dans une proportion quelconque. Ce procédé était le seul que pussent employer les anciens, même dans les déterminations précises les plus importantes.

Cette reproduction d'une figure suivant une échelle différente ne peut présenter aucune difficulté, lorsque toutes les parties sont comprises dans un même plan. Mais, si elles sont situées dans des plans différents, il faut chercher à découvrir comment on pourra remplacer les constructions en relief par des constructions planes.

C'est afin de fournir les moyens généraux d'effectuer constamment une telle transformation que la *géométrie descriptive* a été constituée en un corps de doctrine par une vue de génie de notre illustre Monge. Il a conçu un mode uniforme de représenter les corps par des figures tracées sur un seul plan, à l'aide des *projections* sur deux plans différents, ordinairement perpendiculaires entre eux, et dont l'un est supposé tourner autour de leur intersection commune pour venir se confondre avec le prolongement de l'autre. Ce savant, analysant les travaux de ce genre exécutés, avant lui, d'après une foule de procédés incohérents, a reconnu que la question était toujours réductible à un très petit nombre de problèmes

abstraits invariables, susceptibles d'être résolus séparément une fois pour toutes par des opérations uniformes, et qui se rapportent essentiellement les uns aux contacts et les autres aux intersections des surfaces. C'est ainsi que les questions géométriques auxquelles peuvent donner lieu les divers arts de la construction, la coupe des pierres, la charpente, la perspective, la gnomonique, la fortification, ont pu être traitées comme de simples cas particuliers d'une théorie unique.

Cette importante création mérite de fixer l'attention de tous les philosophes; c'est un premier pas, et jusqu'ici le seul réellement complet, vers cette rénovation des travaux humains qui doit imprimer à tous les arts un caractère de précision et de rationalité, si nécessaire à leurs progrès futurs. Une telle révolution devait commencer par cette classe de travaux industriels qui se rapportent à la science la plus simple, la plus parfaite et la plus ancienne; elle ne peut manquer de s'étendre successivement à toutes les autres opérations pratiques. Monge, qui a conçu plus profondément que personne la philosophie des arts, a essayé d'ébaucher pour l'industrie mécanique une doctrine correspondante, sans autre succès que d'avoir indiqué la direction que doivent prendre les recherches de cette nature.

La géométrie descriptive n'a de valeur que comme science d'application; elle constitue la théorie des arts géométriques; au point de vue abstrait, elle ne saurait introduire aucun ordre de spéculations nouvelles : toute question, avant de tomber dans son domaine, doit avoir été résolue par la géométrie générale.

L'étude de la géométrie descriptive présente une propriété philosophique importante, c'est d'exercer cette faculté de l'esprit qu'on appelle l'*imagination*, et qui con-

siste, dans son acception élémentaire et positive, à se représenter nettement un vaste ensemble d'objets fictifs, comme s'ils étaient sous nos yeux.

Les solutions de la géométrie descriptive sont graphiques, comme la plupart de celles des anciens, et générales, comme celles des modernes.

Nous devons maintenant examiner d'une manière générale la solution algébrique du problème fondamental relatif à la ligne droite. Les anciens sont les vrais inventeurs de la trigonométrie actuelle, tant sphérique que rectiligne, qui était beaucoup moins parfaite entre leurs mains, vu l'extrême infériorité de leurs connaissances algébriques. C'est donc dans cette leçon qu'il convient d'apprécier cette théorie.

Toutes les figures rectilignes pouvant être décomposées en triangles, il suffit de savoir déterminer, les uns par les autres, les divers éléments d'un triangle, ce qui réduit la *polygonométrie* à la simple *trigonométrie*.

Pour résoudre une telle question algébriquement, il faut former entre les angles et les côtés d'un triangle trois équations qui, une fois obtenues, réduiront tous les problèmes trigonométriques à de pures recherches de calcul. On peut faire entrer les angles dans le calcul, soit par les arcs circulaires qui leur sont proportionnels, soit par certaines lignes qui en dépendent, comme les cordes de ces arcs, et qui sont appelées lignes trigonométriques. C'est ce second système qui a été adopté, à l'origine, parce qu'il était le seul possible, et qui est encore suivi comme le plus simple.

L'introduction des grandeurs auxiliaires, dites lignes trigonométriques, partage la question en deux : dans l'une, on a pour objet de passer des angles à leurs lignes trigonométriques ou réciproquement et, dans l'autre, on

se propose de déterminer les côtés des triangles par les lignes trigonométriques de leurs angles ou réciproquement. Or la première de ces deux questions est susceptible d'être réduite en tables numériques une fois pour toutes, si l'on considère tous les angles possibles. La solution de la seconde question doit, au contraire, être renouvelée à chaque nouveau triangle qu'il faut résoudre. La première portion du travail, qui serait la plus pénible, n'est plus comptée, étant toujours faite d'avance.

On peut comparer cette conception à une autre plus importante, destinée à produire un effet analogue : c'est l'admirable théorie des logarithmes, dont le résultat général est d'avoir décomposé toutes les opérations arithmétiques en deux parties distinctes. La première, qui est la plus compliquée, est susceptible d'être exécutée à l'avance une fois pour toutes, comme ne dépendant que des nombres à considérer et nullement des combinaisons dans lesquelles ils peuvent entrer : elle consiste à se représenter tous les nombres comme des puissances assignables d'un nombre constant. La seconde partie du calcul, qui doit être recommencée pour chaque formule à évaluer, se réduit à exécuter sur ces exposants des opérations infiniment plus simples.

Nous devons remarquer que la détermination des angles par leurs lignes trigonométriques est susceptible d'une solution arithmétique, sans que la question algébrique correspondante ait été résolue préalablement. C'est sans doute ce qui a permis aux anciens de connaître la trigonométrie : ils employaient une seule ligne trigonométrique.

Les Arabes et les modernes ont porté à quatre ou à cinq le nombre des lignes trigonométriques *directes*, qui pourrait être étendu bien davantage. Mais on a reconnu qu'il était préférable d'en concevoir de nouvelles au

moyen d'un artifice remarquable, qui consiste à regarder l'arc que l'on considère comme déterminé indirectement par toutes les lignes relatives à un autre arc qui soit une fonction très simple du premier. C'est ainsi que, pour calculer un angle avec plus de facilité, on déterminera, au lieu de son sinus, le sinus de sa moitié, de son double, etc. Une telle création de lignes trigonométriques *indirectes* est évidemment bien plus féconde que tous les procédés géométriques immédiats pour en obtenir de nouvelles. Le nombre des lignes trigonométriques employées aujourd'hui est indéfini ; seulement on n'a donné des noms spéciaux qu'à celles des lignes *indirectes* qui se rapportent au complément de l'arc primitif.

Cette multiplicité des lignes trigonométriques a fait naître, comme troisième question, l'étude des relations qui existent entre elles ; car, sans une telle connaissance, on ne pourrait pas utiliser, pour les besoins analytiques, cette variété de grandeurs auxiliaires.

Ces trois parties de la trigonométrie doivent être étudiées dans l'ordre inverse de celui suivant lequel nous les avons vu dériver de la nature du sujet; car la troisième est indépendante des deux autres, et la seconde, de celle qui s'est présentée la première, c'est-à-dire de la résolution des triangles proprement dite, qui doit, pour cette raison, être traitée en dernier lieu.

Il est inutile de parler de la trigonométrie sphérique : c'est une simple application de la trigonométrie rectiligne, qui en fournit les équations fondamentales, quand on substitue au triangle sphérique l'angle trièdre correspondant.

DOUZIÈME LEÇON

Sommaire. — Conception fondamentale de la géométrie *générale* ou *analytique*.

Afin d'exprimer par des relations analytiques tous les phénomènes géométriques, il faut établir d'abord un mode général pour représenter analytiquement les lignes ou les surfaces dans lesquelles ces phénomènes résident. Le *sujet* étant ainsi conçu analytiquement, on comprend qu'il soit possible de concevoir de même les *accidents* quelconques dont il est susceptible.

Toutes les idées géométriques se rapportent à trois catégories : la grandeur, la forme et la position. La première rentre immédiatement dans les idées de nombre; la seconde est toujours réductible à la troisième; car la forme d'un corps résulte de la position mutuelle des différents points qui le composent. La difficulté se réduit donc à ramener les idées de situation à des idées de grandeur.

Le travail philosophique de Descartes a consisté, dans la généralisation d'un procédé élémentaire, naturel à l'esprit humain. Ainsi, quand il s'agit d'indiquer la situation d'un objet, le moyen employé consiste à le rapporter à d'autres qui soient connus, en assignant la grandeur des éléments géométriques, par lesquels on le conçoit lié à ceux-ci. Ces éléments constituent ce que Descartes et, après lui, tous les géomètres ont appelé les *coordonnées* de chaque point considéré. Elles sont au nombre de deux, si l'on sait d'a-

vance dans quel plan le point est situé, et au nombre de trois, s'il peut se trouver dans une région quelconque de l'espace. Quel que soit le système adopté, on aura toujours ramené les idées de situation à de simples idées de grandeur. La position d'un point sur un plan est déterminée par ses distances à deux droites fixes nommées *axes*, ordinairement perpendiculaires entre elles, c'est le système des coordonnées rectilignes; par ses distances à deux points fixes; par sa distance à un seul point fixe, et la direction de cette distance, estimée par l'angle qu'elle fait avec une droite fixe, ce qui constitue le système des coordonnées *polaires*; par les angles que forment les droites allant du point variable à deux points fixes avec la droite qui joint ces derniers; par les distances de ce point à une droite fixe et à un point fixe, etc.

Tout système de coordonnées revient à déterminer un point, dans la géométrie plane, par l'intersection de deux lignes, dont chacune est assujettie à certaines conditions fixes de détermination, une seule de ces conditions restant variable. Dans le système le plus fréquent, celui des *coordonnées rectilignes*, le point est déterminé par l'intersection de deux droites, dont chacune reste parallèle à un axe fixe, en s'en éloignant plus ou moins. Dans le système *polaire*, c'est par la rencontre d'un cercle de rayon variable et de centre fixe, avec une droite mobile, assujettie à tourner autour de ce centre.

Par quelque propriété qu'une ligne soit définie, cette définition est toujours susceptible d'être remplacée par une équation correspondante entre les deux coordonnées du point qui décrit cette ligne, équation qui sera dès lors la représentation analytique de la ligne proposée. Si l'on suppose, en effet, qu'un point se meuve sur un plan sans que son cours soit déterminé en aucune manière, ses coor-

données seront deux variables indépendantes l'une de l'autre, et il pourra occuper sur le plan toutes les positions possibles. Mais le point devant se trouver sur une ligne définie, une seule coordonnée suffit pour fixer sa position; la seconde coordonnée est donc une *fonction* déterminée de la première, ou, en d'autres termes, il doit exister entre elles une *équation* d'une nature correspondante à celle de la ligne sur laquelle le point est assujetti à rester.

De même toute équation à deux variables peut être représentée par une ligne qui fixera l'attention sur la marche générale des solutions de l'équation. Cette peinture des équations a réagi sur le perfectionnement de l'analyse, en indiquant des vues analytiques générales, auxquelles on serait parvenu difficilement de toute autre manière, faute d'un moyen de caractériser clairemeut leur objet. Ce procédé est devenu élémentaire : on l'emploie toutes les fois qu'il s'agit de saisir la loi d'une suite d'observations d'un genre quelconque.

Toute modification dans la ligne détermine dans l'équation un changement correspondant, un simple déplacement, aussi bien qu'une variation de grandeur ou de forme. Pour éviter de confondre ces modifications on a imaginé de changer d'une manière quelconque la situation des axes. A l'aide de formules très simples par lesquelles on opère cette transformation, il devient aisé de reconnaître si deux équations différentes ne sont que l'expression analytique d'une même ligne diversement située, ou se rapportent à des lieux géométriques distincts.

Non seulement toute ligne définie doit donner lieu à une équation entre les coordonnées de l'un quelconque de ses points; mais, de plus, toute définition de ligne peut être regardée comme étant une équation de cette ligne dans un système de coodonnées convenable.

Il faut, pour établir ce principe, distinguer deux sortes de définitions. La définition est *caractéristique*, quand elle indique une propriété qui, quoique exclusive, ne fait pas connaître la génération de l'objet : elle est *explicative*, quand elle caractérise l'objet par une propriété qui exprime un de ses modes de génération. Voici un exemple de ces deux définitions : on peut considérer le cercle comme étant la ligne qui, sous le même contour, renferme la plus grande aire, ou comme possédant la propriété d'avoir tous ses points à égale distance d'un point fixe.

Ce qui précède ne s'applique qu'aux définitions *explicatives*. Aussi la définition du cercle peut-elle être envisagée comme étant *l'équation polaire* de cette courbe, le centre du cercle étant pris pour pôle. De même la définition élémentaire de l'ellipse ou de l'hyperbole donne l'équation de la courbe engendrée par un point qui se meut de telle manière que la somme ou la différence de ses distances à deux points fixes demeure constante, si l'on prend pour système de coordonnées celui dans lequel on détermine la position d'un point par ses distances à deux points fixes, et que l'on choisisse pour ces pôles les deux foyers donnés. On trouve toujours un système de coordonnées dans lequel on obtient immédiatement une équation très simple de la ligne proposée, en se bornant à écrire algébriquement la condition imposée par le mode de génération que l'on considère.

La difficulté qu'on éprouve souvent à découvrir l'équation d'une courbe d'après telle ou telle de ses propriétés caractéristiques ne provient que de la condition qu'on s'impose d'exprimer cette courbe à l'aide d'un système de coordonnées désigné, au lieu d'admettre indifféremment tous les systèmes possibles. Voici la marche générale à suivre, sur laquelle il est impossible de donner des pré-

ceptes invariables et précis. Après avoir formé l'équation préparatoire qui dérive spontanément de la définition de la courbe, il faut, pour obtenir l'équation relative au système de coordonnées qui doit être admis définitivement, chercher à exprimer en fonction de ces dernières coordonnées celles qui correspondent naturellement au mode de génération dont il s'agit. On aura d'autant plus de ressources à cet égard qu'on saura plus de géométrie analytique, c'est-à-dire qu'on connaîtra l'expression algébrique d'un plus grand nombre de phénomènes géométriques différents.

Il me reste à indiquer les considérations relatives au choix du système de coordonnées. Il faut, pour cela, distinguer les deux points de vue de la géométrie analytique, savoir : la relation de l'algèbre à la géométrie, fondée sur la représentation des lignes par les équations; et réciproquement la relation de la géométrie à l'algèbre, fondée sur la peinture des équations par les lignes.

Aucun système d'équations ne peut être préféré d'une manière générale, puisque pour chaque définition géométrique proposée, on peut concevoir un système de coordonnées, dans lequel l'équation de la ligne s'obtient immédiatement, ce système devant nécessairement varier avec la nature de chaque ligne.

Le système de coordonnées rectilignes à axes rectangulaires s'adapte mieux que tout autre à la peinture des équations par les lieux géométriques correspondants, c'est-à-dire que cette peinture est plus simple et plus fidèle.

C'est d'après ce système que sont construites les théories les plus essentielles de la géométrie générale. Quand on juge nécessaire d'en choisir une autre, c'est presque toujours le système polaire, qui est assez opposé au

système rectiligne pour que les équations trop compliquées relativement à celui-ci deviennent, en général, suffisamment simples par rapport à l'autre.

La rénovation philosophique opérée par Descartes ne s'appliquait qu'aux courbes planes; environ un siècle après, Clairaut l'a étendue à l'étude générale des surfaces et des courbes à double courbure.

La détermination analytique d'un point dans l'espace exige qu'on assigne les valeurs de trois coordonnées : par exemple, d'après le système rectiligne, les distances de ce point à trois plans fixes, ce qui présente le point comme l'intersection de trois plans dont la direction est invariable. On pourrait également employer les distances du point mobile à trois points fixes, ce qui le déterminerait par la rencontre de trois sphères à centre constant. Il y a la même variété entre les divers systèmes possibles de coordonnées que dans la géométrie plane. En général, il faut concevoir un point comme toujours déterminé par l'intersection de trois surfaces.

Si les trois coordonnées d'un point sont indépendantes, ce point pourra prendre dans l'espace toutes les positions possibles; mais, s'il est assujetti à rester sur une surface définie, alors deux coordonnées suffisent pour en déterminer à chaque instant la situation, puisque la surface proposée tient lieu de la condition imposée par la troisième coordonnée. On doit donc concevoir, au point de vue analytique, cette dernière coordonnée comme une fonction déterminée des deux autres, celles-ci demeurant entre elles indépendantes. Ainsi, il y aura entre les trois coordonnées variables une équation permanente, qui sera unique afin de correspondre au degré d'indétermination de la position du point. Cette équation sera la définition analytique de la surface proposée. Si la surface vient à

éprouver un changement, même un simple déplacement, l'équation subira une modification correspondante. En un mot, tous les phénomènes géométriques, relatifs aux surfaces, sont susceptibles d'être traduits par des équations à trois variables.

Réciproquement toute équation à trois variables peut être représentée géométriquement par une surface telle que les coordonnées de tous ses points conservent toujours entre elles la relation énoncée dans cette équation.

Le système de coordonnées rectilignes est également le plus convenable; le plus usité après lui est le système polaire.

Considérons maintenant la représentation algébrique des courbes à double courbure. Lorsqu'un point doit être situé sur une courbe, une seule coordonnée suffit pour achever de déterminer sa position, par l'intersection de cette courbe avec la surface qui résulte de cette coordonnée. Ainsi, dans ce cas, les deux autres coordonnées du point doivent être conçues comme des fonctions déterminées et distinctes de la première. Par conséquent, toute ligne, considérée dans l'espace, est représentée analytiquement par le système de deux équations entre les trois coordonnées de l'un quelconque de ses points. Chacune de ces équations exprime une surface, et leur ensemble représente la ligne proposée comme l'intersection de ces deux surfaces.

On envisage cette conception d'une manière trop étroite lorsqu'on se borne à considérer une ligne comme déterminée par le système de ses deux *projections* sur deux des plans coordonnés, parce que cette combinaison n'est pas toujours la plus convenable, ni la plus simple, pour former les équations d'une ligne. Dans ce cas, chacune des deux équations de la ligne ne contient que deux des trois coor-

données. La ligne est alors l'intersection de deux surfaces cylindriques, parallèles à deux des trois axes des coordonnées. Il vaut mieux choisir la combinaison qui se prête le mieux à l'établissement des équations, comme se composant des surfaces les plus connues. Par exemple, pour exprimer analytiquement un cercle dans l'espace, il est préférable de le considérer comme l'intersection d'une sphère et d'un plan.

Le seul inconvénient de cette manière de procéder, c'est une certaine confusion consistant en ce que la même ligne peut se trouver exprimée par une infinité de couples d'équations différents, vu l'infinité de couples de surfaces qui peuvent la former. Il existe un procédé fort simple pour faire disparaître cet inconvénient. Il suffit, en effet, de pouvoir déduire du système analytique établi le système correspondant au couple des surfaces cylindriques qui *projettent* la ligne proposée sur deux des plans coordonnés, surfaces qui sont toujours identiques de quelque manière que la ligne ait été obtenue. Or, en choisissant ce système fixe, on pourra déduire des équations primitives celles qui leur correspondent dans cette construction spéciale, en les transformant, par deux éliminations successives, en deux équations ne contenant chacune que deux des coordonnées variables, et qui conviendront par cela seul aux deux surfaces de projection. Tel est le moyen certain de reconnaître l'identité des lignes malgré la diversité très grande de leurs équations.

Je dois signaler les imperfections que présente la conception de Descartes relativement à la géométrie et à l'analyse.

L'imperfection, au point de vue géométrique, consiste en ce que les équations ne sont propres qu'à représenter des lieux géométriques entiers, et nullement des portions

déterminées de ces lieux. Il est cependant nécessaire de pouvoir exprimer analytiquement une ligne ou une surface *discontinue* comme le contour d'un polygone ou la surface d'un polyèdre. Les travaux de Fourier sur les fonctions discontinues ont commencé à remplir cette lacune. Mais cette manière de représenter des formes hétérogènes ou partielles est trop compliquée pour pouvoir être introduite dans la géométrie analytique.

Au point de vue de l'analyse, il faut remarquer l'impossibilité de représenter géométriquement les équations entre quatre, cinq variables ou un plus grand nombre. Cela tient à ce que l'analyse est plus générale que la géométrie, puisqu'elle peut s'appliquer à tous les phénomènes possibles. Il serait donc peu philosophique de vouloir trouver seulement parmi les phénomènes géométriques une représentation concrète de toutes les lois que l'analyse peut exprimer. Il existe une autre imperfection consistant en ce que, dans la construction du lieu géometrique, on n'a égard qu'aux solutions *réelles* des équations, sans tenir aucun compte des solutions *imaginaires*.

Poinsot a présenté une considération très ingénieuse et fort simple qui permet, lorsque les équations sont peu compliquées, de concevoir la représentation graphique des solutions imaginaires, en se bornant à peindre leurs rapports quand ils sont réels. Mais le moyen est peu applicable à cause de l'imperfection où se trouve la résolution algébrique des équations, la forme des racines imaginaires étant le plus souvent ignorée ou trop compliquée. Il faut donc de nouveaux travaux pour combler cette lacune de la géométrie analytique.

TREIZIÈME LEÇON

Sommaire. — De la géométrie *générale* à deux dimensions.

On n'a pas encore institué, même dans les établissements les plus célèbres, de cours vraiment dogmatique de géométrie générale. Cependant une telle étude est la plus propre à manifester le caractère philosophique de la science mathématique, en démontrant l'organisation générale de la relation de l'abstrait au concret dans la théorie mathématique d'un ordre quelconque dephénomènes. Il semblerait que cette admirable méthode n'ait pour but que de simplifier l'étude des sections coniques ou de quelques autres courbes considérées une à une, suivant l'esprit de la géométrie ancienne. On n'a pas encore senti que le caractère de notre géométrie moderne consiste à étudier d'une manière générale les questions relatives aux lignes ou aux surfaces, en transformant les recherches géométriques en recherches analytiques.

Il s'agit d'examiner comment les géomètres sont parvenus à réduire toutes les questions de géométrie générale à de pures questions d'analyse. Je ne m'occuperai d'abord que des courbes et même que des courbes planes. L'esprit de cet ouvrage prescrit d'ailleurs de se borner à l'examen philosophique des questions générales les plus importantes, et surtout d'écarter toute application à des formes particulières.

La première question qu'on peut se proposer relative-

ment à une courbe quelconque, c'est de connaître, d'après son équation, le nombre de points nécessaire à sa détermination.

Il faut distinguer deux cas, suivant que la courbe proposée est définie par son équation la plus générale, c'est-à-dire convenant à toutes les positions de la courbe relativement aux axes, ou par une équation particulière, qui n'a lieu que dans une certaine situation de la courbe à l'égard des axes.

Dans le premier cas, la condition de la courbe de passer par un point donné équivaut analytiquement à ce que les constantes arbitraires, que renferme son équation générale, conservent entre elles la relation marquée par la substitution des coordonnées particulières de ce point dans cette équation. Chaque point donné impose ainsi à ces constantes une certaine condition. Il faudra donc, pour que la courbe soit déterminée, assigner un nombre de points égal au nombre des constantes arbitraires, contenues dans l'équation. Telle est la règle générale. Cependant elle pourrait indiquer un nombre de points trop considérable, si le nombre des termes distincts, renfermant les constantes arbitraires, était moindre que celui de ces constantes. Il faut donc compter séparément le nombre des constantes entrant dans l'équation de la courbe proposée et le nombre des termes qui les contiennent, et déterminer combien de points exige l'entière spécification de la courbe par le plus petit de ces deux nombres, à moins qu'ils ne soient égaux.

Quand la courbe est définie par une équation *particulière*, il suffit, pour rentrer dans le cas précédent, de *généraliser* convenablement l'équation, ce qu'on fait en rapportant la courbe à un nouveau système d'axes dont la situation par rapport aux premiers soit regardée

comme indéterminée. Si cette transformation ne change pas la composition analytique de l'équation primitive, ce sera la preuve qu'elle était déjà suffisamment générale; dans le cas contraire, elle le sera devenue, et l'on établira la règle précédente.

Cette généralisation de l'équation introduira toujours trois nouvelles constantes arbitraires, savoir : les deux coordonnées de la nouvelle origine et l'inclinaison des nouveaux axes sur les anciens; en sorte que, sans effectuer le calcul, on pourra connaître le nombre des constantes arbitraires qui entreraient dans l'équation la plus générale, et par suite en déduire le nombre de points nécessaire à la détermination de la courbe, toutes les fois qu'on sera certain d'avance que le nombre des termes qui contiendraient ces constantes ne serait pas moindre que celui des constantes elles-mêmes.

L'opération analytique prescrite pour résoudre cette question se réduit à une simple énumération, qui peut être faite avant même d'obtenir l'équation de la courbe, et d'après sa seule définition géométrique. Il suffit d'analyser cette définition, en estimant combien de points, ou de droites données en longueur ou en direction, ou de cercles, etc., elle exige pour sa détermination. On saura alors combien il devra entrer de constantes arbitraires, en remarquant que chaque point donné par la définition en introduira deux; chaque droite donnée, également deux; chaque longueur, une; chaque cercle, trois, etc. Il n'y aura aucune restriction, si l'analyse de la définition a montré que les données ne pourraient varier, soit isolément, soit ensemble, sans qu'il en résultât un changement pour la courbe. Dans le cas contraire, on n'aura qu'une limite supérieure du nombre cherché, qui ne pourra être connu qu'en consultant l'équation générale.

Il peut arriver que, parmi les points par lesquels on veut déterminer une courbe, se trouvent des points *singuliers*, comme les *foyers*, les *sommets*, les *centres*, les points d'*inflexion* ou de *rebroussement*, etc. Ces points étant déterminés dans une même courbe, leurs deux coordonnées sont donc chacune une fonction déterminée des constantes qui spécifient cette courbe. Donner un seul de ces points, c'est imposer aux constantes deux conditions algébriques, ce qui équivaut analytiquement à donner deux points ordinaires. Chaque point singulier doit donc toujours être compté pour deux.

On trouve, d'après la méthode précédente, que toutes les paraboles, la logarithmique, la cycloïde et la spirale d'Archimède exigent chacune quatre points pour leur détermination.

Je choisirai, comme second exemple, la détermination des centres. Si l'on place l'origine des coordonnées au centre, les points de la figure auront, deux à deux, des coordonnées égales et de signe contraire. On peut donc reconnaître, d'après l'équation d'une courbe, si elle a pour centre l'origine : il suffit d'examiner si l'on n'altère pas cette équation en y changeant les signes des deux coordonnées variables. Ce qui exige, dans le cas où il n'y entre que des fonctions algébriques rationnelles et entières, que les termes soient tous de degré pair ou tous de degré impair, suivant le degré de l'équation. Quand un tel changement trouble l'équation, il faut déplacer l'origine et chercher à disposer des deux constantes que cette transformation a introduites, de manière que l'équation puisse jouir, relativement aux nouveaux axes, de la propriété précédente. Si l'on y arrive, la courbe aura un centre, dont ces valeurs feront connaître la position; dans le cas contraire, il sera constaté que la courbe n'a pas de centre.

La question de la *similitude* entre des courbes d'un même *genre*, c'est-à-dire susceptibles d'une même définition ou *équation*, peut être résolue par l'analyse ordinaire.

On y arriverait par l'analyse différentielle :

1° En calculant, pour chaque courbe, l'angle de *contingence* en un point quelconque, et en exprimant que cet angle a la même valeur dans les deux courbes pour des points correspondants; 2° en exprimant, d'après la différentielle générale de la longueur d'un élément infiniment petit de chaque courbe, que les éléments homologues des deux courbes sont entre eux dans un rapport constant.

Pour résoudre la question par l'analyse ordinaire, il faut remarquer que, quand deux figures semblables sont placées dans une situation parallèle, si l'on joint deux à deux par des droites les points homologues, toutes ces lignes de jonction concourront en un point unique, à partir duquel leurs longueurs auront entre elles un rapport constant égal à celui des deux figures. Si donc on place l'origine en ce point de concours, les points homologues des deux courbes auront des coordonnées proportionnelles. La vérification d'un tel caractère algébrique suffira pour constater la similitude. Si la vérification n'a pas lieu, cela peut tenir à ce que les courbes, quoique semblables, ne sont pas parallèles. Pour s'en assurer, il suffit de changer l'origine et la direction des axes, mais seulement dans l'une des deux équations. On cherchera alors à disposer des trois constantes arbitraires, introduites par là, pour que la propriété analytique indiquée puisse avoir lieu d'après certaines valeurs réelles des constantes; si on y arrive, c'est que les deux courbes sont semblables; dans le cas contraire, elles ne le sont pas.

Toutes les fois qu'une équation d'une courbe, rendue la plus simple par la situation des axes, ne renferme qu'une

constante, toutes les courbes de ce genre sont semblables. Il suffit même d'examiner, sans considérer l'équation, si la définition géométrique de la courbe ne la fait dépendre que d'une seule donnée. Toutes les paraboles de même degré sont semblables, ainsi que toutes les logarithmiques, toutes les cycloïdes, tous les cercles, etc.

Quand l'équation contient deux ou plusieurs constantes, la similitude n'a lieu qu'autant que ces constantes ont entre elles certaines relations, et le plus souvent sont proportionnelles; ainsi deux ellipses, deux hyperboles ne sont semblables qu'autant que leurs axes sont proportionnels. Je me borne à ces questions qui peuvent être résolues par l'analyse ordinaire ; je n'y comprends pas la détermination des *foyers* et des *diamètres*, qui n'a de véritable intérêt qu'à l'égard des sections coniques. Il serait aisé de former une méthode générale pour déduire de l'équation d'une courbe celle de ses diamètres ; mais cette recherche n'est utile que quand tous les diamètres sont des lignes droites, ce qui a lieu seulement dans les courbes du second degré. Pour les autres courbes, les diamètres sont des courbes aussi peu connues et souvent d'une étude plus difficile que les courbes proposées.

Je passe à l'examen des théories qui exigent l'emploi de l'analyse transcendante. La première consiste dans la détermination des tangentes. J'en ai indiqué la solution générale dans la sixième leçon ; il est inutile d'y revenir. Je ferai seulement observer que le problème général suppose connu le point de contact, tandis que la tangente peut être déterminée par d'autres conditions qu'il faut faire rentrer dans la précédente, en exprimant les coordonnées du point de contact. Ainsi, quand la tangente doit passer par un point donné extérieur à la courbe, les coordonnées de ce point devant satisfaire à la formule générale

de l'équation de la tangente, qui contient les coordonnées inconnues du point de contact, ce dernier point sera déterminé par une telle relation combinée avec l'équation de la courbe; de même, si la tangente cherchée doit être parallèle à une droite donnée, il faudra égaler le coefficient qui marque sa direction à celui qui détermine celle de la droite donnée, et la combinaison de cette condition avec l'équation de la courbe fera encore connaître ces coordonnées.

Pour exprimer le caractère analytique du phénomène d'un contact indéterminé, il suffit de remarquer que les deux constantes, par lesquelles se trouve fixée à chaque instant la position de la tangente, étant des fonctions connues des coordonnées du point de contact, l'élimination de ces deux coordonnées, entre ces deux formules et l'équation de la courbe proposée, fournira une relation indépendante du point de contact et contenant seulement les constantes des deux lignes.

La question des tangentes est le point de départ de celle des *asymptotes*. Les *asymptotes* rectilignes sont les seules intéressantes, parce qu'elles facilitent l'étude de leurs courbes. L'*asymptote* étant une tangente dont le point de contact s'éloigne à l'infini, il suffit, pour la déterminer, de supposer infinies les coordonnées du point de contact, dans les deux formules générales qui expriment, d'après l'équation de la courbe en fonction de ses coordonnées, les deux constantes par lesquelles est fixée la position de la tangente. Si ces deux constantes prennent des valeurs réelles et compatibles entre elles, la courbe aura des asymptotes dont le nombre et la situation seront ainsi déterminés. Si ces valeurs sont imaginaires ou incompatibles, ce sera la preuve que la courbe n'a point d'asymptotes, du moins rectilignes. Si les deux valeurs se présentent sous une

forme indéterminée, on emploiera la méthode analytique qui sert à estimer la valeur de toute expression semblable.

On peut aussi rattacher à la théorie des tangentes celle des points *singuliers*, comme les points d'*inflexion*, les points *multiples*, les points de *rebroussement*, etc. Relativement aux points d'inflexion, il suffit de remarquer que, s'il y a *inflexion*, c'est-à-dire si la courbure change de sens, l'inclinaison de la tangente en ce point sera un *maximum*, ou un *minimum* suivant qu'il s'agira du passage de la convexité à la concavité, ou du passage inverse. On trouvera donc ces points par la théorie des *maxima* et des *minima*. Pour l'abscisse du point d'inflexion, la seconde fonction dérivée de l'ordonnée doit être nulle, ce qui suffit pour déterminer l'existence et la position de ce point.

Un second problème que résout l'analyse transcendante, c'est la mesure de la *courbure*, au moyen du cercle *osculateur*, dont la découverte suffirait pour immortaliser le nom d'Huyghens.

Le cercle étant la seule courbe de courbure uniforme, courbure d'autant plus grande que le rayon est plus petit, la courbure de toute autre courbe est estimée par sa comparaison en chaque point avec le cercle unique, dit *osculateur*, qui a avec elle le plus intime contact possible, et qui se distingue des cercles simplement *tangents*, qui sont en nombre infini au même point de la courbe. La courbure pourrait être également estimée au moyen de l'angle de deux éléments consécutifs, dit angle de *contingence;* mais ces deux mesures sont équivalentes. Au point de vue analytique, la valeur du rayon du cercle osculateur fournit celle de l'angle de contingence, c'est ce rayon qu'il est préférable de chercher d'abord.

On envisage le cercle osculateur comme passant par

trois points de la courbe infiniment voisins. Le centre du cercle osculateur est appelé *centre de courbure ;* c'est le point d'intersection de deux normales infiniment voisines. D'après l'équation générale de la tangente, on trouve aisément celle de la normale ; on fait varier d'une quantité infiniment petite les coordonnées du point de contact, afin de passer à la normale infiniment voisine. La solution commune à ces deux équations, qui sont du premier degré par rapport aux deux coordonnées du point d'intersection, suffit pour faire trouver les deux formules générales qui expriment les coordonnées du centre de courbure d'une courbe en un point quelconque. La recherche du rayon de courbure se réduit alors à calculer la distance du centre de courbure au point correspondant de la courbe. Cette connaissance, qui facilite celle de la courbe, est remarquable en ce qu'elle se rapporte à la forme de la courbe, sans dépendre de sa position.

Cette théorie conduit à la notion des *développées*, qui sont définies comme les lieux géométriques des centres de courbure de chaque courbe en ses différents points. Huyghens avait déduit l'idée du cercle osculateur de celle de la développée, envisagée comme engendrant par son développement la courbe primitive ou la *développante*. Ces deux manières de voir rentrent l'une dans l'autre. La développée présente deux propriétés générales : la première, c'est d'avoir pour tangentes les normales de la courbe dont elle dérive ; la seconde consiste en ce que la longueur de ses arcs est égale à celle des rayons de courbure correspondants de la développante. Pour obtenir la développée d'une courbe donnée, il faut éliminer, entre les deux formules qui expriment les coordonnées du centre de courbure, les coordonnées du point correspondant de la courbe, à l'aide de l'équation de cette

courbe : l'équation qui résulte de l'élimination est celle de la développée.

On pourrait également entreprendre de résoudre la question inverse; mais elle exige l'intégration d'une équation différentielle du second ordre. Ces questions sont analogues aux problèmes plus simples désignés, à l'origine de l'analyse transcendante, sous le nom de *méthode inverse des tangentes*, où l'on se proposait de déterminer une courbe par une propriété donnée de sa tangente en un point quelconque.

Les géomètres ont déduit d'une même courbe primitive quelconque diverses autres courbes secondaires, dont on obtient les équations par des procédés semblables. Les plus remarquables sont les *caustiques* par réflexion ou par réfraction, dont l'idée est due à Tschirnaüs, et la théorie, à Jacques Bernouilli. Ce sont des courbes formées par l'intersection des rayons lumineux infiniment voisins qu'on suppose réfléchis ou réfractés par la courbe primitive. Le problème se résout en suivant une marche analogue.

En généralisant cette considération, on peut concevoir des courbes produites par l'intersection de certaines courbes infiniment voisines, assujetties à une loi quelconque. Leibniz a imaginé, le premier, les recherches de cette nature, qui ont été étendues par Clairaut et par Lagrange. Ces courbes sont ordinairement représentées par une équation commune, d'ailleurs quelconque, dont on les fait dériver, en donnant diverses valeurs à une constante arbitraire. Pour trouver le lieu géométrique des points d'intersection, il suffit de différentier l'équation par rapport à la constante, et d'éliminer ensuite cette constante entre cette équation différentielle et l'équation primitive. On obtient ainsi, entre les deux coordonnées

variables, une équation indépendante de cette constante, qui est celle de la courbe cherchée.

J'ai considéré jusqu'ici la théorie de la courbure suivant l'esprit de la méthode infinitésimale. La conception de Lagrange s'y adaptait plus difficilement; mais elle l'a conduit à la théorie générale des contacts, dont l'ancienne théorie du cercle osculateur n'est plus qu'un cas particulier. C'est, peut-être, au point de vue philosophique, l'objet le plus intéressant de la géométrie analytique.

Dans cette théorie, le degré d'intimité de deux courbes est apprécié par le nombre de fonctions dérivées successives de leurs ordonnées qui ont la même valeur au point consideré. De là, les divers ordres de *contacts* : après la simple intersection, le premier degré de rapprochement entre deux courbes a lieu quand les premières dérivées de leurs ordonnées sont égales; c'est le *contact du premier ordre*, ou le simple contact, qui a été longtemps le seul connu. Le *contact du second ordre* exige l'égalité des secondes dérivées. L'égalité des troisièmes dérivées produit le *contact du troisième ordre*, et ainsi de suite à l'infini. Au delà du premier ordre, les contacts portent aussi le nom d'*osculations* du premier ordre, du second ordre, etc.

Dans le contact du premier ordre, les deux courbes ont au point commun la même tangente; dans celui du second ordre, elles ont le même cercle de courbure, puisque les tangentes dépendent de la première dérivée de l'ordonnée, et le cercle de courbure, des deux premières dérivées successives.

L'ordre du contact le plus intime d'une courbe dépend du nombre de constantes arbitraires contenues dans son équation la plus générale. La ligne droite, dont l'équation ne contient que deux constantes, ne peut avoir avec une

courbe quelconque qu'un contact du premier ordre, d'où découle la théorie des tangentes. Le cercle, dont l'équation contient trois constantes, peut avoir avec une courbe quelconque un contact du second ordre, et de là résulte, comme cas particulier, l'ancienne théorie du cercle osculateur. La parabole, qui contient quatre constantes, peut avoir un contact du troisième ordre; l'ellipse comporte un contact du quatrième ordre, etc.

On peut assigner, pour définir directement les divers ordres de contacts, un caractère concret plus simple et plus clair que celui qui a été indiqué par Lagrange. En effet, le nombre plus ou moins grand de constantes arbitraires contenues dans une équation a pour signification le nombre des points nécessaires à la détermination de la courbe, et se trouve ainsi marquer le degré d'intimité dont cette courbe est susceptible relativement à toute autre. D'un autre côté, la loi analytique qui exprime ce contact par l'égalité d'un pareil nombre de dérivées successives des deux ordonnées, indique évidemment que les deux courbes ont alors autant de points infiniment voisins communs. On peut donc se faire directement une idée des différents ordres de contacts, en disant qu'ils consistent dans la communauté d'un nombre plus ou moins grand de points infiniment voisins entre les deux courbes. On définirait, par exemple, l'ellipse osculatrice au troisième ordre, en la regardant comme la limite vers laquelle tendraient les ellipses passant par cinq points de la courbe proposée, à mesure que quatre de ces points supposés mobiles se rapprocheraient indéfiniment du cinquième supposé fixe.

La théorie des contacts permet de rendre aussi exacte qu'on veut la mesure de la courbure, en changeant convenablement le terme de comparaison. Ainsi l'assimilation



de tout arc de courbe infiniment petit à un arc de parabole en ferait connaître la courbure avec plus de précision que par l'emploi du cercle osculateur. La comparaison avec l'ellipse procurerait encore plus d'exactitude. Mais, comme on aurait difficilement une connaissance nette et familière de la courbe qui serait adoptée pour unité de courbure, on s'est contenté de comparer toutes les courbes au cercle. Lagrange s'est borné à déduire de sa théorie générale celle du cercle osculateur, ainsi présentée à un point de vue purement analytique.

J'ai examiné cette théorie des contacts, parce qu'il y a une profonde différence entre concevoir la détermination du cercle osculateur, comme le dernier terme des efforts de l'esprit humain dans l'étude des courbes, ainsi qu'on le faisait avant Lagrange, et n'y voir, au contraire, qu'un cas particulier d'une théorie plus générale.

Il me reste à signaler les questions qui se rapportent aux rectifications et aux quadratures; mais j'ai établi, dans la sixième leçon, la méthode pour obtenir la longueur et l'aire d'une courbe plane dont l'équation rectiligne est donnée. Ce sujet est donc suffisamment traité. Je me bornerai à indiquer la détermination de l'aire et du volume des corps produits par la révolution des courbes planes autour de leurs axes.

Supposons que l'axe de rotation soit pris pour axe des abscisses, et concevons que l'abscisse augmente d'une quantité infiniment petite : cet accroissement déterminera, dans l'arc et dans l'aire de la courbe, des augmentations différentielles analogues qui, par la révolution autour de l'axe, engendreront les *éléments* de la surface et du volume cherchés. En négligeant un infiniment petit du second ordre tout au plus, on pourra regarder ces éléments comme égaux à la surface et au volume du tronc de cône

ou du cylindre correspondant, ayant pour hauteur la différentielle de l'abscisse, et pour rayon de sa base l'ordonnée du point considéré. D'après cela, les plus simples propositions de la géométrie élémentaire fourniront immédiatement les équations différentielles générales. Tel est le moyen par lequel les géomètres ont résolu, depuis Leibniz, un grand nombre de questions de ce genre, quand les progrès du calcul intégral l'ont permis.

On pourrait aussi comprendre au nombre de ces recherches la détermination des centres de gravité des arcs ou des aires appartenant à des courbes quelconques, le centre de gravité étant défini le *centre des moyennes distances*, c'est-à-dire un point dont la distance à un plan ou à un axe quelconque est la moyenne arithmétique entre les distances de tous les points du corps à ce plan ou à cet axe. Mais ce problème aura sa place dans la mécanique.

Les questions de géométrie à deux dimensions peuvent donc être divisées en trois classes : dans la première sont celles qui dépendent seulement de l'analyse ordinaire; dans la seconde, celles dont la solution exige l'emploi du calcul différentiel; enfin, dans la troisième, celles qui ne peuvent être résolues qu'à l'aide du calcul intégral.

QUATORZIÈME LEÇON

Sommaire. — De la géométrie *générale* à trois dimensions.

Les questions qui se rapportent aux surfaces peuvent se classer de la même manière que celles qui concernent les lignes. Celles qui dépendent de l'analyse ordinaire se résolvent par des méthodes semblables, soit qu'il s'agisse de connaître le nombre des points nécessaires à la détermination d'une surface, soit qu'on cherche les centres ou les conditions de similitude entre deux surfaces du même genre, etc. La seule différence, c'est que les équations ont trois variables au lieu de deux. Je passe donc immédiatement aux questions qui exigent l'analyse transcendante, en insistant seulement sur les considérations nouvelles, relatives aux surfaces.

La première théorie est celle des plans tangents : on peut, par la méthode infinitésimale, trouver l'équation du plan qui touche une surface en un point, et qui est défini comme coïncidant avec elle dans une étendue infiniment petite autour du point de contact. Il suffit de remarquer que, pour remplir une telle condition, l'accroissement infiniment petit reçu par l'ordonnée verticale en résultat des accroissements infiniment petits des deux coordonnées horizontales, doit être le même pour le plan que pour la surface ; et cela, indépendamment de toute relation déterminée entre ces deux derniers accroissements, sans quoi la coïncidence n'aurait pas lieu en tous sens. La détermi-

nation de ce plan, dans chaque cas particulier, se trouve ainsi réduite à une simple différentiation de l'équation de la surface proposée.

On peut obtenir l'équation du plan tangent au moyen de la théorie des tangentes aux courbes planes. Il suffit de considérer ce plan comme déterminé par les tangentes à deux sections planes de la surface passant au point donné. En choisissant les plans de ces sections parallèles à deux des plans coordonnés, on parvient à l'équation précédente. En procédant ainsi, Monge est arrivé à un important théorème qui consiste en ce que les tangentes à toutes les courbes qu'on peut tracer en un même point sur une surface sont toujours comprises dans un même plan.

Enfin, on peut encore trouver cette équation en considérant le plan tangent comme perpendiculaire à la normale correspondante, définie par sa propriété d'être le chemin *maximum* ou *minimum* pour aller d'un point extérieur à la surface. La méthode ordinaire des *maxima* et des *minima* suffit pour former, d'après cette notion, les deux équations de la normale, en exprimant la distance entre deux points, l'un situé sur la surface, l'autre extérieur. Le premier, conçu comme variable, est ensuite supposé fixe après l'expression des conditions analytiques, tandis que le second, primitivement constant, est alors envisagé comme mobile, et décrit la droite cherchée. Les équations de la normale une fois obtenues, on en déduit aisément celle du plan tangent. Cette méthode est due à Monge.

Comme dans le cas des courbes, ce problème en fournit d'autres accessoires. Le plan tangent peut être assujetti à contenir une droite donnée, ou à être parallèle à un plan donné. Enfin on peut aussi trouver la relation analytique exprimant le simple phénomène du contact, sans spécifier

le lieu de ce contact, d'où résulte la question du plan tangent, à la fois, à trois surfaces données.

La théorie des contacts plus ou moins intimes qui peuvent exister entre deux surfaces se forme d'après une méthode semblable à celle de la leçon précédente, relativement aux courbes; mais il y a une différence par rapport au nombre des conditions analytiques des contacts des différents ordres, par suite de la nécessité où l'on se trouve de considérer deux accroissements indépendants, au lieu d'un seul.

En effet, pour que chaque contact ait lieu dans tous les sens possibles autour du point commun, on doit annuler séparément tous les différents termes du même degré correspondant, et dont le nombre augmentera d'autant plus que ce degré ou l'ordre du contact sera plus élevé.

La théorie des surfaces n'est donc pas, à cet égard, aussi facile ni aussi parfaite que celle des courbes. Il y a parité pour le contact du premier ordre qui n'exige que trois conditions, auxquelles on peut toujours satisfaire à l'aide des trois constantes arbitraires contenues dans l'équation générale d'un plan. De là résulte, comme cas particulier, la théorie des plans tangents, analogue à celle des tangentes aux courbes, et aussi utile pour étudier la forme d'une surface. Mais il n'en est plus ainsi pour le contact du second ordre, qui mesure la courbure. Il serait naturel de comparer les surfaces à la sphère, mais le contact du second ordre entre deux surfaces exige six conditions, tandis que l'équation de la sphère ne contient que quatre constantes arbitraires. Il n'est donc pas possible de trouver, en chaque point d'une surface quelconque, une sphère qui soit osculatrice en tout sens. On s'est alors contenté de la sphère qui le serait dans une direction particulière. Ce procédé se réduit à étudier la courbure d'une surface en chaque point



par celle des différentes courbes que tracerait sur cette surface une suite de plans menés par la normale correspondante.

Euler, auquel est due cette théorie, a découvert plusieurs théorèmes relatifs aux surfaces. Il a d'abord établi que, parmi toutes les sections normales en un même point, on pouvait en distinguer deux principales, dont les plans sont perpendiculaires entre eux, et dont la courbure, comparée à celle de toutes les autres, est un *minimum* pour la première, et un *maximum* pour la seconde. Il a fait voir ensuite que la courbure de ces deux sections suffit pour déterminer celle d'une autre section normale quelconque, à l'aide d'une formule très simple, d'après l'inclinaison du plan de cette section sur celui de la section de plus grande ou de plus petite courbure. En considérant cette formule comme l'équation polaire d'une certaine courbe plane, il en a déduit que, si l'on construit une ellipse telle que les distances d'un de ses foyers aux deux extrémités du grand axe soient égales aux deux rayons de courbure *maximum* et *minimum*, le rayon de courbure de toute autre section normale sera égal à celui des rayons vecteurs de l'ellipse qui fera avec l'axe un angle double de l'inclinaison du plan de cette section sur celui d'une des sections principales. Cette ellipse se change en une hyperbole construite de la même manière, quand les deux sections principales ne tournent pas leur concavité dans le même sens. Enfin elle devient une parabole, lorsque la surface peut être engendrée par une ligne droite, ou qu'elle présente une *inflexion* au point que l'on considère. On a conclu de cette propriété un grand nombre de théorèmes. Je dois seulement signaler, comme complément du travail d'Euler, celui de Meunier; il a rattaché la courbure de toutes les courbes qui peuvent être tracées en un même point d'une

surface à celle des sections normales. Ce théorème consiste en ce que le centre de courbure de toute section oblique peut être envisagé comme la projection, sur le plan de cette section, du centre de courbure correspondant à la section normale qui passerait par la même tangente : d'où Meunier a déduit une construction très simple, d'après laquelle, par l'emploi d'un cercle analogue à l'ellipse d'Euler, on détermine la courbure des sections obliques, connaissant celle des sections normales. Par la combinaison de ces deux théorèmes, la courbure des deux sections normales *principales* suffit pour obtenir celle de toutes les autres courbes tracées en un même point d'une surface quelconque.

La théorie précédente permet d'étudier, point par point, la courbure d'une surface. Pour relier ce qui se rapporte aux divers points, les géomètres ont cherché à déterminer les *lignes de courbure* d'une surface, c'est-à-dire celles qui jouissent de la propriété que les normales consécutives à la surface peuvent y être regardées comme comprises dans un même plan. En chaque point d'une surface quelconque, il existe deux de ces lignes, qui sont perpendiculaires entre elles, et dont les directions coïncident à leur origine avec celles des deux sections normales *principales*. On trouve aisément ces lignes de courbure sur les surfaces les plus usuelles, telles que les surfaces cylindriques, coniques et de révolution. On en a déduit d'autres recherches, comme celles des *surfaces de courbure*, qui sont les lieux géométriques des centres de courbure des diverses sections *principales*.

Je dois indiquer, pour achever cette théorie, ce qui se rapporte aux *courbes à double courbure* : on détermine aisément leurs tangentes. Si la courbe est donnée par les équations de ses projections sur deux des plans coordonnés, les

équations de sa tangente seront celles des tangentes à ces deux projections. Si la définition de la courbe consiste dans le système des équations des deux surfaces quelconques dont elle serait l'intersection, la tangente sera l'intersection des deux plans tangents à ces deux surfaces.

La courbure de ces courbes donne lieu à une nouvelle notion. Les éléments consécutifs n'étant plus dans un même plan, on doit fixer ce qu'il faut entendre à chaque instant par le *plan* de la courbe : déterminé par trois points infiniment voisins, il est appelé plan *osculateur*. La position de ce plan une fois obtenue, la mesure de la courbure ordinaire se fait à l'aide du cercle osculateur. Quant à la seconde courbure, elle est estimée par l'angle que forment entre eux deux plans osculateurs consécutifs. On pourrait également regarder cette courbure comme mesurée d'après le rayon de la sphère *osculatrice* qui passerait par quatre points infiniment voisins de la courbe proposée. On l'apprécie ordinairement par la courbure maximum que présente, au point considéré, la surface développable, qui est le lieu géométrique de toutes les tangentes à la courbe.

Nous devons maintenant passer aux questions qui dépendent du calcul intégral, et qui comprennent la quadrature des surfaces et la cubature des volumes. Quant à la quadrature, il faut, pour établir l'équation différentielle générale, concevoir la surface partagée en éléments plans, infiniment petits dans tous les sens, par quatre plans perpendiculaires deux à deux aux axes des coordonnées horizontales. Chacun de ces éléments, situé dans le plan tangent correspondant, a pour projection horizontale le rectangle formé par les différentielles des deux coordonnées horizontales. La surface de ce rectangle donnera celle de l'élément lui-même d'après un théorème fort simple : il

suffit de la diviser par le cosinus de l'angle du plan tangent et du plan horizontal. L'aire de la surface proposée sera obtenue par la double intégration de cette formule différentielle à deux variables. Les limites de chaque intégrale successive seront déterminées par la nature des surfaces dont l'intersection avec celle que l'on considère devra circonscrire l'étendue à mesurer.

Relativement à la cubature des volumes terminés par des surfaces courbes, ce même système peut servir à décomposer le volume en éléments polyèdres. En effet, l'espace infiniment petit du second ordre compris entre ces quatre plans doit être envisagé comme égal au parallélipipède rectangle ayant pour hauteur l'ordonnée du point considéré, et pour base le rectangle précédemment trouvé, puisque leur différence est un infiniment petit du troisième ordre. D'après cela, un des plus simples théorèmes de la géométrie élémentaire fournira, pour l'expression différentielle du volume cherché, l'équation générale, d'où l'on déduira, par une double intégration, la valeur du volume, en ayant égard, comme précédemment, à la détermination des limites de chaque intégrale.

Pour terminer l'examen philosophique de la géométrie à trois dimensions, il me reste à considérer la classification analytique des surfaces en familles naturelles, établie par Monge, et qui doit être regardée comme le perfectionnement le plus important de la science géométrique, depuis Descartes et Leibniz.

Les géomètres avaient classé les surfaccs, comme les courbes, par la forme et le degré de leurs équations; mais ce principe, qui est applicable aux équations des deux premiers degrés, ne remplit aucune des conditions auxquelles doit satisfaire un tel travail. En effet, Newton, en discutant l'équation du troisième degré à deux variables, et en se

bornant à l'énumération des courbes planes qu'elle peut représenter, a reconnu qu'on devait en distinguer soixante-quatorze espèces particulières, aussi différentes les unes des autres que le sont entre elles les trois courbes du second degré. Personne n'a analysé l'équation générale du quatrième degré à deux variables, qui en fournirait un nombre plus considérable, et ce nombre devrait augmenter prodigieusement avec le degré de l'équation. Il est clair que les équations à trois variables expriment un plus grand nombre de surfaces, et que ce nombre doit croître encore plus rapidement d'après le degré. On s'est borné, pour les surfaces, à analyser les équations des deux premiers degrés. D'ailleurs cette manière de classer les surfaces, outre l'impossibilité de la suivre, est contraire au principe de toute bonne classification, consistant à rapprocher le plus les uns des autres les objets qui offrent les relations les plus importantes.

La propriété caractéristique des surfaces consiste évidemment dans leur mode de génération. Les familles naturelles étant établies géométriquement dans ce sens, il fallait découvrir un genre de relation analytique, destiné à présenter une interprétation concrète de ce caractère abstrait : c'est ce qu'a fait Monge.

Il a remarqué que les surfaces assujetties à un même mode de génération sont caractérisées par une certaine propriété commune de leur plan tangent en un point quelconque ; en sorte que, en exprimant analytiquement cette propriété d'après l'équation générale du plan tangent à une surface quelconque, on forme une équation différentielle représentant, à la fois, toutes les surfaces de cette famille.

Quel que soit le mode de génération, toutes les surfaces d'une même famille naturelle sont susceptibles d'être re-

présentées analytiquement par une même équation *aux différences partielles* contenant des constantes arbitraires, d'après une propriété commune de leur plan tangent.

Pour compléter cette correspondance entre le point de vue géométrique et le point de vue analytique, Monge a considéré les équations finies qui sont les intégrales de ces équations différentielles. Chacune de ces équations finies doit contenir, si l'équation différentielle est du premier ordre, une fonction arbitraire qui correspond à ce qu'il y a d'indéterminé dans la génération des surfaces proposées, à la base, par exemple, si les surfaces sont cylindriques ou coniques, à la courbe méridienne, si elles sont de révolution, etc.

C'est par là que l'étude générale des surfaces est devenue possible. On est arrivé à des résultats infiniment supérieurs à ceux qu'on pouvait obtenir auparavant. Ainsi, pour en citer un seul exemple, on a pu reconnaître cette singulière propriété de toute équation *homogène* à trois variables, de représenter nécessairement une surface conique dont le sommet est situé à l'origine des coordonnées. On a découvert de même, à l'aide du calcul des variations, le plus court chemin d'un point à un autre sur une surface développable quelconque, sans qu'il fût nécesaire de la particulariser, etc.

Cette conception de Monge constitue son premier titre à la gloire; l'importance n'en a été bien sentie que par Lagrange, si juste appréciateur de tous ses émules. Je regrette de ne pouvoir signaler la réaction de cette nouvelle géométrie sur le perfectionnement de l'analyse, quant à la théorie des équations différentielles à plusieurs variables.

En méditant sur cette classification philosophique des surfaces, analogue aux méthodes naturelles établies par

les biologistes en zoologie et en botanique, on est conduit à se demander s'il n'est pas possible de classer également les courbes : la variété en est moindre ; le travail est moins important et plus difficile, parce que les caractères qui pourraient servir de base sont moins tranchés. Il a donc été naturel que l'esprit humain s'occupât d'abord de classer les surfaces ; il faut espérer qu'on classera aussi les courbes, dont on aperçoit déjà quelques familles naturelles, comme celles des paraboles quelconques, et celles des hyperboles quelconques.

QUINZIÈME LEÇON

Sommaire. — Considérations philosophiques sur les principes fondamentaux de la mécanique rationnelle.

Le caractère de science naturelle, encore plus inhérent à la mécanique qu'à la géométrie, est aujourd'hui déguisé dans beaucoup d'esprits par l'emploi des considérations ontologiques. Il y a une confusion constante, entre le point de vue abstrait et le point de vue concret, qui empêche de distinguer ce qui est purement physique de ce qui est purement logique, et de séparer les conceptions artificielles, destinées à faciliter l'établissement des lois générales de l'équilibre ou du mouvement, des faits naturels, fournis par l'observation, et constituant les bases réelles de la science. L'extension des théories de la mécanique rationnelle, obtenue depuis un siècle, a fait rétrograder la conception philosophique de cette science, que Newton avait exposée d'une manière plus nette. En effet, ce développement ayant été obtenu par l'usage exclusif de l'analyse, on a cherché à établir, *à priori*, par le même moyen, les principes fondamentaux de la science, que Newton avait sagement présentés comme des résultats d'observation. C'est ainsi que Daniel Bernouilli, d'Alembert et Laplace ont essayé de prouver la règle de la composition des forces. Lagrange seul a aperçu l'insuffisance de l'analyse en pareil cas. S'il était possible de constituer ainsi la mécanique, on ne pourrait pas se représenter comment une telle science

serait applicable à l'étude de la nature. Ce qui en établit la réalité, c'est qu'elle est fondée sur quelques faits généraux, fournis par l'observation, que tout philosophe positif doit envisager comme n'étant susceptibles d'aucune explication. L'objet de cette leçon est d'établir le caractère philosophique de la mécanique, et de la dégager de toute influence métaphysique, en distinguant le point de vue abstrait du point de vue concret, et en séparant la partie expérimentale de la partie rationnelle.

Commençons par préciser l'objet général de cette science.

La mécanique laisse de côté non seulement les causes premières des mouvements, qui sont en dehors de toute philosophie positive, mais même les circonstances de leur production. Elle se borne à envisager le mouvement en lui-même, sans s'enquérir de quelle manière il a été déterminé. Les forces ne sont que les mouvements produits ou tendant à se produire. Deux forces imprimant à un corps la même vitesse dans la même direction sont identiques, quelle que soit leur origine, soit que le mouvement provienne des contractions musculaires d'un animal ou de la dilatation d'un fluide élastique. Bien que cette manière de voir soit devenue familière, il reste encore aux géomètres à opérer, dans le langage habituel, une réforme essentielle pour écarter l'ancienne notion métaphysique des *forces*.

Le problème général de la mécanique rationnelle consiste à déterminer l'effet produit, sur un corps donné, par différentes forces quelconques agissant simultanément, lorsqu'on connaît le mouvement simple qui résulterait de l'action isolée de chacune d'elles; ou, en sens inverse, à déterminer les mouvements simples dont la combinaison donnerait lieu à un mouvement composé connu. L'étude de l'action d'une force unique n'est jamais du domaine de

la mécanique rationnelle, où elle est toujours supposée connue. Toute cette science porte donc sur la combinaison des forces, soit qu'il résulte de leur concours un mouvement dont il faut étudier les circonstances, soit que, par leur neutralisation mutuelle, le corps se trouve dans un état d'équilibre, dont il s'agit de fixer les conditions.

On ne pourrait établir aucune proposition sur les lois abstraites de l'équilibre ou du mouvement, si l'on ne commençait par regarder les corps comme *inertes*, c'est-à-dire, comme incapables de modifier spontanément l'action des forces qui leur sont appliquées. Cette notion abstraite, qui n'est qu'un artifice logique pour rendre possible la formation de la science, est souvent confondue avec la *loi d'inertie*, qui est un résultat d'observation. Certains esprits ne savent point encore aujourd'hui si cet état passif des corps est hypothétique, ou s'il représente la réalité des phénomènes. Ils regardent les lois de la mécanique rationnelle comme s'appliquant uniquement aux corps bruts, tandis qu'elles se vérifient aussi bien dans les corps organisés.

Cet état passif des corps est une véritable abstraction, contraire à leur constitution réelle.

On concevait autrefois la matière comme étant, par sa nature, inerte ou passive, son activité lui venant du dehors sous l'influence de certains êtres surnaturels ou de certaines entités métaphysiques. Mais depuis que, sous l'influence de la philosophie positive, l'esprit humain s'est borné à étudier le véritable état des choses, sans s'enquérir des *causes* premières et génératrices, il est devenu évident que tous les corps manifestent une activité spontanée plus ou moins étendue. Il n'y a, entre les corps bruts et les corps animés, que de simples différences de degrés. Il n'existe point de matière vivante *sui generis*, puisqu'on

retrouve dans les corps animés des éléments identiques à ceux que présentent les corps inanimés. Ces derniers ont une activité spontanée, analogue à celle des corps vivants, mais seulement moins variée. N'y eût-il, dans les molécules, d'autre propriété que la pesanteur, cela suffirait pour interdire à tout physicien de les regarder comme passives. C'est en vain qu'on voudrait, dans cette circonstance, présenter les corps comme inertes, en disant qu'ils ne font qu'obéir à l'attraction de la terre. Quand même cela serait exact, on ne ferait que déplacer la difficulté, en transportant à la masse totale de la terre l'activité refusée aux molécules isolées. Mais, de plus, un corps pesant est aussi actif, dans sa chute, que la terre elle-même, puisque chaque molécule de ce corps attire une partie équivalente de la terre, autant qu'elle en est attirée, quoique cette dernière attraction produise seule un effet sensible, à raison de l'immense inégalité des deux masses. Dans une foule d'autres phénomènes également universels, thermologiques, électriques ou chimiques, la matière présente une activité spontanée très variée, dont nous ne saurions la concevoir privée. Les corps vivants n'ont d'autre caractère particulier que de manifester quelques genres d'activité qui leur sont propres, et que les physiologistes tendent à regarder comme une simple modification des précédents. L'état purement passif, dans lequel les corps sont considérés en mécanique rationnelle, présente donc, au point de vue physique, une véritable absurdité.

Examinons maintenant comment cette supposition n'empêche pas que les lois abstraites, qu'elle permet d'établir, puissent être convenablement appliquées aux corps réels. Il suffit de se rappeler qu'on envisage les mouvements en eux-mêmes, sans avoir égard au mode de leur production; il en résulte la faculté de remplacer une

force par une autre, pourvu que cette autre soit capable d'imprimer au corps le même mouvement. Il est donc possible de faire abstraction des forces inhérentes aux corps et de regarder ceux-ci comme sollicités par des forces extérieures, puisqu'on substitue ainsi aux forces intérieures des forces extérieures équivalentes. Ainsi on considère, dans la mécanique abstraite, les corps comme dépouillés de la propriété de la pesanteur; cette force est comprise au nombre des forces extérieures, si l'on envisage, comme il convient, un système de forces tout à fait quelconque. Que le corps, dans sa chute, soit mû par une attraction interne, ou qu'il obéisse à une impulsion extérieure, cela est indifférent pour la mécanique rationnelle, si le mouvement se trouve identique. Il en est de même de toute autre propriété naturelle, qu'il est toujours possible de remplacer par la supposition d'une action externe, construite de manière à produire le même mouvement; ce qui permet de se représenter le corps comme purement passif.

S'il fallait d'abord tenir compte de la modification que le corps peut imprimer, en vertu de ses forces naturelles, à l'action de chacune des puissances extérieures, on ne pourrait pas établir une seule proposition générale, d'autant plus que cette modification est loin, dans la plupart des cas, d'être exactement connue. Ce n'est qu'en commençant par en faire abstraction, pour ne penser qu'à la réaction des forces les unes sur les autres, qu'il est possible de fonder une mécanique abstraite, de laquelle on passe ensuite à la mécanique concrète, en restituant aux corps leurs propriétés actives. Cette restitution constitue la principale difficulté du passage de l'abstrait au concret en mécanique, et limite beaucoup les applications de cette science, dont le domaine théorique est in-

défini. Il n'y a encore qu'une seule propriété naturelle et générale des corps dont nous sachions tenir compte d'une manière convenable : c'est la pesanteur, soit terrestre, soit universelle, et encore faut-il supposer, dans ce dernier cas, que la forme des corps soit suffisamment simple. Mais, si cette propriété se complique d'autres circonstances physiques, comme la résistance des milieux, les frottements, etc., si même les corps sont seulement supposés fluides, ce n'est que fort imparfaitement qu'on en apprécie l'influence. A plus forte raison est-il impossible de prendre en considération les propriétés électriques ou chimiques, et, bien moins encore, les propriétés biologiques. Aussi les grandes applications de la mécanique rationnelle sont-elles bornées jusqu'ici aux seuls phénomènes célestes, et même à ceux de notre système solaire.

Il nous reste à considérer les faits généraux ou les *lois physiques du mouvement* qui fournissent une base réelle aux théories de cette science.

Les lois fondamentales du mouvement me semblent pouvoir être réduites à trois, qui doivent être envisagées comme de simples résultats de l'observation, dont il est absurde de vouloir établir *à priori* la réalité, bien qu'on l'ait tenté fréquemment.

La première loi est désignée mal à propos sous le nom de *loi d'inertie ;* elle a été découverte par Képler. Elle consiste en ce que tout mouvement est naturellement rectiligne et uniforme, c'est-à-dire que tout corps soumis à l'action d'une force unique quelconque, qui agit sur lui instantanément, se meut constamment en ligne droite et avec une vitesse invariable. On a voulu démontrer cette loi par une application du principe de la raison suffisante, qui n'a pas la moindre solidité. On a dit que le corps doit

suivre la ligne droite, parce qu'il n'y a pas de raison pour qu'il s'écarte d'un côté plutôt que de l'autre de sa direction primitive. Comment pourrions-nous être assurés qu'il *n'y a pas de raison* pour que le corps se dévie? Que savons-nous à cet égard, autrement que par l'expérience? Les considérations *à priori*, fondées sur la *nature* des choses, nous sont interdites en philosophie positive. Ce raisonnement se réduit, comme toutes les prétendues explications métaphysiques, à répéter en termes abstraits le fait lui-même et à dire que les corps ont une tendance naturelle à se mouvoir en ligne droite, ce qui était précisément la proposition à établir.

Il en est de même pour l'invariabilité de la vitesse, qu'on prétend aussi pouvoir démontrer abstraitement, en disant qu'il n'y a pas de raison pour que le corps se meuve plus lentement ou plus rapidement qu'à l'origine du mouvement.

Cette loi ne peut avoir de réalité qu'autant qu'on la conçoit comme étant basée sur l'observation. Mais, à ce point de vue, l'exactitude en est évidente d'après les faits les plus communs.

Cette loi naturelle est tout aussi applicable aux corps vivants qu'aux corps inertes. Quelle que soit l'origine de l'impulsion qu'il a reçue, un corps vivant tend à persister, comme un corps inerte, dans la direction de ce mouvement et à conserver sa vitesse acquise. Nous pouvons en acquérir une preuve en considérant l'effort très sensible que nous sommes obligés de faire pour changer la direction ou la vitesse de notre mouvement, à tel point que, quand ce mouvement est très rapide, il nous est impossible de le modifier ou de le suspendre à l'instant précis où nous le désirerions.

La seconde loi fondamentale du mouvement est due à

Newton; elle consiste dans l'égalité constante et nécessaire entre l'action et la réaction, c'est-à-dire que, toutes les fois qu'un corps est mû par un autre d'une manière quelconque, il exerce sur lui, en sens inverse, une réaction telle que le second perd, en raison des masses, une quantité de mouvement exactement égale à celle que le premier a reçue. Ce théorème général de philosophie naturelle n'est pas plus susceptible d'être établi *à priori* que le précédent; c'est un simple résultat de l'observation.

La troisième loi fondamentale du mouvement me paraît consister dans ce que je propose d'appeler le principe de l'indépendance ou de la coexistence des mouvements, qui conduit immédiatement à la composition des forces. Galilée est l'inventeur de cette loi, quoiqu'il ne l'ait pas conçue sous la forme que j'indique ici : elle se réduit à ce fait général que tout mouvement exactement commun à tous les corps d'un système quelconque n'altère pas les mouvements particuliers de ces différents corps les uns à l'égard des autres, mouvements qui continuent à s'exécuter comme si l'ensemble du système était immobile. Pour être précis et écarter toute restriction, il faut concevoir que tous les points du système décrivent à la fois des droites parallèles et égales, et considérer que ce mouvement général, avec quelque vitesse et dans quelque direction qu'il puisse avoir lieu, n'affectera nullement les mouvements relatifs.

Il est également impossible d'établir, par aucune idée *à priori*, cette loi fondamentale: cela est tellement vrai que, quand Galilée l'a exposée pour la première fois, il s'est élevé, de toutes parts, une foule d'objections, tendant à prouver l'impossibilité rationnelle d'une telle proposition. Elle n'a été unanimement admise que lors-

qu'on a abandonné le point de vue logique pour se placer au point de vue physique.

C'est donc seulement comme un simple résultat de l'observation que cette loi peut être établie; mais aucune proposition n'est fondée sur des observations aussi faciles à vérifier. C'est ainsi que, dans le mouvement général d'un vaisseau, les mouvements relatifs continuent à s'exécuter, sauf les altérations provenant du roulis et du tangage, exactement comme si le vaisseau était immobile; c'est ainsi surtout, pour citer un exemple plus important, que le mouvement de la terre ne trouble nullement les phénomènes mécaniques qui s'opèrent à sa surface ou dans son intérieur.

Cette troisième loi n'est relative qu'aux mouvements de translation : ce sont, en effet, les seuls qui puissent être rigoureusement communs, pour le degré aussi bien que pour la direction, à toutes les parties d'un système quelconque. Tout mouvement de rotation présente nécessairement des inégalités entre les diverses parties du système, suivant qu'elles sont plus ou moins éloignées du centre de la rotation. C'est pourquoi tout mouvement de ce genre tend constamment à altérer l'état du système, et l'altère en effet si les conditions de liaison ne sont pas suffisantes. Ainsi, dans le cas d'un vaisseau, le dérangement n'est dû qu'aux effets secondaires du roulis et du tangage, qui sont des mouvements de rotation. Qu'une montre soit simplement transportée dans une direction quelconque avec autant de rapidité qu'on voudra, mais sans tourner nullement, elle n'en a éprouver aucune variation ; tandis qu'un médiocre mouvement de rotation suffira pour déranger sa marche. La différence entre ces deux effets serait surtout sensible, si l'on répétait l'expérience sur un corps vivant.

Ce principe conduit immédiatement à la *composition des*

forces, qui n'est qu'une nouvelle manière d'énoncer la troisième loi du mouvement. En effet, la proposition du parallélogramme des forces consiste en ce que, lorsqu'un corps est animé de deux mouvements uniformes dans des directions quelconques, il décrit, en vertu de leur combinaison, la diagonale du parallélogramme dont il eût, dans le même temps, décrit séparément les côtés en vertu de chaque mouvement isolé. C'est une application directe du principe de l'indépendance des mouvements, d'après lequel le mouvement particulier du corps le long d'une certaine droite n'est pas troublé par le mouvement général qui entraîne, parallèlement à elle-même, la totalité de cette droite le long d'une autre droite quelconque. Cette considération conduit immédiatement à la construction géométrique énoncée par la règle du parallélogramme des forces. C'est ainsi que ce théorème fondamental de la mécanique rationnelle me paraît devoir être présenté comme une application immédiate d'une des plus grandes lois de la nature. Telle est la manière philosophique de l'établir, et d'écarter tous les nuages métaphysiques dont cette loi est encore environnée. Les prétendues démonstrations analytiques reposent sur une fausse application du principe analytique de l'homogénéité et supposent d'ailleurs la proposition *évidente* quand les deux forces agissent suivant une même droite, évidence qui ne peut résulter que de l'observation de la loi naturelle; ce qui prouve qu'il est indispensable d'y avoir égard. Il serait, en effet, étrange que, par de simples combinaisons logiques, l'esprit humain pût découvrir une loi réelle de la nature, sans consulter le monde extérieur.

Je crois devoir présenter cette loi à un dernier point de vue qui montrera que, malgré tous les efforts des géomètres, elle reste implicitement, même de leur aveu, une



des bases de la mécanique, quoique présentée sous une forme différente et à une autre époque de l'exposition.

Il suffit, pour cela, de remarquer que cette loi, au lieu d'être exposée dans l'étude des prolégomènes de la science, se trouve plus tard admise comme établissant le principe de la proportionnalité des vitesses aux forces, qui constitue la base de la dynamique.

Les rapports des forces peuvent être déterminés soit par le procédé dynamique, d'après l'intensité plus ou moins grande des mouvements qu'elles impriment à un même corps, soit par le procédé statique, par lequel on regarde comme égales les forces qui, appliquées en sens contraire, suivant une même droite, se détruisent réciproquement, et ensuite comme double, triple, etc., d'une autre, la force qui ferait équilibre à deux, trois, etc., forces égales à celle-ci, et toutes directement opposées à la seconde. Cela posé, il s'agit de savoir si ces deux moyens sont équivalents ; ce qui n'est nullement évident. Tout au plus peut-on concevoir *à priori* que les plus grandes forces doivent donner les plus grandes vitesses. Mais l'observation seule peut décider si c'est à la première puissance de la force ou à toute autre fonction croissante que la vitesse est proportionnelle.

Pour déterminer la loi de la nature, il faut considérer le fait général de l'indépendance des mouvements. La proportionnalité des vitesses aux forces est une conséquence de ce fait général, appliqué à deux forces agissant dans une même direction. Car si un corps, en vertu d'une certaine force, a parcouru un espace déterminé suivant une certaine droite, et qu'on vienne à ajouter, selon la même direction, une seconde force égale à la première; d'après la loi de l'indépendance des mouvements, cette nouvelle force ne fera que délpacer la totalité de la

droite d'application d'une égale quantité dans le même temps, sans altérer le mouvement du corps le long de cette droite, en sorte que, par la composition des deux mouvements, ce corps aura effectivement parcouru un espace double de celui qui correspondait à la force primitive. Telle est la seule manière de constater réellement la proportionnalité des vitesses aux forces.

Telles sont les trois lois physiques du mouvement qui fournissent à la mécanique rationnelle une base expérimentale suffisante, sur la quelle l'esprit humain, par de simples opérations logiques et sans consulter davantage le monde extérieur, peut solidement établir l'édifice systématique de la science. Bien que ces trois lois me semblent suffire, je ne vois *à priori* aucune raison pour ne pas en augmenter le nombre, si l'on parvient à constater qu'elles ne sont pas complètes. La première loi, celle de Képler, détermine l'effet produit par une force unique, agissant instantanément; la seconde, celle de Newton, établit la règle de la communication du mouvement par l'action des corps les uns sur les autres; enfin la troisième, celle de Galilée, conduit aux théorèmes de la composition des mouvements. Toute la mécanique des mouvements uniformes ou des forces instantanées peut être traitée comme une conséquence de ces trois lois qui, étant très précises, sont susceptibles d'être exprimées par des équations analytiques faciles à obtenir. La mécanique des mouvements variés ou des forces continues peut être ramenée à la précédente par l'application de la méthode infinitésimale, qui permet de substituer, pour chaque instant infiniment petit, un mouvement uniforme au mouvement varié, d'où résultent les équations différentielles relatives à cette dernière espèce de mouvements. Il est évident que la science se trouve fondée

par l'ensemble des trois lois physiques établies ci-dessus, et que le travail devient désormais purement rationnel. En un mot, la séparation entre la partie physique et la partie logique de la science me semble pouvoir être ainsi effectuée.

Il ne nous reste plus qu'à considérer les divisions principales de la mécanique.

La première division naturelle consiste à distinguer deux ordres de questions, suivant qu'on recherche les conditions de l'équilibre, ou l'étude des lois du mouvement, d'où la *statique* et la *dynamique*. Les questions de statique sont plus faciles, parce qu'on y fait *abstraction du temps*, qu'il faut, au contraire, introduire dans toute question de dynamique. Quand on traite la statique comme un cas particulier de la dynamique, elle correspond à la partie la plus simple de cette dernière, à la théorie des mouvements uniformes.

L'importance de cette division est vérifiée par l'histoire du développement de l'esprit humain. En effet, les anciens avaient acquis des notions relatives à l'équilibre, soit des solides, soit des fluides, comme on le voit par les belles recherches d'Archimède. Au contraire, ils ignoraient la dynamique, dont la création toute moderne est due à Galilée.

Après cette division, la distinction la plus importante consiste à séparer, soit en statique, soit en dynamique, l'étude des solides et celle des fluides. Je subordonne cette division à la précédente, suivant la méthode de Lagrange.

On en exagère l'influence dans les traités ordinaires de mécanique. Les principes de statique et de dynamique sont, en effet, les mêmes pour lès solides et pour les fluides; mais ces derniers exigent une considération de plus, celle qui est relative à la variabilité de forme, qui

augmente beaucoup la difficulté. Car l'indépendance des molécules des fluides oblige de considérer séparément chaque molécule, et d'envisager toujours un système composé d'une infinité de forces distinctes. La solution générale des questions de statique est, dans ce cas, peu avancée, même quand on ne considère que la pesanteur; mais c'est encore pis en dynamique, où l'on n'est parvenu à surmonter la difficulté, dans le cas le plus simple d'un fluide uniquement mû par la pesanteur, qu'à l'aide d'hypothèses fort précaires, comme celle de Daniel Bernouilli sur le parallélisme des tranches, qui altèrent la réalité des phénomènes. Aussi l'hydrostatique, et surtout l'hydrodynamique, sont-elles moins avancées que la statique et la dynamique proprement dites.

La définition des solides et des fluides, en mécanique rationnelle, n'est qu'une représentation exagérée, et par conséquent infidèle, de la réalité. Les molécules des fluides ne sont pas dans cet état d'indépendance où nous sommes obligés de les supposer. Beaucoup de phénomènes naturels sont dus, au contraire, à l'adhérence mutuelle des molécules d'un fluide.

La définition mathématique des solides représente plus exactement leur état réel. Il est cependant nécessaire de tenir compte de la possibilité de séparation qui existe toujours entre les molécules d'un solide, si les forces qui leur sont appliquées acquièrent une intensité suffisante. Mais cette imperfection est moins importante que la précédente; car elle ne peut influer sur les questions de mécanique céleste.

Ces questions constituent la principale application de la mécanique rationnelle, et probablement la seule qui puisse être vraiment complète.

Enfin nous devons signaler une lacune relativement

aux semi-fluides ou semi-solides, tels que les sables et les fluides à l'état gélatineux. On n'a jamais établi la théorie générale de ces corps, désignés sous le nom de *fluides imparfaits ;* on possède seulement quelques notions relatives à leur équilibre.

SEIZIÈME LEÇON

Sommaire. — Vue générale de la statique.

La mécanique peut être traitée d'après deux méthodes, suivant que la statique est conçue d'une manière directe, ou qu'elle est regardée comme un cas particulier de la dynamique. Par la première méthode, on cherche un principe d'équilibre général, qu'on applique ensuite à la détermination des conditions d'équilibre de tous les systèmes de forces; par la seconde, on cherche le mouvement résultant de l'action simultanée des diverses forces quelconques proposées, et l'on en déduit les relations qui doivent exister entre ces forces, pour que ce mouvement soit nul.

La statique est plus simple que la dynamique. La première méthode a donc pu seule être employée à l'origine. Archimède, le fondateur de la statique, établit d'abord la condition d'équilibre de deux poids suspendus aux deux extrémités d'un levier droit, c'est-à-dire la nécessité que ces poids soient en raison inverse de leurs distances au point d'appui du levier. Il s'efforce ensuite de ramener à ce principe la recherche des relations d'équilibre propres à d'autres systèmes de forces. Pour la statique des fluides, il pose son célèbre principe. Il en déduit la théorie de la stabilité des corps flottants dans un grand nombre de cas. Mais le principe du levier n'était pas assez général et, malgré d'ingénieux artifices, on n'a pu y

ramener que les systèmes de forces parallèles. Parmi les tentatives essayées pour y ramener les forces concourantes, il faut remarquer l'équilibre du système de deux poids posés sur deux plans inclinés adossés. Cette idée, due à Stévin, aurait peut-être comblé la lacune, puisque Stévin en avait déduit l'équilibre de trois forces concourantes dans le cas où deux de ces forces sont à angle droit. Il avait même remarqué qu'elles sont entre elles comme les trois côtés d'un triangle dont les angles seraient égaux aux angles formés par ces trois forces. Mais Galilée ayant, à la même époque, fondé la dynamique, on abandonna l'ancienne marche, pour rechercher les conditions d'équilibre d'après les lois, dès lors connues, de la composition des forces. C'est ainsi que Varignon découvrit la théorie d'équilibre d'un système quelconque de forces concourantes et, plus tard, d'Alembert, celle d'un système quelconque de forces appliquées aux différents points d'un corps solide de forme invariable.

Cette méthode, la plus employée aujourd'hui, semble peu rationnelle, puisqu'il serait plus philosophique de ramener la dynamique à la statique, comme on y est parvenu depuis. Mais on doit reconnaître que, pour traiter la statique, comme un cas particulier de la dynamique, il suffit de la théorie des mouvements uniformes.

En effet, observons qu'il y a deux sortes de forces : 1° celles que j'appelle *instantanées*, qui n'agissent qu'à l'origine du mouvement, en abandonnant le corps dès qu'il est en marche ; 2° les forces appelées improprement *accélératrices*, que je préfère nommer *continues*, comme les attractions, qui agissent pendant tout le mouvement. Cette distinction équivaut à celle des mouvements uniformes et des mouvements variés. Cela posé, on conçoit *à priori* que la partie de la dynamique, qui traite des mouvements uni-

formes, est la plus simple. Elle est même tellement facile qu'on peut la traiter comme une conséquence immédiate des trois lois fondamentales du mouvement; or elle seule suffit pour constituer la statique.

Le phénomène d'équilibre, dont il s'agit de découvrir les lois, est instantané; on doit l'étudier sans avoir égard au temps, qu'on n'introduit que dans les recherches relatives à la *stabilité* de l'équilibre. On peut donc considérer toutes les forces comme instantanées; car, à un instant quelconque, une force continue peut toujours être remplacée par une force instantanée équivalente, capable d'imprimer au mobile une même vitesse. Il faudra, dans le moment infiniment petit suivant, substituer, à cette force instantanée, une force de même nature, pour représenter le changement effectif de la vitesse. La difficulté restera la même en dynamique; mais, en statique, où l'on ne considère les forces que dans un instant unique, on n'aura pas à tenir compte de ces variations, et les lois de l'équilibre, établies par la considération des forces instantanées, seront applicables aux forces continues, si l'on a soin d'y substituer les forces instantanées correspondantes au moment considéré.

Pour faire cette application de la dynamique à la statique, il faut remarquer que, quand les forces sont en équilibre, chacune d'elles peut être regardée comme détruisant l'ensemble des autres. La recherche des conditions de l'équilibre se réduit à exprimer que l'une quelconque des forces du système est égale et opposée à la *résultante* de toutes les autres. Il n'y a donc de difficulté que pour *composer* entre elles les forces données, ce qu'on fait pour deux forces, d'après la troisième loi du mouvement. On en déduit la composition d'un nombre quelconque de forces. Il y a deux cas distincts, suivant que les forces sont de direc-

tions convergentes ou qu'elles sont parallèles : on peut déduire ces deux cas l'un de l'autre ; mais il me semble plus rationnel de commencer par la composition des forces concourantes.

Après avoir établi les lois de la composition des forces, les géomètres, avant de s'occuper de l'équilibre, leur font subir une transformation très utile. Elle consiste dans la théorie des *moments*, qui réduit analytiquement les lois de la composition des forces à de simples additions et soustractions. Cette dénomination de *moments* a été détournée de sa signification première, et ne désigne plus aujourd'hui que le produit d'une force par une distance. Il y en a deux sortes ; le *moment* par rapport à un point, c'est le produit d'une force par la perpendiculaire abaissée de ce point sur sa direction ; et, par rapport à un plan, c'est le produit de la force par la distance de son point d'application à ce plan. Le premier *moment* ne dépend que de la direction de la force, et convient à la théorie des forces concourantes. Le second ne dépend que du point d'application, et s'applique à la théorie des forces parallèles. Nous aurons occasion d'indiquer comment Poinsot a donné une signification concrète à l'idée abstraite de ces deux genres de moments.

La théorie des moments consiste dans ces deux propriétés, déduites de la composition des forces : 1° le moment de la résultante d'un système quelconque de forces situées dans un plan, par rapport à un point quelconque de ce plan, est égal à la somme algébrique des moments de toutes les composantes, par rapport à ce même point, en prenant ces moments avec le signe convenable, d'après le sens suivant lequel chaque force tendrait à faire tourner son bras de levier autour de l'origine des moments supposée fixe ; 2° le moment de la résultante d'un système de forces pa-

rallèles quelconques, par rapport à un plan, est égal à la somme algébrique des moments des composantes, le signe de chaque moment étant déterminé d'après le signe de chacun des facteurs. Le premier théorème a été découvert par Varignon. Le cas de deux composantes est remarquable. En effet, le moment de chaque force par rapport à un point étant proportionnel à l'aire du triangle qui aurait ce point pour sommet et, pour base, la droite qui représente la force, Varignon, d'après la loi du parallélogramme des forces, présente ce théorème sous une forme géométrique très simple, qui constitue un beau théorème de géométrie, indépendamment de son utilité en mécanique.

Au moyen de la théorie des moments, on exprime aisément les relations analytiques qui existent entre les forces dans l'état d'équilibre, en considérant, pour plus de facilité, les deux cas particuliers d'un système de forces situées d'une manière quelconque dans un même plan, et d'un système quelconque de forces parallèles. Chacun de ces deux systèmes exige trois équations d'équilibre. Il est facile d'en déduire l'équilibre d'un système de forces quelconques. Il suffit, pour cela, de concevoir chaque force décomposée en deux, l'une située dans un plan fixe, l'autre perpendiculaire à ce plan. Comme ces deux systèmes partiels ne sauraient se faire équilibre, il faut que l'équilibre existe dans chacun d'eux en particulier, ce qui ramène la question au cas précédent. On trouve ainsi les six équations d'équilibre, qu'on aurait pu établir directement, en y faisant rentrer les deux cas précédents comme une application.

Les géomètres ont cherché à établir une méthode directe, pour présenter la statique à un point de vue logique plus parfait. Telle est la marche qui a conduit Lagrange à im-

primer à la mécanique rationnelle cette haute perfection philosophique qui la caractérise.

On est obligé, en effet, pour traiter les problèmes les plus difficiles et les plus importants de la dynamique, de les faire rentrer dans de simples questions de statique. Nous examinerons, dans la leçon suivante, le principe de d'Alembert, qui permet de convertir en un problème d'équilibre toute recherche relative au mouvement d'un système quelconque. Une telle méthode oblige à traiter la statique directement, sans la déduire de la dynamique, qui est ainsi, au contraire, fondée sur elle. Il n'y a pas de cercle vicieux proprement dit ; mais l'ensemble de la science manque alors d'unité, et ne présente qu'un caractère philosophique peu satisfaisant.

L'adoption du principe de d'Alembert rendait nécessaire une refonte radicale de la méthode, permettant de traiter directement la statique, et d'en déduire la dynamique. Telle est la révolution exécutée par Lagrange dans son admirable traité de *mécanique analytique*, qui servira toujours de base à tous les travaux en mécanique, de même que la grande idée de Descartes dirigera indéfiniment toutes les spéculations géométriques.

Lagrange a choisi, comme principe direct de statique, le *principe des vitesses virtuelles*, découvert par Galilée dans le cas de deux forces, et étendu plus tard par Jean Bernouilli à un nombre quelconque de forces. La combinaison de ce principe avec celui de d'Alembert a conduit Lagrange à déduire la mécanique rationnelle tout entière d'un seul théorème, et à lui donner ainsi une rigoureuse unité, ce qui constitue le plus haut degré de perfection qu'une science puisse acquérir au point de vue philosophique.

Le principe de Galilée consiste en ce que deux forces, se

faisant équilibre à l'aide d'une machine quelconque, sont entre elles en raison inverse des espaces que parcourraient, dans le sens de leur direction, leurs points d'application, si l'on supposait que le système vînt à prendre un mouvement infiniment petit. On a donné à ces espaces le nom de *vitesses virtuelles*, afin de les distinguer des vitesses réelles qui auraient lieu, si l'équilibre n'existait pas. Ce principe permet d'obtenir la condition mathématique de l'équilibre d'une machine quelconque, dont la construction serait même inconnue. En appelant *moment virtuel* ou simplement *moment*, suivant l'acception primitive de ce terme parmi les géomètres, le produit de chaque force par sa *vitesse virtuelle*, on peut simplifier l'énoncé du principe en disant que, pour l'équilibre, les moments des deux forces doivent être égaux et de signes contraires, le signe de chaque *moment* étant déterminé d'après celui de la vitesse virtuelle. Relativement à un système de forces quelconques, la somme algébrique des moments virtuels de toutes les forces doit être nulle par rapport à tous les mouvements élémentaires que le système pourrait prendre. Ce principe est traduit aisément par une seule équation dans laquelle toute la mécanique doit être regardée comme contenue, grâce aux travaux de Lagrange. En statique, la difficulté de développer cette équation est purement analytique. En supposant des forces quelconques, appliquées à un corps solide entièrement libre, on parvient de la manière la plus simple aux six équations générales de l'équilibre, établies par la méthode dynamique. Si le corps solide est plus ou moins gêné, il suffit d'introduire les résistances au nombre des forces du système. Il en est de même quand la forme du solide n'est pas rigoureusement invariable. De semblables modifications compliquent simplement l'équation des vitesses virtuelles, qui reste

toujours générale, quoique les difficultés analytiques puissent ne pas être résolues.

Autrefois ce théorème était conçu comme une propriété de l'équilibre, dont il vérifiait les lois. Pour en faire la base de la mécanique, il fallait l'établir directement sans le déduire d'aucun autro ; c'est ce qu'a fait Lagrange par son ingénieuse démonstration, fondée sur le principe des moufles, et dans laquelle il parvient à prouver le théorème des vitesses virtuelles, en imaginant un poids unique qui, à l'aide de moufles convenablement construites, remplace simultanément toutes les forces du système. Ce théorème doit être régardé comme une conséquence nécessaire des lois du mouvement, et il peut en être déduit diversement.

Un tel principe ramenant la mécanique à l'unité, il serait peu intéressant d'en connaître d'autres, plus généraux encore. On ne pourrait pas perfectionner le caractère philosophique de la mécanique, mais seulement tenter de simplifier les recherches analytiques, ce qui doit paraître presque impossible en présence de la facilité avec laquelle Lagrange y applique son principe.

Telle est donc la manière la plus parfaite de traiter la statique et l'ensemble de la mécanique. Nous ne pouvions hésiter à préférer cette méthode, dont l'avantage est de perfectionner la philosophie de la science, malgré les difficultés d'application consistant dans la nécessité d'une extrême contention intellectuelle, ce qui est inhérent à toute méthode où les questions sont ramenées à un principe unique. Néanmoins, c'est ce qui a empêché de regarder la méthode de Lagrange comme élémentaire. C'est pourquoi j'ai caractérisé d'abord la méthode dynamique, la seule usitée dans l'enseignement. Mais cette situation est provisoire ; les principaux embarras causés par l'emploi de la conception de Lagrange ne proviennent que de sa nouveauté.

Une telle méthode n'est pas destinée à l'usage exclusif d'un petit nombre; elle doit devenir aussi populaire que la grande conception géométrique de Descartes, et ce progrès serait déjà atteint, si les notions de l'analyse transcendante étaient plus répandues.

Pour compléter les notions philosophiques de la statique, je dois faire mention de la conception de Poinsot, que je regarde comme le plus grand perfectionnement depuis celui de Lagrange. Il s'agit de l'ingénieuse et lumineuse théorie des couples, dont la portée ne me paraît pas avoir été suffisamment appréciée. Ces *couples*, ou systèmes de forces parallèles égales et contraires, avaient à peine été remarqués avant Poinsot comme un paradoxe en statique. Il s'est emparé de cette notion isolée pour en faire le sujet d'une théorie relative à la transformation, à la composition et à l'usage de ces groupes singuliers. Il en a trouvé les propriétés fondamentales qui consistent : 1° à l'égard de la direction, en ce que l'effet d'un couple dépend seulement de la direction de son plan ou de son axe, et nullement de la position de ce plan ni de celle du couple dans le plan; 2° quant à l'intensité, en ce que l'effet d'un couple ne dépend ni de la valeur de chacune des forces égales qui le composent, ni du bras de levier sur lequel elles agissent, mais seulement du produit de l'une des deux forces par leur distance, que Poinsot appelle le moment du couple.

En adoptant la méthode dynamique dans la recherche des conditions générales de l'équilibre, Poinsot l'a simplifiée et éclaircie à l'aide de sa conception des couples. Pour en donner une idée sommaire, il suffira de concevoir que, en ajoutant en un point quelconque du système deux forces égales à chacune de celles que l'on considère et qui agissent, en sens contraire l'une de l'autre, suivant une

droite parallèle à sa direction, on pourra, sans altérer l'état du système, le regarder comme remplacé : 1° par un système de forces égales aux forces primitives, transportées parallèlement à leur direction au point unique que l'on aura choisi, et qui, en conséquence, seront généralement réductibles à une seule ; 2° par un système de couples ayant pour mesure de leur intensité les moments des forces proposées relativement à ce même point, et dont les plans, passant tous en ce point, les rendront généralement réductibles à un couple unique. On voit, d'après cela, que, pour trouver les lois de l'équilibre, il suffira de déterminer cette résultante unique, afin d'exprimer qu'elle est nulle, ensuite, au moyen des lois de Poinsot, d'obtenir ce couple résultant, et de l'annuler aussi séparément ; car, la force et le couple ne pouvant se détruire mutuellement, l'équilibre n'aura lieu que s'ils sont individuellement nuls.

Cette manière de procéder n'est pas indispensable dans la recherche de l'équilibre par la méthode dynamique ; mais elle la simplifie, et elle y apporte une clarté inattendue, en présentant très clairement tout ce qui se rapporte aux *moments*. Ces *moments* n'indiquaient auparavant qu'une considération abstraite, introduite artificiellement pour faciliter l'expression algébrique des lois de l'équilibre. Ils ont pris une signification concrète, et aussi distincte que celle des forces, comme étant la mesure directe des couples auxquels ces forces donnent naissance.

Je crois que la conception de Poinsot est surtout propre au perfectionnement de la dynamique, et qu'elle n'a pas encore exercé sa plus grande influence ; car elle rend la notion des mouvements de rotation aussi naturelle et aussi familière que celle des mouvements de translation. Le couple est l'élément du mouvement de rotation, comme la force est celui du mouvement de translation.

Pour compléter ces considérations philosophiques, il faut pouvoir analyser la signification statique des équations obtenues par l'une ou l'autre des méthodes indiquées.

L'équilibre devant résulter de la destruction de tous les mouvements élémentaires que le corps pourrait prendre, chaque équation, prise à part, doit anéantir un de ces mouvements.

Le mouvement le plus général doit être regardé comme composé à la fois de translation et de rotation. La coexistence de ces deux mouvements est tellement générale que la seule vérification de l'un des deux est un motif pour faire présumer l'existence de l'autre. Ainsi la connaissance de la rotation du soleil autour de son axe, constatée depuis Galilée, serait *à priori* une preuve presque certaine de son mouvement de translation. On admet de même, outre le motif d'analogie, l'existence du mouvement de rotation des planètes dont on n'a constaté que la translation.

Il résulte de cette analyse que les six équations d'équilibre doivent détruire, les unes toute translation, les autres toute rotation. Voyons quel doit être *à priori* le nombre des équations de chaque espèce.

Quant à la translation, il suffit de remarquer que, pour empêcher un corps de marcher dans un sens quelconque, il faut l'en empêcher selon trois axes situés dans des plans différents, et qu'on suppose ordinairement perpendiculaires entre eux. D'un autre côté, on ne peut pas considérer moins de trois mouvements élémentaires et indépendants; car le corps pourrait se mouvoir dans le sens d'un des axes, sans avoir aucune translation dans le sens des deux autres. Trois équations sont donc nécessaires et suffisantes pour établir l'équilibre de translation, et chacune



détruit un des trois mouvements de translation élémentaitres que le corps pourrait prendre.

Il en est de même pour la rotation. Il n'y a de nouvelle difficulté que celle d'apercevoir distinctement une image mécanique plus compliquée. La rotation d'un corps autour d'un axe quelconque peut toujours être conçue comme décomposée en trois rotations élémentaires autour de trois axes. Il est clair que, pour empêcher toute rotation dans le corps, il faut l'empêcher de tourner séparément autour de ces trois axes. Trois équations sont donc nécessaires et suffisantes pour établir l'équilibre de rotation.

Des six équations d'équilibre, les trois premières sont relatives à la translation; les trois autres, à la rotation.

Cette même analyse permet de réduire, dans chaque cas, les équations d'équilibre au nombre strictement nécessaire, quand on vient à particulariser le système de forces, au lieu de le supposer quelconque, ou quand on assujettit le corps à des gênes plus ou moins étroites. Le nombre des équations nécessaires peut se réduire, suivant le cas, à trois, à deux ou même à une seule.

C'est ainsi que dans le cas où le corps est tenu par un point fixe autour duquel il peut tourner, tout mouvement de translation étant devenu impossible, les trois dernières équations suffisent pour l'équilibre. L'équilibre existe nécessairement sans aucune condition, si le corps solide présente trois points fixes non en ligne droite. On pourrait encore employer le même ordre de considérations, si les points, au lieu d'être fixes, étaient astreints à demeurer sur des courbes ou sur des surfaces données.

L'esprit de cette analyse est indépendant de la méthode employée pour obtenir les équations d'équilibre ; mais les diverses méthodes ne se prêtent pas toutes avec la même facilité à l'application de la règle. Celle qui s'y adapte le mieux,

c'est la méthode statique, fondée sur le principe des vitesses virtuelles. La méthode dynamique ne présente pas cet avantage; mais Poinsot l'a améliorée, en distinguant les conditions d'équilibre qui sont relatives aux forces de celles qui concernent les couples.

Après avoir considéré les diverses manières d'arriver aux lois de l'équilibre abstrait, en supposant les corps dans l'état passif, nous devons examiner comment les géomètres ont pu tenir compte des propriétés des corps. La seule dont on sache jusqu'ici tenir compte complètement, c'est la pesanteur. Voyons comment on a pu y arriver. Cet examen constitue, dans l'ordre logique, une anticipation vicieuse sur la physique; mais la théorie des centres de gravité joue un rôle trop important, en mécanique, pour que nous puissions nous dispenser de l'indiquer. Du reste, on éviterait cette irrégularité, sans se priver d'aucun avantage, en classant la théorie des centres de gravité parmi les recherches de géométrie.

Pour tenir compte de la pesanteur, il suffit de se représenter chaque corps homogène comme un système de forces parallèles et égales, appliquées à toutes les molécules du corps, et dont il faut déterminer la résultante, qu'on introduit ensuite parmi les forces extérieures. Toute la difficulté se réduit à trouver le point d'application de cette résultante, qui est appelé *centre de gravité* du corps. D'après les propriétés du point d'application de la résultante dans un système quelconque de forces parallèles, la distance de ce point à un plan quelconque est égale à la somme des moments de toutes les forces du système par rapport à ce même plan, divisée par la somme de ces forces. En appliquant cette formule au centre de gravité, et en ayant égard à l'égalité de toutes les forces proposées, on trouve que la distance du centre de gravité

à un plan quelconque est égale à la somme des distances de tous les points du corps, divisée par le nombre de ces points : ce qui réduit cette recherche à être purement géométrique.

La définition géométrique du centre de gravité donnerait immédiatement le moyen de le déterminer, si le système des points considérés n'était composé que d'un nombre fini de points isolés. Il en résulterait des formules très simples, exprimant les coordonnées du point cherché, relativement à trois axes rectangulaires. Mais ces formules ne peuvent plus être employées sans transformation, dès qu'il s'agit d'un système composé d'une infinité de points formant un corps continu, ce qui est le cas ordinaire ; car le numérateur et le dénominateur de chaque formule devenant simultanément infinis, ces formules n'offrent plus aucune signification distincte, et ne peuvent être appliquées qu'après avoir été transformées. Une telle transformation est la seule difficulté de cette recherche. Le calcul intégral la surmonte, puisque ces deux sommes infinies sont de véritables intégrales. Le dénominateur se rapporte aux éléments géométriques infiniment petits de la masse considérée, et le numérateur, au produit de ces éléments par leurs coordonnées correspondantes. En considérant le cas le plus général, il suffit de décomposer le corps en éléments infiniment petits dans deux sens par deux séries de plans infiniment rapprochés, parallèles deux à deux aux plans coordonnés verticaux. On trouve aussitôt les formules fondamentales qui font connaître les trois coordonnées du centre de gravité du volume d'un corps homogène de forme quelconque, limité par une surface dont l'équation en coordonnées rectilignes est supposée donnée. On obtient de même le centre de gravité de la surface seule de ce corps.

La partie analytique est analogue à celle des quadratures et des cubatures, seulement ces intégrations étant plus compliquées, on obtiendra plus rarement une solution définitive. Ces formules sont très simplifiées quand la surface du corps proposé est une surface de révolution, ce qui a lieu heureusement dans les applications les plus importantes.

La pesanteur universelle n'a été envisagée que relativement aux corps sphériques. Ce n'est que par une approximation fort imparfaite qu'on peut traiter le cas très simple des attractions de deux ellipsoïdes, et encore faut-il qu'ils diffèrent très peu de la sphère, ce qui a lieu pour toutes nos planètes; mais, de plus, les formules supposent la connaissance de la loi de densité à l'intérieur de chaque corps proposé, ce que nous ignorons jusqu'ici.

Les deux théorèmes suivants, établis pour l'attraction des corps sphériques, forment encore la partie la plus utile de cet ordre de notions : 1° l'attraction d'une sphère, dont toutes les molécules attirent en raison inverse du carré de la distance, est la même sur un point extérieur quelconque que si la masse entière de cette sphère était toute condensée à son centre; 2° quand un point est placé dans l'intérieur d'une sphère dont les molécules agissent sur lui suivant cette même loi, il n'éprouve aucune attraction de la part de toute la portion du globe qui se trouve à une plus grande distance que lui du centre, du moins, en supposant, si le globe n'est pas homogène, que chacune de ses couches sphériques concentriques présente en tous les points la même densité.

Quant aux circonstances extérieures générales, dont on a fait également abstraction pour établir les lois rationnelles de la mécanique, comme le frottement, la résistance des mi-

lieux, etc., on ne sait pas encore réellement les introduire dans les relations fournies par la mécanique analytique ; car on n'y est parvenu qu'à l'aide d'hypothèses fort précaires et inexactes, qui le plus souvent ne peuvent fournir que des exercices de calcul.

Il nous reste à établir la théorie de l'équilibre, lorsque le corps se trouve à l'état fluide, soit liquide, soit gazeux.

On peut traiter l'hydrostatique par deux méthodes distinctes, soit qu'on cherche directement les lois de l'équilibre des fluides, soit qu'on les déduise de celles de l'équilibre des corps solides, en ayant égard aux conditions qui résultent de la fluidité.

La première méthode, qui est la plus facile, a d'abord été la seule employée. Tel est le caractère des travaux des géomètres du dix-septième et du dix-huitième siècle, à l'occasion de la détermination *à priori* de la figure de la terre, supposée originairement toute fluide. Huyghens, Newton et Bouguer s'en sont occupés en vain. Clairaut, dans son traité *de la Figure de la terre*, découvrit, le premier, les lois de l'équilibre d'une masse fluide, en partant de l'équilibre isolé d'un canal infiniment petit. Il fonda dans son ensemble l'hydrostatique rationnelle. Depuis lui, Maclaurin et surtout Euler ont donné à cette théorie la forme qu'elle a maintenant dans tous les traités, en la fondant sur le principe de l'égalité de pression en tous sens, qu'on peut regarder comme une loi fournie par l'observation, relativement à la constitution statique des fluides. Ce principe est, en effet, le plus convenable; il fournit immédiatement les équations générales : il suffit, pour les obtenir, après avoir conçu la masse fluide comme partagée en molécules cubiques par trois séries de plans infiniment rapprochés, parallèles aux trois plans coordonnés

d'exprimer que chaque molécule est également pressée suivant les trois axes perpendiculaires à ses faces par l'ensemble des forces du système, la pression de la molécule en chaque sens étant égale à la différence des pressions exercées sur les deux faces opposées correspondantes.

Toute la difficulté concrète se réduit à connaître la loi réelle de la variation de la densité dans l'intérieur de la masse fluide. Si l'on en fait abstraction, la question ne présente qu'une recherche analytique.

Le principe des vitesses virtuelles, établi par Lagrange, s'applique aussi bien aux fluides qu'aux solides : c'est une de ses propriétés les plus précieuses. Dès lors l'hydrostatique, philosophiquement classée à son rang naturel, n'a plus été, dans le traité de Lagrange, qu'une division secondaire de la statique. Bien que la méthode hydrostatique directe soit restée la seule usuelle, celle de Lagrange finira par être adoptée, comme faisant seule dériver toute la science d'un principe unique.

Il suffit, pour appliquer à l'équilibre des fluides le principe des vitesses virtuelles, de comprendre parmi les forces du système une force nouvelle, la pression exercée sur chaque molécule, qui donne lieu à trois nouveaux moments virtuels. On parvient ainsi aux trois équations générales de l'équilibre des fluides. Si le fluide est liquide, il faut concevoir le système assujetti à la condition de pouvoir changer de forme sans jamais changer de volume.

Pour l'équilibre des fluides gazeux, il faut remplacer la condition de l'incompressibilité par celle qui assujettit le volume à varier suivant une fonction déterminée de la pression.

Tel est le caractère de la méthode la plus rationnelle pour former la théorie abstraite de l'équilibre des fluides, et que nous devons regarder comme constituant la con-

ception définitive de l'hydrostatique. Cette conception est d'autant plus philosophique qu'on trouve une suite de cas intermédiaires entre les solides et les fluides, quand on considère les questions relatives aux corps solides susceptibles de changer de forme, c'est-à-dire quand on tient compte de la flexibilité et de l'élasticité.

DIX-SEPTIÈME LEÇON

Sommaire. — **Vue générale de la dynamique.**

L'objet essentiel de la dynamique consiste dans l'étude des mouvements variés, produits par les forces *continues*. On distingue deux cas, suivant que l'on considère le mouvement d'un point, ou celui d'un corps. Dans le premier cas, c'est que toutes les parties du corps prennent le même mouvement, en sorte qu'il suffit de déterminer celui d'une seule molécule. C'est par cette étude, qui est la plus simple, qu'il convient de commencer.

Nous devons d'abord traiter, comme préliminaire, la théorie du mouvement varié, c'est-à-dire celle du mouvement rectiligne produit par une seule force continue, agissant constamment dans la même direction.

Le mouvement varié peut être défini de plusieurs manières, qui dépendent les unes des autres, et qui, par conséquent, ne sauraient jamais être données simultanément. Il faut savoir passer de l'une quelconque d'entre elles à toutes les autres. Ces diverses définitions résultent des trois fonctions distinctes qu'on peut envisager, l'espace, la vitesse et la force, conçus comme dépendant du temps écoulé. Si la loi est donnée par la relation entre l'espace parcouru et le temps écoulé, il importe d'en déduire la *vitesse acquise* par le mobile à chaque instant, c'est-à-dire celle du mouvement uniforme qui aurait lieu si, la force cessant d'agir, le corps ne se

mouvait plus qu'en vertu de l'impulsion résultant, d'après la loi d'inertie, du mouvement déjà effectué. On peut aussi vouloir comparer, à chaque instant, l'intensité de la force continue à celle de la gravité terrestre, la seule force qui nous soit assez familière pour nous servir de type convenable. Enfin, d'une manière générale, la définition d'un mouvement varié peut être donnée par une équation contenant ces quatre variables, dont une seule est indépendante, le temps, l'espace, la vitesse et la force. Ce problème se réduit à une recherche analytique, à l'aide des deux formules dynamiques exprimant, en fonction du temps, la vitesse et la force, quand on suppose connue la loi relative à l'espace.

La méthode infinitésimale conduit aisément à ces deux formules. Il suffit, pour les obtenir, de considérer le mouvement comme uniforme pendant un intervalle de temps infiniment petit, et comme uniformément accéléré pendant deux intervalles consécutifs. Dès lors, la vitesse, supposée constante d'après la première considération, sera exprimée par la différentielle de l'espace divisée par celle du temps. De même la force continue sera mesurée par le rapport entre l'accroissement infiniment petit de la vitesse, et le temps employé à produire cet accroissement. On obtient ainsi les deux formules fondamentales, d'après lesquelles toutes les questions, relatives à cette théorie préliminaire du mouvement varié, se réduisent à de simples recherches analytiques, qui consistent dans des différentiations, ou, le plus souvent, dans des intégrations.

Lagrange a présenté cette théorie à un autre point de vue, dont l'importance ne me paraît pas avoir été assez appréciée. Il a montré, dans sa *théorie des fonctions analytiques*, que cette considération consiste à concevoir un mouvement varié quelconque comme composé à chaque

instant d'un mouvement uniforme et d'un mouvement uniformément varié, en l'assimilant au mouvement vertical d'un corps pesant lancé avec une impulsion initiale. Je crois devoir présenter cette conception, à un point de vue plus étendu que ne l'a fait Lagrange, comme donnant lieu à une théorie de l'assimilation des mouvements, semblable à celle des contacts des courbes et des surfaces.

A cet effet, supposons deux mouvements rectilignes quelconques, définis chacun par une équation dans laquelle l'espace est une fonction du temps, et que les deux mobiles soient parvenus, au bout du même temps, au même point. Considérons leur distance mutuelle après un accroissement du temps : cette distance sera égale à la différence des valeurs correspondantes des deux fonctions, et pourra être exprimée en série par la formule de Taylor. On pourra alors, par des considérations analogues à celles de la théorie des courbes, se faire une idée nette de l'assimilation des deux mouvements, suivant les relations analytiques plus ou moins étendues des deux fonctions primitives. Si leurs dérivées du premier ordre ont une même valeur, il existera entre les deux mouvements ce qu'on pourrait appeler une *assimilation du premier ordre*, semblable au contact du premier ordre dans les courbes, c'est-à-dire, au point de vue concret, que le mouvement des deux corps sera le même pendant un instant infiniment petit. Si les deux dérivées du second ordre prennent la même valeur, les deux mobiles auront le même mouvement pendant deux instants infiniment petits consécutifs. Le degré de similitude des deux mouvements, déterminé analytiquement par le nombre de fonctions dérivées successives de même valeur, sera traduit, d'une manière concrète, par la coïncidence des deux mobiles pendant un nombre égal d'instants consécutifs. Si la loi de l'un des mouvements con-

tient des constantes arbitraires, on pourra l'*assimiler* à un autre mouvement quelconque, jusqu'à un *ordre* marqué par le nombre de ces constantes, qui seront déterminées d'après les équations destinées à établir ce degré d'intimité entre les deux mouvements.

Cette conception rend possible la connaissance, de plus en plus approfondie, d'un mouvement varié quelconque, comparé successivement à une suite de mouvements connus, dont la loi dépend d'un nombre, de plus en plus grand, de constantes arbitraires, et qui peuvent, par conséquent, avoir avec lui une coïncidence de plus en plus prolongée. Mais cette théorie doit être limitée à la comparaison de tout mouvement varié, avec un mouvement composé d'un mouvement uniforme et d'un autre mouvement uniformément varié, tel que celui d'un corps pesant animé d'une impulsion initiale. De même, dans la théorie des contacts, appliquée à la mesure de la courbure, on se borne à prendre pour terme de comparaison la ligne droite et le cercle. Le mouvement uniforme et le mouvement uniformément varié sont, en effet, les seuls, comme le remarque Lagrange, dont nous ayons une notion assez familière pour pouvoir les appliquer avec succès à la mesure de tous les autres. On trouve, d'après la théorie précédente, que tout mouvement varié peut être, à chaque instant, comparé à celui d'un corps pesant, qui aurait reçu une vitesse initiale égale à la première dérivée de l'espace parcouru, envisagé comme une fonction du temps écoulé et qui serait animé d'une gravité mesurée par la seconde dérivée de cette même fonction. Le mouvement proposé coïncidera, pendant un instant infiniment petit, avec le mouvement uniforme exprimé dans la première partie de cette comparaison et, pendant deux instants consécutifs, avec le mouvement uniformément accéléré qui correspond

à la seconde partie. On aura donc ainsi une idée nette du mouvement du mobile à chaque instant.

Bien que la conception de Lagrange, telle que je l'ai généralisée, conduise au même résultat que la théorie ordinaire, on peut en comprendre la supériorité rationnelle. Les deux théorèmes fondamentaux, dans lesquels on avait vu jusqu'alors le terme des efforts de l'esprit humain, relativement à l'étude des mouvements variés, ne sont plus qu'une application d'une méthode très générale, qui permet d'entrevoir une mesure beaucoup plus parfaite de tout mouvement varié. Si la nature nous offrait un exemple familier d'un mouvement rectiligne, dans lequel l'espace croîtrait proportionnellement au cube du temps, nous obtiendrions une connaissance plus approfondie de la nature d'un mouvement varié quelconque. Au point de vue analytique, cette méthode reviendrait à considérer la troisième dérivée, qui actuellement est dépourvue de signification dynamique. De même que nous concevons la force accélératrice pour nous représenter les changements de la vitesse, nous aurions pareillement une considération dynamique propre à figurer les variations de la force continue. Cette étude serait encore plus parfaite, s'il existait un mouvement connu, dans lequel l'espace fût proportionnel à la quatrième puissance du temps, et ainsi de suite. Mais l'observation ne nous faisant connaître que le mouvement uniforme, produit par une impulsion unique, et le mouvement uniformément accéléré, résultant de la pesanteur terrestre, suivant la découverte de Galilée, nous sommes obligés de nous arrêter aux deux premiers degrés de la théorie précédente.

J'ai cru devoir insister sur cette conception, qui ne me semble pas bien appréciée, quoiqu'elle soit la base de toute la dynamique.

Je passe maintenant à l'étude du mouvement curviligne, produit par l'action simultanée de diverses forces continues quelconques. Je suppose que le mobile soit un point, ou que toutes les molécules du corps prennent le même mouvement.

Il faut distinguer le cas où la molécule est entièrement libre, et celui où elle est astreinte à se mouvoir sur une courbe ou sur une surface donnée. On peut établir la théorie du mouvement curviligne en prenant pour base l'un ou l'autre de ces deux cas. En partant du premier, on en déduira le second, en regardant la résistance de la courbe ou de la surface comme une nouvelle force. En partant du second, on y ramènera le premier, en regardant le mobile comme étant forcé à décrire la courbe qu'il doit effectivement parcourir ; ce qui suffira pour former les équations, quoique cette courbe soit alors inconnue. J'indique cette dernière méthode, bien qu'elle ne soit pas ordinairement employée. Considérons d'abord la première.

La molécule étant entièrement libre, on peut former les équations de deux manières : la première consiste à décomposer, à chaque instant, la résultante des forces en deux autres, l'une dirigée selon la tangente à la trajectoire, l'autre suivant la normale. On admet alors que, pendant un instant infiniment petit, le mouvement soit rectiligne, et dans la direction de la tangente. Ce mouvement ne peut être dû qu'à la première des deux composantes, à laquelle on applique la formule du mouvement rectiligne. Cette composante, qui est d'ailleurs égale à la résultante multipliée par le cosinus de son inclinaison sur la tangente, est donc exprimée par la seconde fonction dérivée de l'arc de la courbe relativement au temps. En développant cette équation par les formules géométriques con-

nues, et en introduisant dans le calcul les composantes de la force accélératrice totale, parallèlement aux trois axes coordonnés rectangulaires, on parvient aux trois équations du mouvement curviligne. Le second mode, dû à Euler, est plus simple : il consiste à obtenir ces équations en décomposant, à chaque instant, le mouvement et la force totale en trois autres dans le sens des trois axes coordonnés. D'après la troisième loi du mouvement, le mouvement selon chaque axe n'est dû qu'à la composante parallèle à cet axe ; le mouvement curviligne est ainsi remplacé par trois mouvements rectilignes, à chacun desquels on peut appliquer la théorie dynamique indiquée ci-dessus. On obtient ainsi les trois équations différentielles du mouvement curviligne.

Si l'on se propose, connaissant la loi des forces agissant sur le corps, de déterminer toutes les circonstances de son mouvement, il suffira, en général, d'intégrer ces trois équations du second ordre, ce qui donnera lieu à des difficultés analytiques plus ou moins élevées.

Si, au contraire, on se propose de déterminer, d'après les circonstances du mouvement, la loi des forces qui ont pu le produire, il sera toujours possible de déduire de la définition du mouvement la valeur des trois coordonnées du mobile, à chaque instant, en fonction du temps, et en différentiant deux fois ces trois expressions, on obtiendra les composantes suivant les trois axes : on en conclura la loi de la force accélératrice totale. C'est ainsi que nous verrons les trois lois géométriques, trouvées par Képler, conduire à la loi de la gravitation universelle.

Pour faire rentrer dans ce cas celui où la molécule doit rester sur une courbe donnée, la difficulté se réduit à analyser la résistance exercée par cette courbe. Il faut distinguer, dans cette résistance, deux parties qu'on pourrait

appeler, l'une *statique*, et l'autre *dynamique*. La première, qui aurait lieu aussi bien dans l'état de repos, provient de la pression exercée sur la courbe par les forces. On l'obtient en déterminant la composante suivant la normale à la courbe au point considéré. La seconde ne résulte que du mouvement et de la tendance du corps à suivre, d'après la première loi, la direction de la tangente. Cette résistance, qui se manifeste dans le passage du corps d'un élément de la courbe au suivant, est dirigée, à chaque instant, suivant la normale à la courbe située dans le plan osculateur : on l'apelle *force centrifuge*. Pour en avoir l'intensité, on conçoit la force centrifuge comme une nouvelle force accélératrice ; elle est mesurée par la composante normale que produit, dans chaque instant infiniment petit, la vitesse du mobile, lorsqu'il passe d'un élément de la courbe à un autre. On trouve ainsi, après l'élimination des infinitésimales auxiliaires, introduites par cette considération, que la force centrifuge est égale au carré de la vitesse divisé par le rayon de courbure correspondant. En composant la résistance dynamique avec la résistance statique, et en faisant entrer la résistance totale parmi les forces proposées, on ramène le problème au cas précédent. La question la plus remarquable de ce genre consiste dans l'étude du mouvement oscillatoire d'un corps pesant sur une courbe quelconque.

Il serait superflu d'examiner le cas où le mobile doit rester sur une surface : la seule différence consiste en ce que la trajectoire n'est pas déterminée, et qu'on est obligé, pour la connaître, de joindre à l'équation de la surface une autre équation fournie par l'étude dynamique du problème.

Examinons maintenant la seconde manière d'établir le mouvement curviligne, en partant du cas où la

molécule est assujettie à décrire une courbe donnée.

Il suffit d'établir directement le théorème relatif à la mesure de la force centrifuge. C'est ce qu'a fait Huyghens, en considérant d'abord le mouvement uniforme du corps dans un cercle, en vertu d'une impulsion initiale, et sans aucune force accélératrice. La force centrifuge est alors proportionnelle au sinus-verse de l'arc de cercle décrit dans un instant infiniment petit; d'où il est facile de conclure qu'elle a pour expression le carré de la vitesse constante avec laquelle le mobile décrit le cercle, divisé par le rayon de ce cercle. Ce résultat obtenu, on en déduit la valeur de la force centrifuge dans une courbe quelconque.

En effet, la détermination de cette force exigeant seulement la considération de deux éléments consécutifs de la courbe, le mouvement peut être regardé comme ayant lieu dans le cercle osculateur, puisque ce cercle présente deux éléments communs avec la courbe. On trouve ainsi que la force centrifuge est égale au carré de la vitesse divisé par le rayon du cercle osculateur.

Il est aisé de ramener à ce cas celui d'un corps entièrement libre. Il suffit de concevoir le corps comme assujetti à rester sur la courbe qu'il décrit réellement. Ce mouvement donne lieu à une force centrifuge qu'on sait exprimer. Si la force totale a été décomposée en deux, l'une suivant la tangente et l'autre suivant la normale située dans le plan osculateur, cette dernière est égale et directement opposée à la force centrifuge. Or cette composante normale est égale à la force totale, multipliée par le cosinus de son angle avec la normale. En égalant cette valeur à celle de la force centrifuge, on forme une équation d'où l'on déduit celle du mouvement curviligne précédemment obtenue. Il faut introduire dans cette équation les composantes de la force totale selon les trois axes

coordonnés, et remplacer, dans la valeur de la force centrifuge, la vitesse et le rayon de courbure par leurs valeurs en fonction des coordonnées. L'équation se décompose en trois autres qui sont identiques à celles qui ont été obtenues par la première méthode. J'ai cru nécessaire d'indiquer celle-ci, parce qu'elle éclaire la théorie des mouvements curvilignes, en montrant l'existence de la force centrifuge, même dans le cas d'un corps libre.

Nous devons examiner le mouvement d'un système de corps liés entre eux d'une manière quelconque, et dont les mouvements propres sont altérés par les conditions de leur liaison.

Il faut d'abord établir une nouvelle notion relative à la mesure des forces. Pour cela, les géomètres ont établi que les forces, capables d'imprimer à diverses masses une même vitesse, sont entre elles comme ces masses ou, autrement, qu'elles sont proportionnelles aux masses, comme nous les avons reconnues précédemment proportionnelles aux vitesses. Il en résulte que, quand on compare des forces qui impriment à des masses inégales des vitesses différentes, chacune d'elles est mesurée par le produit de la masse sur laquelle elle agit par la vitesse correspondante. Ce produit, qui est appelé *quantité de mouvement*, détermine, en effet, la force d'impulsion d'un corps dans le choc, la *percussion* proprement dite, ainsi que la *pression* qu'un corps en mouvement peut exercer contre tout obstacle fixe. Il serait peut-être convenable de faire de cette notion une quatrième loi du mouvement, et de l'établir sur des considérations physiques, au lieu de la déduire des notions précédentes.

La difficulté de traiter la dynamique d'un système quelconque de corps consiste dans la manière de tenir compte de leurs liaisons, en vertu desquelles leurs réactions mu-

tuelles altèrent les mouvements propres que chaque corps prendrait s'il était seul. Ainsi, dans le cas du pendule composé, qui a été l'objet primitif des recherches de cette nature, il est clair que, par suite de la liaison des molécules du corps, aucune d'entre elles n'oscillera comme si elle était libre, le mouvement des unes sera accéléré; celui des autres, retardé. Les géomètres, obéissant à l'habitude imposée par la faiblesse de l'esprit humain, ont créé un nouveau principe relativement à chaque question essentielle. Ces *principes*, regardés d'abord comme indépendants, ne sont plus aujourd'hui que des théorèmes fournis par les équations dynamiques fondamentales. Lagrange, dans sa *Mécanique analytique*, donne l'histoire de cette série de travaux, si intéressante pour l'étude de la marche progressive de l'esprit humain. On a procédé ainsi jusqu'à d'Alembert, qui a mis fin à ces recherches isolées, en s'élevant à une conception générale. Cette conception consiste à faire rentrer les questions de mouvement dans de simples questions d'équilibre, à l'aide d'un célèbre principe auquel on a donné, avec tant de raison, le nom de principe de d'Alembert. En voici l'exposé :

Lorsque, par les réactions mutuelles de divers corps, provenant de leur liaison, chacun d'eux prend un mouvement différent de celui qu'il prendrait s'il était libre, on peut regarder le mouvement naturel comme décomposé en deux, dont l'un est celui qui a lieu et dont l'autre, par conséquent, a été détruit. Le principe de d'Alembert consiste en ce que tous les mouvements de ce dernier genre, ou, en d'autres termes, les quantités de mouvement, perdues ou gagnées par les différents corps du système dans leur réaction, se font équilibre. Cette conception a été entrevue par Jacques Bernouilli dans le problème du pendule composé, dans lequel il regardait la quantité de mou-

vement, perdue par le corps le plus rapproché du point de suspension, et la quantité de mouvement, gagnée par celui qui en est le plus éloigné, comme devant satisfaire à la loi d'équilibre du levier. Mais cette idée n'était pour lui qu'un artifice isolé; elle n'ôte rien au mérite de d'Alembert. La propriété essentielle de son principe consiste dans son entière généralité.

Au point de vue philosophique, le germe de ce principe se trouve dans la loi de Newton, avec laquelle il coïncide, quand il s'agit seulement du système de deux corps, agissant l'un sur l'autre suivant la ligne qui les joint. C'est donc la plus grande généralisation possible de la loi de la de la réaction égale et contraire à l'action. Cette manière de le concevoir me paraît propre à en faire ressortir la nature, en lui donnant un caractère physique, au lieu du caractère logique imprimé par d'Alembert. Nous n'y verrons donc désormais que notre seconde loi du mouvement, étendue à un nombre quelconque de corps, disposés entre eux d'une manière quelconque.

On conçoit, d'après cela, que toute question de dynamique peut être convertie en une question de statique, puisqu'il suffit de former les équations d'équilibre entre les mouvements détruits; ce qui permet de pouvoir toujours mettre en équation un problème quelconque de dynamique, et de le faire dépendre uniquement de recherches analytiques. La forme que lui a donnée d'Alembert, dans son *Traité de dynamique*, n'est pas la plus convenable; il est difficile de discerner les mouvements détruits. Hermann et surtout Euler ont remplacé les mouvements détruits par les mouvements primitifs, composés avec les mouvements effectifs pris en sens contraire; ce qui revient au même, puisque, quand une force a été décomposée en deux, on peut remplacer l'une des composantes par la

combinaison de la résultante avec l'autre composante prise en sens contraire. Dès lors, le principe de d'Alembert consiste en ce que les mouvements conformes à la liaison des corps du système, pris en sens inverse, devront toujours faire équilibre aux mouvements primitifs de chaque corps supposé libre ; ce qu'on peut établir directement : car il est évident que le système serait en équilibre, si l'on imprimait à chaque corps une quantité de mouvement égale et contraire à celle qu'il prend effectivement. Cette nouvelle forme, donnée au même principe par Euler, est adoptée comme la plus convenable, parce qu'on n'y considère que les mouvements primitifs et les mouvements effectifs, qui sont les véritables éléments du problème, les uns étant les données, et les autres, les inconnues.

La méthode la plus philosophique, pour traiter la dynamique, consiste à combiner le principe de d'Alembert avec celui des vitesses virtuelles, qui fournit toutes les équations nécessaires à l'équilibre d'un système quelconque. Telle est la combinaison, si bien développée par Lagrange dans sa *Mécanique analytique*, qui a élevé cette science à une rigoureuse unité. Toutes les questions sont rattachées à un principe unique, et leur solution ne dépend plus que de difficultés analytiques. Il suffit, pour établir la formule générale de la dynamique, de décomposer toutes les forces accélératrices du système proposé parallèlement aux trois axes des coordonnées; il doit y avoir équilibre, d'après le principe de d'Alembert, entre les quantités de mouvement primitives et les quantités de mouvement effectives prises en sens contraire. En appliquant à cet ensemble de forces le principe général des vitesses virtuelles, et en ayant soin de distinguer les variations relatives aux différents axes, on

obtient une équation qui comprend implicitement toutes les équations nécessaires à l'entière détermination des circonstances relatives au mouvement d'un système quelconque de corps, sollicités par des forces quelconques. On en déduit, dans chaque cas, les équations explicites, en réduisant toutes les variations au plus petit nombre possible, d'après les conditions de liaison; ce qui fournit autant d'équations distinctes qu'il reste de variations indépendantes.

Pour montrer, au point de vue philosophique, toute la fécondité de cette formule, et faire voir qu'elle comprend toute la dynamique, on peut remarquer qu'on en tirerait, comme cas particulier, la théorie du mouvement curviligne d'une molécule unique. En effet, si toutes les forces agissent sur une même molécule, la masse disparaît de l'équation précédente qui, en distinguant séparément le mouvement virtuel, relatif à chaque axe, fournit les trois équations du mouvement d'un point. J'ai présenté d'abord isolément cette théorie, conformément à l'usage ordinaire, pour rendre plus nettes les notions qu'elle contient.

Ce serait sortir des limites de ce cours que d'indiquer des applications du principe de d'Alembert, la méthode devant être le seul objet de nos considérations philosophiques. Cependant je dois mentionner, comme une conception se rapportant plus à la *méthode* qu'à la *science*, la distinction établie précédemment entre les mouvements de *translation* et les mouvements de *rotation*. En effet, pour étudier le mouvement d'un système quelconque, il faut le regarder comme composé d'une translation, commune à toutes les parties du système, et d'une rotation, propre à chacun de ses points autour d'un certain axe constant ou variable. On envisage de préférence, comme plus simple, le mouvement de rotation relativement au centre de gravité, qui

présente, à cet égard, des propriétés remarquables, découvertes par Euler. Dès lors l'analyse du mouvement d'un système, animé de forces quelconques, consiste : 1° à déterminer, à chaque instant, la vitesse du centre de gravité et la direction dans laquelle il se meut; 2° à déterminer, à chaque instant, la direction de l'axe instantané de rotation, passant par le centre de gravité, et la vitesse de rotation de chaque partie du système autour de cet axe. Toutes les autres circonstances du mouvement seront déduites de celles-là.

La formule générale de la dynamique s'applique également au mouvement des fluides. Aussi d'Alembert en a-t-il déduit les équations générales du mouvement des fluides, entièrement inconnues auparavant. Cette partie de la dynamique ne laisse donc rien à désirer au point de vue concret ; elle ne présente que des difficultés analytiques, le plus souvent insurmontables, même dans les cas les plus simples. Pour simplifier les recherches, on a adopté la célèbre hypothèse du *parallélisme des tranches*, proposée par Daniel Bernouilli, qui permet de ne considérer le mouvement que par tranche, au lieu de l'envisager molécule à molécule. Mais cette hypothèse, qui consiste à regarder chaque section horizontale du liquide comme se mouvant en totalité et prenant la place de la suivante, est contraire à la réalité, dans presque tous les cas. L'hydrodynamique n'est donc qu'à sa naissance, même relativement aux liquides, et à plus forte raison aux gaz. Les grands travaux qui restent à faire à cet égard ne consistent que dans les progrès de l'analyse mathématique, puisque les équations du mouvement des fluides sont établies.

DIX-HUITIÈME LEÇON

Sommaire. — Considérations sur les théorèmes généraux de la mécanique rationnelle.

Chacun des anciens principes de cette science n'est plus qu'un théorème, plus ou moins général, qui résulte des théories de la statique et de la dynamique. Commençons par les premiers.

Le plus remarquable est celui de Torricelli, relatif à l'équilibre des corps pesants. Il consiste en ce que, quand un système quelconque de corps pesants est en équilibre, son centre de gravité est placé au point le plus bas ou le plus haut possible. Torricelli en a indiqué la vérification expérimentale dans tous les cas; mais sa démonstration directe est peu satisfaisante. Il remarque que, la tendance du poids étant de descendre, il y aura équilibre, si le centre de gravité est le plus bas possible. Mais il n'explique pas pourquoi l'équilibre a lieu quand ce point est le plus haut possible.

La véritable démonstration consiste à déduire ce théorème du principe des vitesses virtuelles.

Cette propriété suffit pour la solution de plusieurs problèmes de statique, parmi lesquels on peut ranger la question de la *chaînette*.

Le théorème de Torricelli a été plus tard généralisé par Maupertuis, sous le nom de *loi du repos*. Cette loi s'étend à toutes les forces attractives faisant tendre les

corps d'un système quelconque vers des centres fixes, ou les uns vers les autres, suivant une fonction de la distance, indépendante de la direction, ce qui comprend toutes les grandes forces naturelles. La loi de Maupertuis a été rendue plus concrète par Lagrange, qui l'a rattachée à la notion des *forces vives*. D'après cela, elle consiste en ce que la situation d'équilibre d'un système quelconque est toujours celle dans laquelle la somme des forces vives est un *maximum* ou un *minimum*. Cette loi coïncide avec celle de Torricelli dans le cas de la pesanteur terrestre, parce que la force vive est alors égale au produit du poids par la hauteur verticale du centre de gravité, hauteur qui doit devenir un *maximum* ou un *minimum*, s'il y a équilibre.

Un complément des théorèmes précédents consiste dans la distinction entre la *stabilité* et l'*instabilité* de l'équilibre. Ce que nous appelons physiquement l'état de *repos* d'un corps n'est autre chose que l'*équilibre stable* ; car le *repos* abstrait, tel que les géomètres le conçoivent, lorsqu'ils supposent un corps qui ne soit sollicité par aucune force, n'existe pas dans la nature. L'équilibre *instable* constitue ce que le vulgaire appelle *équilibre*. Lagrange a démontré que l'équilibre est *stable* ou *instable*, suivant que la somme des forces vives est un *minimum* ou un *maximum*. Ces propriétés s'appliquent aussi bien aux fluides qu'aux solides.

Considérons maintenant les théorèmes relatifs au mouvement.

Le premier est celui de Newton, connu sous le nom de *principe de la conservation du mouvement du centre de gravité*. Newton a démontré, au commencement de son traité des *Principes mathématiques de la philosophie naturelle*, que l'action mutuelle des corps d'un système les uns sur les

autres, si l'on a égard à l'égalité entre la réaction et l'action, ne peut pas altérer l'état du centre de gravité. D'Alembert a généralisé cette propriété, et a prouvé que, quelque altération qu'introduise l'action mutuelle des corps dans le mouvement de chacun d'eux, le mouvement du centre de gravité a constamment lieu comme si toutes les forces du système y étaient appliquées parallèlement à leur direction, quelles que soient les forces extérieures du système, et en supposant qu'il ne présente aucun point fixe. On le démontre aisément, en développant, dans la formule générale de la dynamique, les équations relatives au mouvement de translation. Ce principe a l'avantage de pouvoir faire rentrer, en ce qui concerne le mouvement du centre de gravité, le cas d'un corps ou d'un système de corps dans celui d'une molécule unique. Le mouvement de translation d'un système étant estimé par celui de son centre de gravité, on parvient ainsi à réduire la seconde partie de la dynamique à la première, pour les mouvements de translation.

Ce théorème s'applique aux corps vivants, comme aux corps inanimés. Les phénomènes qui caractérisent les corps vivants consistent tout au plus en certaines actions des molécules les unes sur les autres, qui ne s'observent point dans les corps bruts. Il en résulte qu'un corps vivant, quel que soit le jeu interne de ses organes, ne saurait de lui-même déplacer son centre de gravité, quoiqu'il puisse faire exécuter à quelques-unes de ses parties certains mouvements autour de ce point. La locomotion d'un corps vivant serait impossible sans la résistance et le frottement du sol sur lequel il se meut, ou du fluide qui le contient.

Le second théorème consiste dans le *principe des aires*, dû à Képler. Il démontra que, si la force accélératrice totale, dont une molécule est animée, tend vers un point

fixe, le rayon vecteur du mobile décrit autour de ce point des aires égales en temps égaux. Il montra en outre que, réciproquement, si cette relation a été vérifiée dans le mouvement d'un corps par rapport à un point, cela prouve l'action sur ce corps d'une force dirigée sans cesse vers ce point. On déduit cette propriété des équations du mouvement curviligne d'une molécule, en plaçant l'origine des coordonnées au centre des forces, et en considérant l'expression de l'aire décrite, sur l'un quelconque des plans coordonnés, par la projection correspondante du rayon vecteur du mobile. Cette découverte de Képler est d'autant plus remarquable qu'elle a eu lieu avant la création de la dynamique par Galilée.

Le théorème précédent n'est qu'un cas particulier du théorème général des aires, découvert simultanément par D'Arcy, Daniel Bernouilli et Euler, vers le milieu du siècle dernier. La découverte de Képler n'était relative qu'au mouvement d'un point ; celle de d'Arcy se rapporte au mouvement de tout système quelconque de corps agissant les uns sur les autres. Le théorème consiste en ce que, par suite de ces influences réciproques, l'aire décrite par le rayon vecteur de chaque molécule du système, à chaque instant, autour d'un point quelconque, pourra bien être altérée, mais que la somme algébrique des aires, décrites par les projections, sur un plan quelconque, des rayons recteurs de toutes les molécules, ne souffrira aucun changement. Quand le système ne présente aucun point fixe, cette propriété à lieu relativement à un point quelconque de l'espace ; tandis qu'elle se vérifie seulement en prenant le point fixe pour centre des aires, si le système en offre un.

Dans l'application, on remplace la somme des aires correspondantes à toutes les molécules du système par la

somme équivalente des produits de la masse de chaque corps par l'aire qui s'y rapporte.

L'aire décrite par le rayon vecteur de chaque corps dans un instant infiniment petit est proportionnelle au produit de la vitesse de ce corps par sa distance au point fixe que l'on considère. On peut donc substituer à la somme des aires la somme des *moments*, par rapport à ce point, de toutes les forces du système, projetées sur un plan quelconque. Le théorème consiste alors en ce que cette somme des moments, nulle dans le cas de l'équilibre, est constante dans le cas du mouvement : c'est ce qui a été trouvé par Euler et par Bernouilli.

Pour déduire le même théorème de la formule générale de la dynamique, il suffit de développer cette formule, en formant les équations qui se rapportent au mouvement de rotation.

Le théorème des aires suffit pour déterminer, dans le mouvement général d'un système quelconque, tout ce qui se rapporte aux mouvements de rotation, comme le théorème du centre de gravité détermine tout ce qui est relatif aux mouvements de translation. Par la seule combinaison de ces deux propriétés générales, on pourrait étudier complètement le mouvement d'un système quelconque de corps, soit quant à la translation, soit quant à la rotation.

Poinsot a simplifié le théorème des aires en substituant aux aires ou aux moments les couples qu'engendrent les forces proposées. C'est un perfectionnement philosophique très important, qui a permis de donner une valeur concrète à un simple énoncé géométrique. Poinsot, dans son mémoire sur les *propriétés des moments et des aires*, annexé à sa *Statique*, a rendu élémentaire cette théorie, fondée jusqu'alors sur la plus haute analyse, et a découvert de nouvelles propriétés très remarquables.

Le même théorème avait fait découvrir à Laplace la propriété du *plan invariable*, si important dans la mécanique céleste. La somme des aires décrites par tous les corps du système et projetées sur un plan quelconque étant constante en un temps donné, Laplace a cherché la direction du plan à l'égard duquel cette somme se trouve être la plus grande possible; et il a démontré que la direction de ce plan est indépendante de la réaction mutuelle des parties du système.

La théorie du plan invariable a été perfectionnée par Poinsot. Il a montré que ce plan est celui du couple général résultant de tous les couples engendrés par les différentes forces du système.

Il convient de signaler les théorèmes découverts par Euler sur les *moments d'inertie* et sur les *axes principaux*. Euler appelle *moment d'inertie* d'un corps l'intégrale qui exprime la somme des produits de la masse de chaque molécule par le carré de sa distance à l'axe de rotation. Dans les corps homogènes, on procède comme pour les autres intégrales relatives à la forme d'un corps. Dans le cas d'une masse hétérogène, il faut, de plus, connaître la loi de la densité dans les diverses couches qui la composent. Euler, en comparant les moments d'inertie d'un corps quelconque par rapport à tous les axes de rotation imaginables, passant par un même point, détermina les axes relativement auxquels le moment d'inertie doit être uu *maximum* ou un *minimum*. Il découvrit ainsi qu'il existe constamment, en un point quelconque d'un corps, et particulièrement au centre de gravité, trois axes rectangulaires tels, que le moment d'inertie du corps est un *maximum* à l'égard de l'un d'entre eux, et un *minimum* à l'égard d'un autre. Il a donné à ces axes le nom *d'axes principaux de rotation*. Si le corps commence à tourner

autour de l'un de ces axes, cette rotation persiste indéfiniment de la même manière. Ce système des axes principaux est unique dans chaque corps. La détermination en est souvent difficile; mais elle se simplifie dans les cas considérés par la mécanique céleste. Ainsi, dans un ellipsoïde homogène, ou même seulement composé de couches semblables et concentriques d'inégale densité, mais dont chacune est homogène, les trois diamètres conjugués rectangulaires sont eux-mêmes les axes dynamiques principaux. Le moment d'inertie du corps est un *maximum* relativement au plus petit de ces diamètres, et un *minimum* à l'égard du plus grand.

Outre ces propriétés fondamentales, les géomètres en ont encore découvert d'autres qui, sans être aussi nécessaires, doivent être signalées dans un examen philosophique.

Il faut d'abord indiquer le théorème de la *conservation des forces vives,* découvert par Huyghens, et généralisé par Jean Bernouilli. Ce dernier exagéra la distinction introduite par Leibniz entre les forces *mortes* et les forces *vives.* Daniel Bernouilli étendit ce théorème, et l'appliqua au mouvement des fluides.

Depuis Leibniz, les géomètres appellent *force vive* d'un corps le produit de sa masse par le carré de sa vitesse. Le théorème consiste en ce que, quelques altérations qui se produisent dans le mouvement de chacun des corps d'un système, en vertu de leur action réciproque, la somme des forces vives de tous ces corps reste constamment la même en un temps donné. On peut le démontrer en partant de la formule générale de la dynamique.

Ce théorème n'est pas aussi général que les précédents. Carnot l'a limité, en montrant que la somme des forces vives subit constamment une diminution dans le choc des

corps qui ne sont pas parfaitement élastiques, et généralement toutes les fois que le système éprouve un changement brusque quelconque. Il a prouvé qu'il y a alors une perte de force vive, égale à la somme des forces vives dues aux vitesses perdues par ce changement.

Le théorème des forces vives est le plus important pour les applications à la mécanique industrielle et au mouvement des machines, comme l'a indiqué Carnot. Il a fait voir que, dans toute machine, il y a simplement échange de force vive entre la masse du moteur et celle du corps à mouvoir. Cet échange serait complet, c'est-à-dire que toute la force vive du moteur serait utilisée, si l'on évitait les changements brusques, si les frottements, la résistance des milieux, etc., n'en absorbaient pas une partie. Cette notion montre l'absurdité de ce qu'on a appelé le mouvement perpétuel, et donne une idée de la véritable perfection d'une machine, qui consiste à utiliser la plus grande fraction possible de la force vivre du moteur. Il faut, pour cela, simplifier le mécanisme autant que le comporte la nature du moteur.

Enfin le même théorème montre que les machines font perdre en vitesse ou en temps ce qu'elles font gagner en force ou réciproquement, et que leur utilité consiste à échanger les uns dans les autres les facteurs de l'effet à produire, sans pouvoir jamais augmenter cet effet dans sa totalité, et en le diminuant, au contraire, notablement.

Le mouvement d'un système quelconque conduit encore au théorème appelé si improprement par Maupertuis *principe de la moindre action*. Les idées émises à ce sujet remontent très loin. Ptolémée remarqua que la lumière, en se réfléchissant, suit le plus court chemin pour parvenir d'un point à un autre. Après la découverte de la loi de la réfraction par Descartes et Snellius, Fermat voulut y ar-

river *à priori* par une considération analogue à celle de Ptolémée. Il regarda la route de la lumière comme composée de deux droites différentes, séparées, sous un angle inconnu, à la surface du corps réfringent, et se proposa de déterminer quelle devait être cette direction relative, pour que le temps employé par la lumière dans son trajet fût le moindre possible. Il retrouva exactement la loi de la réfraction.

La remarque de Ptolémée et le travail de Fermat servirent de base à Maupertuis. Il trouva que la trajectoire d'un corps soumis à l'action de forces quelconques devait être telle, que l'intégrale du produit de la vitesse du mobile par l'élément de la courbe décrite fût toujours un *minimum*, relativement à sa valeur dans toute autre courbe. Lagrange a généralisé ce théorème, dont il est regardé avec raison comme le véritable fondateur. Il ne reste plus du travail de Maupertuis que le nom qu'il lui a donné. Le théorème de Lagrange consiste en ce que, quelles que soient les attractions réciproques d'un système quelconque de corps, ou leurs tendances vers des centres fixes, les trajectoires décrites par ces corps sont toujours telles que la somme des produits de la masse de chacun d'eux, et de l'intégrale relative à sa vitesse multipliée par l'élément de la courbe correspondante, est nécessairement un *maximum* ou un *minimum*, cette somme étant étendue à la totalité du système. Un tel théorème, déduit de celui des forces vives, est soumis aux mêmes restrictions.

Cette proposition peut être regardée comme un nouveau moyen de former les équations différentielles de chaque mouvement spécial. Il suffit, en effet, conformément à la méthode des *maxima* et des *minima*, fournie par le calcul des variations, d'exprimer que la somme précédemment indiquée est un *maximum* ou un *minimum*, en rendant sa va-

riation nulle. Lagrange a montré comment on peut, par ce moyen, retrouver la formule fondamentale de la dynamique. Il a fait voir également que ce théorème, joint à celui des forces vives, suffit pour déterminer entièrement le mouvement d'un corps.

Lagrange a présenté le théorème de la moindre action sous une autre forme, destinée à en rendre plus sensible l'interprétation concrète. Si l'on remplace, dans l'énoncé, l'élément de la trajectoire par le produit de la vitesse et de l'élément du temps, le théorème consiste en ce que chaque corps du système décrit constamment une courbe telle, que la somme des forces vives, consommées en un temps donné pour parvenir d'une position à une autre, est nécessairement un *maximum* ou un *minimum*.

L'histoire philosophique du théorème de la moindre action montre l'insuffisance et le vice radical des considérations métaphysiques, employées comme moyen de découverte scientifique. On ne peut nier que le principe des causes finales n'ait fourni aux géomètres quelques indications. L'esprit de ce cours nous prescrit de regarder les hypothèses théologiques et métaphysiques comme ayant été utiles, et même nécessaires au progrès de l'esprit humain, en soutenant son activité aussi longtemps qu'a duré l'absence de conceptions positives d'une généralité suffisante ; mais les inconvénients, inhérents à une telle manière de raisonner, montrent qu'elle ne peut être que provisoire. L'exemple actuel en offre une preuve sensible ; car, sans l'introduction des considérations exactes et réelles, fondées sur les lois générales de la mécanique, on disputerait encore, ainsi que le remarque Lagrange, sur ce qu'il faut entendre par *la moindre action* de la nature, où la prétendue économie des forces consiste tantôt dans l'espace, tantôt dans le temps, et n'existe, le plus souvent, ni dans l'un ni dans l'autre.

Je dois enfin énoncer le théorème de Daniel Bernouilli sur la *coexistence des petites oscillations*.

Nous avons vu qu'il existe, pour tout système de forces, une situation d'équilibre *stable*, celle dans laquelle la somme des forces vives est un *maximum*, suivant la loi de Maupertuis, généralisée par Lagrange. Quand le système est infiniment peu écarté de cette situation par une cause quelconque, il tend à y revenir, en faisant autour d'elle une suite d'oscillations infiniment petites. Plusieurs causes différentes peuvent faire simultanément osciller le système, de diverses manières autour de la position de stabilité. Le théorème de Daniel Bernouilli consiste en ce que toutes les espèces d'oscillations infiniment petites, produites par ces divers dérangements simultanés, quelle que soit leur nature, ne font simplement que se superposer, en coexistant sans se nuire, chacune d'elles ayant lieu comme si elle était seule. Ce théorème explique une foule de faits divers : ainsi la coexistence des ondes produites à la surface d'un liquide, agitée en plusieurs endroits différents ; en acoustique, la simultanéité des sons distincts produits par divers ébranlements de l'air.

Au point de vue le plus philosophique, ce théorème n'est pas moins remarquable par la manière dont il résulte des équations du mouvement, que par son importance analytique ou physique. En effet, cette coexistence des oscillations a lieu parceque l'équation différentielle, exprimant la loi de l'un quelconque de ces mouvements, se trouve être *linéaire* et, par conséquent, de la classe de celles dont l'intégrale générale est la simple somme d'un certain nombre d'intégrales particulières. Ainsi, au point de vue analytique, la superposition des divers mouvements oscillatoires a pour cause l'espèce de superposition qui s'établit alors entre les différentes intégrales correspondantes. Cette im-

portante corrélation est certainement, comme l'observe avec raison Laplace, l'un des plus beaux exemples de cette harmonie nécessaire entre l'abstrait et le concret, dont la philosophie mathématique nous a déjà offert tant de vérifications admirables.

DIX-NEUVIÈME LEÇON

Sommaire. — Considérations philosophiques sur l'ensemble de la science astronomique.

L'astronomie est jusqu'ici la seule science dans laquelle l'esprit humain se soit enfin rigoureusement affranchi de toute influence théologique et métaphysique, directe ou indirecte : ce qui rend facile d'en présenter avec netteté le caractère philosophique. Pour se faire une idée de cette science, il faut circonscrire le champ des connaissances positives qu'on peut acquérir à l'égard des astres.

Le sens de la vue est le seul qui puisse faire apercevoir les corps célestes. Il n'existe aucune astronomie pour les espèces aveugles, si intelligentes qu'elles soient. Pour nous-mêmes, les astres obscurs, qui sont peut-être les plus nombreux, nous échappent, et leur existence peut tout au plus être soupçonnée par induction. Toute recherche, qui n'est pas réductible à de simples observations visuelles, nous est interdite au sujet des astres ; nos connaissances positives sont donc limitées à leurs seuls phénomènes géométriques et mécaniques.

Il serait téméraire de fixer dans chaque science les bornes de la connaissance : on les placerait trop près ou trop loin. Mais il est indispensable de poser des limites générales, pour que l'esprit humain ne se laisse point égarer.

Toute question astronomique, qui ne dépend que de l'observation visuelle plus ou moins directe, peut devenir accessible tôt ou tard. Si l'on reconnaît qu'une question exige quelque autre genre d'explorations, on doit l'exclure comme inabordable.

La détermination des températures est probablement la seule à l'égard de laquelle la limite précédente paraîtra trop sévère. Mais, malgré les espérances dues à la création de la thermologie mathématique par Fourier, je n'en persiste pas moins à regarder toute notion sur les températures moyennes des astres comme devant nous être toujours interdite.

Je crois donc pouvoir définir l'objet de l'astronomie par la recherche des phénomènes géométriques et mécaniques que présentent les corps célestes.

Je ferai ressortir, dans ce cours, une loi philosophique dont la première application se présente. En voici l'énoncé: à mesure que les phénomènes deviennent plus compliqués, ils sont susceptibles de moyens d'exploration plus étendus et plus variés; mais il n'y a pas une exacte compensation entre l'accroissement des difficultés et l'augmentation des ressources. Les sciences des phénomènes les plus complexes restent donc les plus imparfaites. Les phénomènes astronomiques, qui sont les plus simples, sont ceux pour lesquels les moyens d'exploration sont les plus bornés.

L'art d'observer se compose de trois procédés différents : 1° l'observation proprement dite, c'est-à-dire l'examen du phénomène tel qu'il se présente; 2° l'expérience, c'est-à-dire la contemplation du phénomène plus ou moins modifié par des circonstances artificielles, que l'on institue expressément en vue d'une plus parfaite exploration; 3° la comparaison, c'est-à-dire la considéra-

tion graduelle d'une suite de cas analogues, dans lesquels le phénomène se simplifie de plus en plus. En astronomie, l'expérience est impossible ; la comparaison n'existerait que si nous pouvions observer plusieurs systèmes solaires. Il ne reste que la simple observation, qui ne peut concerner qu'un seul de nos sens. Mesurer des angles et compter des temps écoulés, tels sont les seuls moyens de découvrir les lois des phénomènes célestes ; mais ces moyens n'en sont pas moins parfaitement adaptés ; car il ne faut pas autre chose pour observer des grandeurs ou des mouvements. On doit seulement conclure que l'astronomie est la science dans laquelle la part de l'observation est la plus petite, et celle du raisonnement, la plus grande.

L'astronomie est indépendante de toutes les autres sciences ; elle a seulement besoin de s'appuyer sur la science mathématique. Les divers phénomènes physiques, chimiques et biologiques, ne peuvent exercer aucune influence sur les phénomènes astronomiques, auxquels, au contraire, tous les autres phénomènes, et même les phénomènes sociaux, sont subordonnés. L'homme ne pourrait penser, d'une manière scientifique, à aucun phénomène terrestre, sans considérer auparavant ce qu'est cette terre dans le monde dont il fait partie.

Je ne signale pas, comme trop évident, l'effet de l'astronomie pour dissiper les préjugés absurdes et les terreurs superstitieuses provenant de l'ignorance des lois célestes au sujet des éclipses, des comètes, etc. Suivant la remarque de Laplace, cet état se reproduirait, si les études astronomiques venaient à cesser.

Cette science est réputée religieuse chez les esprits qui y sont étrangers. Cependant les cieux ne racontent plus d'autre gloire que celle d'Hipparque, de Képler, de Newton et de tous ceux qui ont concouru à en établir les lois.

Toute science est en opposition avec toute théologie, et ce caractère est plus prononcé en astronomie que partout ailleurs. Aucune n'a porté de plus terribles coups à la doctrine des causes finales. La seule connaissance du mouvement de la terre a détruit l'idée de l'univers subordonné à la terre et, par suite, à l'homme. L'exploration de notre système solaire a fait disparaître toute admiration aveugle et illimitée, en montrant que la science permet de concevoir aisément un meilleur arrangement. Quand des astronomes se livrent à un tel genre d'admiration, il porte sur l'organisation des animaux, qui leur est inconnue; tandis que les biologistes, qui en connaissent toute l'imperfection, se rejettent sur l'arrangement des astres, dont ils n'ont aucune idée approfondie. Depuis Newton, toute philosophie théologique a été privée de son principal rôle, l'ordre le plus régulier étant conçu comme établi et maintenu, dans l'univers entier, par la pesanteur mutuelle de ses diverses parties.

Si les philosophes qui, de nos jours, tiennent encore à la doctrine des causes finales, n'étaient pas dépourvus de toute instruction scientifique, ils ne manqueraient pas de faire ressortir, avec leur emphase habituelle, la stabilité de notre système solaire. Néanmoins, cette constitution, nécessaire à l'existence continue des espèces animales, est une simple conséquence de quelques circonstances caractéristiques, comme la petitesse extrême des masses planétaires, en comparaison de la masse centrale, la faible excentricité de leurs orbites, caractères qui dérivent naturellement du mode de formation de ce système. On devait d'ailleurs, *à priori*, s'attendre à ce résultat que, puisque nous existons, il faut bien que le système dont nous faisons partie, soit disposé de façon à permettre cette existence, qui serait incompatible avec une absence de stabilité dans notre



monde. Cette stabilité n'est pas absolue; car elle n'a pas lieu à l'égard des comètes. La prétendue cause finale se réduit donc à ceci : il n'y a d'astres habités, dans notre système solaire, que ceux qui sont habitables. On rentre dans le principe des conditions d'existence, qui est la vraie tansformation positive de cette doctrine. La division principale de l'astronomie est la suivante : 1° l'astronomie *géométrique*, ou la *géométrie céleste*, qui a conservé le nom d'astronomie proprement dite ; 2° l'astronomie mécanique, ou la *mécanique céleste*, dont Newton est le fondateur.

Cette division est en harmonie avec notre règle encyclopédique. La géométrie céleste est, en effet, plus simple que la mécanique céleste, et elle en est indépendante. Aussi a-t-elle réalisé les progrès les plus importants, avant que la mécanique céleste eût commencé d'exister. Cette dernière est, au contraire, dépendante de la précédente, sans laquelle elle n'aurait aucun fondement solide. Cette division est donc, à la fois, historique et dogmatique.

VINGTIÈME LEÇON

Sommaire. — Considérations générales sur les méthodes d'observation en astronomie.

Toutes les observations se réduisent à mesurer des temps et des angles. Il s'agit de concevoir, d'une manière générale, l'ensemble des idées qui ont pu conduire à l'étonnante précision qu'on admire dans ses deux sortes de mesures.

Cet ensemble se compose de deux ordres d'idées distincts : le premier est relatif au perfectionnement des instruments; le second concerne certaines corrections, apportées par la théorie à leurs indications. Nous devons commencer par le premier. Il faut signaler d'abord les moyens gnomoniques, à cause de leur importance pour la formation de la géométrie céleste par les astronomes grecs.

Les ombres solaires, et même les ombres lunaires, ont été un précieux instrument. Elles ont servi, par leur direction, à la mesure du temps et, par leur longueur, à celle de certaines distances angulaires.

Dès que l'uniformité du mouvement diurne apparent a été admise, il a suffi de fixer un style dans la direction de l'axe de la sphère céleste, pour que l'ombre, projetée sur un plan, ait donné, à toute époque, dans chaque lieu correspondant, les temps écoulés, par le seul indice de ses diverses positions successives. Ces indications sont imparfaites, puisqu'elles supposent que le soleil décrit chaque jour le même parallèle.

La longueur variable de l'ombre horizontale, projetée, à chaque instant,par un style vertical, étant comparée à la longueur fixe et bien connue de ce style, on en conclut immédiatement la distance angulaire correspondante du soleil au zénith. Ce rapport constitue la tangente trigonométrique de cet angle, dont il a inspiré l'idée aux astronomes arabes. De là, le moyen, longtemps employé, d'observer les variations de la distance zénithale du soleil aux divers instants de la journée, et celles de sa position méridienne aux différentes époques de l'année. L'inexactitude des procédés gnomoniques consiste dans l'influence de la pénombre qui laisse toujours une incertitude sur la vraie longueur de l'ombre. Cette influence peut être atténuée, mais non annulée, par l'emploi de très grands gnomons.

Cette double propriété avait été réalisée, dès l'origine de la science, par l'hémisphère creux de Bérose, qui donnait à la fois les temps et les angles.

Dominique Cassini est le dernier qui ait fait usage des gnomons de grande dimension, pour sa théorie du soleil. Toutefois ce moyen est resté la base de la détermination de la ligne méridienne, envisagée comme divisant en deux parties égales l'angle formé par les ombres horizontales de même longueur qui correspondent aux deux parties symétriques d'une même journée. Les deux causes d'erreur sont éludées, car la pénombre affecte également les deux ombres, et il est facile d'éviter presque entièrement l'influence de l'obliquité du mouvement du soleil, en opérant aux environs des solstices, surtout vers le solstice d'été.

Considérons maintenant les procédés les plus exacts, en commençant par la mesure du temps.

Le chronomètre le plus parfait, c'est le ciel lui-même. Il suffit, en effet, lorsqu'on sait exactement la latitude de son observatoire, d'y mesurer, à chaque instant, la dis-

tance au zénith d'un astre quelconque, dont la déclinaison, d'ailleurs variable ou constante, est actuellement bien connue, pour en conclure l'angle horaire correspondant, et, par une suite immédiate, le temps écoulé, en résolvant le triangle sphérique que forment le pôle, le zénith et l'astre, et dont les trois côtés sont ainsi donnés. Ce procédé n'est employé qu'à défaut de tout autre moyen exact, comme c'est le cas en astronomie nautique. Il sert, dans nos observatoires, à régler la marche des horloges, en la confrontant avec celle de la sphère céleste. On peut même se borner, pour éviter tout calcul, à modifier le mouvement du chronomètre, jusqu'à ce qu'il marque vingt-quatre heures sidérales, entre les deux passages consécutifs d'une même étoile à une lunette fixée, aussi invariablement que possible dans une direction, d'ailleurs arbitraire.

Les moyens artificiels pour mesurer le temps avec précision sont indispensables. Cherchons à en saisir l'esprit.

Tout phénomène présentant des changements graduels peut fournir une certaine appréciation du temps employé à les produire. Mais le choix en est très restreint, quand on veut des estimations précises, et on a dû se borner aux mouvements physiques, et surtout à ceux qui sont dus à la pesanteur.

Les anciens ont d'abord employé l'écoulement des liquides, auxquels on a substitué, au moyen âge, les solides, en imaginant les horloges fondées sur la descente verticale des poids. Mais le mouvement vertical n'étant pas uniforme, le ralentissement à l'aide de contre-poids ne peut pas remédier à ce défaut capital. Le problème n'était donc pas résolu avant Galilée.

On a longtemps disputé à Galilée la gloire d'avoir eu, le premier, l'idée de mesurer le temps par les oscillations d'un pendule ; il me semble que c'était à tort. En tout cas,

il est certain que ses découvertes en dynamique devaient y conduire naturellement; car il en résultait que la vitesse d'un poids, qui descend suivant une courbe verticale, décroît à mesure qu'il s'approche du point le plus bas, en raison du sinus de l'inclinaison horizontale de chaque élément parcouru. On pouvait donc aisément concevoir que, par une forme convenable de la courbe, l'isochronisme fût obtenu, si le ralentissement compensait, en chaque point, la diminution de l'arc à décrire. La solution de ce dernier problème était réservée à Huyghens. La géométrie n'était pas assez avancée à l'époque de Galilée qui, guidé par l'observation, regarda comme isochrones les oscillations circulaires, sans avoir connu la restriction relative à leur amplitude très petite.

Huyghens, après avoir imaginé le pendule cycloïdal, y renonça à cause des difficultés d'exécution. Il en déduisit le pendule circulaire, à oscillations très petites, grâce à l'ingénieux mécanisme de l'échappement, en appliquant le pendule à la régularisation des horloges. Cette solution ne devint pratique que par la réduction du pendule composé au pendule simple, pour laquelle Huyghens inventa le principe des forces vives, qui indiquait à l'art de nouveaux moyens de modifier les oscillations, sans changer les dimensions de l'appareil.

Depuis ce résultat, le perfectionnement des horloges astronomiques a été uniquement du domaine de l'art, et a porté essentiellement sur deux points : la diminution du frottement par un meilleur mode de suspension, et la correction des irrégularités ,dues aux variations de température, par l'ingénieuse invention des appareils compensateurs. Je n'ai pas à considérer ici les chronomètres portatifs, fondés sur la distension graduelle d'un ressort métallique plié en spirale, et qui sont presque aussi parfaits

que les horloges astronomiques. Cette perfection est due essentiellement à l'art; la science y a peu contribué.

Tel est l'ensemble des moyens par lesquels le temps est mesuré à une demi-seconde près et quelquefois avec une précision encore plus grande.

Considérons maintenant le perfectionnement de la mesure des angles.

Pour concevoir la difficulté essentielle, il suffit de se représenter que, pour évaluer un angle, seulement à une minute près, il faudrait, d'après un calcul très facile, un cercle de sept mètres de diamètre environ, en y accordant aux minutes une étendue d'un millimètre. L'indication des secondes, en réduisant chacune à occuper un dixième de millimètre, exigerait un diamètre de plus de quarante mètres. D'un autre côté, l'expérience a montré que, même au-dessous de dimensions si impraticables, on ne peut faire dépasser aux instruments certaines limites sans nuire à leur précision, à cause de leur déformation par le poids, la température, etc. On a renoncé aux instruments gigantesques, employés en vain par les astronomes arabes du moyen âge. Les grands télescopes actuels ne servent qu'à procurer de forts grossissements, et seraient impropres à toute mesure exacte. Les instruments destinés à mesurer les angles ne peuvent avoir, sans inconvénient, plus de trois ou quatre mètres de diamètre, quand il s'agit d'un cercle entier, et les plus usités n'ont guère que deux mètres. Cela posé, la question consiste à comprendre comment on peut évaluer les angles, à une seconde près, avec des cercles dont la grandeur permettrait à peine d'y marquer les minutes.

Trois moyens principaux ont concouru à ce perfectionnement : l'application des lunettes aux instruments angulaires ; l'usage du vernier ; et enfin la répétition des angles.

Morin remplaça par le télescope, un demi-siècle environ après son invention, les alidades des anciens et les pinnules du moyen âge. Cette idée put être entièrement réalisée, lorsque Auzout eut imaginé, trente ans après, le réticule, destiné à fixer, avec la dernière précision, l'instant effectif du passage d'un astre par l'axe optique de la lunette. Enfin ces perfectionnements furent complétés, un siècle plus tard, par la découverte, que fit Dollond, des objectifs achromatiques, qui ont tant augmenté la netteté des observations.

Le procédé imaginé par Vernier, en 1631, pour subdiviser un intervalle quelconque en parties beaucoup moindres que les plus petites qu'on puisse y marquer distinctement, est la seconde cause de la précision actuelle des mesures angulaires.

Malgré l'importance de la lunette et du vernier, on n'aurait pu porter la mesure des angles jusqu'à la précision des secondes, sans l'idée de la répétition des angles, conçue par Mayer et réalisée par Borda. Le déplacement continuel des corps célestes présentait, dans l'application d'un tel moyen, une difficulté spéciale, que Borda parvint à surmonter, en se bornant, comme on le peut presque toujours, à mesurer les distances zénithales des astres, lorsqu'ils traversent le méridien. Il est clair que, malgré son déplacement, l'astre reste, à cette époque, sensiblement à la même distance du zénith pendant un temps assez long pour permettre d'opérer la multiplication de l'angle. Cette remarque est le fondement de la disposition imaginée par Borda.

Pour compléter cet aperçu général, il faut signaler la lunette méridienne inventée par Rœmer, qui est destinée à fixer le véritable instant du passage d'un astre quelconque à travers le plan du méridien. La distance zénithale correspondante est d'ailleurs mesurée nécessaire-

ment sur un cercle effectif ; mais il peut ne pas coïncider entièrement avec le vrai méridien, sans qu'il en résulte aucune inexactitude sur cette distance qui est, à une telle époque du mouvement, sensiblement invariable.

Il faut encore mentionner les divers appareils micrométriques, imaginés pour mesurer les diamètres apparents des astres, et tous les petits intervalles angulaires.

Les moyens intellectuels sont aussi nécessaires que le perfectionnement des mesures : ils consistent dans la théorie des corrections qu'il faut faire subir aux indications des instruments, pour les dégager des erreurs dues à diverses causes générales, et surtout aux réfractions et aux parallaxes.

Il existe une harmonie entre ces deux ordres de perfectionnement ; car il faut des instruments précis pour que la réfraction et la parallaxe deviennent appréciables, et, d'un autre côté, il serait inutile d'inventer des instruments exacts, si la réfraction ou la parallaxe devaient à elles seules apporter dans les observations une incertitude supérieure à celle qu'on se propose d'éviter par l'amélioration des appareils. C'est sans doute dans une telle corrélation qu'il faut chercher l'explication de la grossièreté des instruments grecs.

Les corrections peuvent être distinguées en deux classes : les unes tiennent à la position de l'observateur, et n'exigent aucune connaissance approfondie des phénomènes astronomiques : ce sont la réfraction et la parallaxe ordinaire. Les autres ont la même origine, puisqu'elles proviennent des mouvements de la planète sur laquelle l'observateur est situé ; mais elles sont fondées sur le développement des principales théories astronomiques : ce sont la parallaxe annuelle, la précession, l'aberration et la nutation.

Considérons, en premier lieu, la théorie des réfractions astronomiques.

La lumière, qui nous vient d'un astre, est déviée par l'action de l'atmosphère terrestre. D'après la loi de la réfraction, l'astre est rapproché du zénith, en restant dans le même plan vertical; et cet effet, qui n'est nul qu'au zénith, est de plus en plus considérable à mesure que l'astre descend vers l'horizon. On obtient la manifestation la plus simple de cette altération en prenant pour hauteur du pôle, en un lieu quelconque, la moyenne entre les hauteurs méridiennes d'une même étoile circumpolaire. Cette hauteur, qui devrait être la même, de quelque étoile qu'on se servît, devient d'autant plus grande que l'étoile descend plus près de l'horizon, ce qui rend évidente l'influence de la réfraction.

Cette altération s'étend à toutes les autres mesures, à l'exception des azimuths, qui restent seuls inaltérables. Par cela même que l'astre est élevé dans son plan vertical, sa distance au pôle, l'instant de son passage au méridien, l'heure de son lever et de son coucher, etc., éprouvent des modifications qu'il serait facile de calculer, si l'effet principal était connu. La difficulté se réduit donc à découvrir la loi suivant laquelle la réfraction diminue les distances zénithales. C'est en cela que consiste le grand problème des réfractions astronomiques.

On peut en chercher la solution par deux voies opposées, l'une rationnelle, et l'autre empirique, que les astronomes ont fini par combiner.

Si l'atmosphère était homogène, la lumière n'y subirait qu'une seule réfraction à son entrée; mais la diminution de la densité des différentes couches, à mesure qu'on s'élève, est considérable. C'est ce qui fait la difficulté, jusqu'ici insurmontable, de cette importante recherche.

Car il en résulte une suite infinie de petites réfractions toutes inégales et croissantes, à mesure que la lumière pénètre dans une couche plus dense, en sorte que sa route, au lieu d'être simplement rectiligne, forme une courbe très compliquée, dont il faudrait connaître la nature pour calculer, par sa dernière tangente comparée à la première, la véritable déviation totale. La détermination de cette courbe serait un simple problème géométrique, si l'on connaissait la loi relative à la variation de la densité des couches ; mais c'est impossible, lorsqu'on veut tenir compte de toutes les causes essentielles.

En considérant l'équilibre de l'atmosphère comme produit par la pression des couches les unes sur les autres, en vertu de leur seule pesanteur, on trouve la loi de variation de leur densité ; mais cet état est idéal. D'abord, l'atmosphère n'est jamais en équilibre, et ses mouvements altèrent la densité statique de ses parties, en changeant leurs pressions. De plus, en supposant l'existence de cet équilibre, il est clair que l'abaissement de la température à mesure qu'on s'élève, et même ses variations dans le sens horizontal, altèrent le mode de changement des densités, qui correspondrait à la seule considération des pressions. Les travaux de Laplace et de quelques autres géomètres ne peuvent être regardés que comme de simples exercices mathématiques, dont l'influence sur le perfectionnement des tables de réfraction est douteuse. Il faut donc renoncer à établir, d'une manière purement rationnelle, la théorie des réfractions astronomiques.

Quant au procédé empirique, on comprend que, si les réfractions étaient constantes à une même hauteur, on en pourrait dresser, par l'observation, des tables fort exactes et suffisamment étendues pour les diverses distances zénithales. La hauteur du pôle peut d'abord être me-

surée, sans qu'on ait besoin de connaître les réfractions, par les deux hauteurs méridiennes d'une étoile très rapprochée du pôle, ce qui est surtout susceptible d'exactitude dans les latitudes supérieures à 45 degrés. Cela posé, il suffit de choisir une étoile qui passe au méridien extrêmement près du zénith. En observant, à l'instant de ce passage, sa distance zénithale, qui fera connaître immédiatement sa distance polaire, on pourra calculer d'avance, par la simple résolution d'un triangle sphérique, sa distance au zénith, à telle époque précise qu'on voudra de son mouvement diurne. La parallaxe des étoiles étant insensible, l'excès qu'on trouvera sur la distance apparente directement observée sera dû à la réfraction, dont il mesurera l'influence. Le grand nombre d'étoiles qui admettent de telles comparaisons permet des vérifications multipliées, qui peuvent être complétées par la confrontation des résultats obtenus dans des observatoires différents, inégalement rapprochés du pôle. Telle est la marche laborieuse, mais sûre, employée pour dresser les tables de réfraction. On se sert néanmoins de l'une ou l'autre des formules rationnelles proposées par les géomètres, mais seulement pour se diriger, ou pour remplir les lacunes inévitables que laisse l'observation.

La marche précédente ferait regretter, quant aux observations astronomiques, l'imperfection de la théorie mathématique des réfractions, si l'on pouvait supposer une constance rigoureuse dans les résultats obtenus; mais il n'en est pas ainsi, à cause des innombrables variations de l'atmosphère. On tient compte d'une partie de ces modifications, en notant l'état du baromètre et celui du thermomètre au moment de chaque observation. Mais ces corrections sont imparfaites. Aussi ne faut-il pas s'étonner des dissidences des tables de ré-

fraction, dressées pour des observatoires différents, et même pour un lieu unique, en divers temps. Toutefois elles en deviennent sensibles que dans le voisinage de l'horizon, et disparaissent à 10° ou 15° d'élévation. Il faut donc éviter d'observer très près de l'horizon, ce qui est presque toujours possible. Avec une telle précaution, la réfraction, qui est seulement d'une minute à 45° de la distance zénithale, de 5 à 6 minutes à 80°, et d'environ 34 minutes à l'horizon, doit être regardée comme connue dans l'état actuel des mesures angulaires, d'après les tables usitées.

Passons maintenant à la théorie des parallaxes, qui est plus facile et plus satisfaisante. Les observations faites en des lieux différents ne seraient pas comparables, si on ne les ramenait pas à celles qu'on ferait d'un observatoire idéal, situé au centre de la terre. Cette correction a été nommée *parallaxe*.

L'effet de la parallaxe porte, comme celui de la réfraction, sur la seule distance zénithale, et consiste, en laissant l'astre dans le même plan vertical, à l'éloigner du zénith, tandis que la réfraction l'en rapproche.

A l'inspection du triangle rectiligne formé par le centre de la terre, l'observateur et l'astre, on voit que la loi de la parallaxe consiste en ce que le sinus de la parallaxe est proportionnel à celui de la distance zénithale apparente. La raison constante de ces deux sinus, qui constitue ce qu'on appelle la parallaxe horizontale, est égale au rapport entre le rayon de la terre et la distance de son centre à l'astre, si l'on suppose la terre sphérique, ce qui est pleinement suffisant dans toute cette théorie. La parallaxe ne produit pas, comme la réfraction, un effet commun sur tous les astres. Elle est insensible pour ceux qui sont étrangers à notre système solaire, à cause de leur immense éloignement. Elle varie extrêmement, dans l'intérieur de ce

système, depuis la parallaxe d'Uranus, qui ne peut jamais atteindre une demi-seconde, jusqu'à celle de la lune, qui peut quelquefois surpasser un degré.

La détermination de tout ce qui concerne les parallaxes repose sur l'évaluation des distances des astres à la terre ; et, en ce sens, cette théorie constitue une partie de la science proprement dite. Nous devons renvoyer à la leçon suivante pour l'estimation des coefficients propres à la théorie des parallaxes. Mais il importe de remarquer qu'on peut déterminer ces coefficients par un procédé empirique en éludant la connaissance directe des distances des astres à la terre.

Il suffit, en effet, après avoir choisi un lieu et un temps tels, que l'astre proposé passe au méridien très près du zénith, de mesurer, pendant plusieurs jours consécutifs, sa distance polaire, de manière à pouvoir connaître fort approximativement la valeur de cette distance, à un instant quelconque de la durée de l'opération. Cela posé, si l'on calcule pour cet instant, d'après l'angle horaire et ses deux côtés, la distance de l'astre au zénith, quand il en est très éloigné, sans cependant qu'il approche trop de l'horizon, à 75° ou 80°, par exemple, la comparaison de cette distance avec celle qu'on observera en ce moment fera apprécier la parallaxe correspondante et, par suite, la parallaxe horizontale, pourvu que la distance apparente ait subi la correction de la réfraction. Tel est le procédé par lequel on constate que la parallaxe de toutes les étoiles est insensible.

Pour compléter l'ensemble des moyens d'observation, je crois devoir y faire rentrer la formation d'un catalogue d'étoiles.

Les astronomes emploient, depuis Hipparque qui en eut le premier l'idée, deux coordonnées sphériques très

simples pour marquer les positions angulaires respectives de tous les astres. L'une est analogue à la latitude terrestre, c'est la *déclinaison* de l'astre, c'est-à-dire sa distance à l'équateur céleste, mesurée sur le grand cercle mené du pôle à l'astre. L'autre, appelée *ascension droite*, correspond à la longitude géographique. Elle consiste dans la distance du point où le grand cercle précédent vient couper l'équateur à un point fixe choisi sur cet équateur, et qui est ordinairement celui de l'équinoxe du printemps pour notre hémisphère. Il faut d'ailleurs noter le signe de chaque coordonnée, en distinguant les déclinaisons en boréales et en australes, et les ascensions droites en orientales et en occidentales.

Le moyen le plus simple de mesurer ces deux coordonnées angulaires d'un astre quelconque consiste à observer son passage au méridien. En comparant l'heure de ce passage, donnée par la lunette méridienne et l'horloge astronomique, à celle qui correspond au passage du point équinoxial, on obtient l'ascension droite de l'astre, après avoir converti les temps en degrés. La distance de l'astre au zénith, évaluée à l'aide du cercle répétiteur, étant comparée à la hauteur du pôle, donne la déclinaison par une simple addition ou soustraction. Les indications des deux instruments doivent être rectifiées d'après les deux corrections de la réfraction et de la parallaxe. Tel est le procédé employé pour construire tous les catalogues d'étoiles. Les catalogues comprennent aujourd'hui cent vingt mille étoiles, bien que l'hémisphère austral soit encore peu exploré.

Il serait inutile de mentionner le système de classification et de nomenclature employé.

Ce système est peu rationnel, surtout en ce qui concerne la nomenclature, qui porte encore l'empreinte de l'état

théologique. Il serait aisé de le remplacer par un système méthodique. Un tel perfectionnement, qui finira par s'établir, n'est pas urgent, parce que, pour retrouver une étoile, on ne se sert pas de son nom, mais des valeurs de ses deux coordonnées. Je me borne à demander qu'on remplace la dénomination de *grandeur* par celle de *clarté*.

On peut résumer l'ensemble des progrès accomplis, depuis l'origine de la science, à l'égard de l'observation. Les anciens observaient à la précision d'un degré tout au plus. Tycho-Brahé parvint, le premier, à pouvoir répondre d'une minute, et les modernes ont porté la précision jusqu'aux secondes.

VINGT ET UNIÈME LEÇON.

Sommaire. — Considérations générales sur les phénomènes géométriques élémentaires des corps célestes.

Ces phénomènes forment deux classes distinctes : les uns se rapportent à chaque astre, envisagé comme immobile, et comprennent sa distance, sa figure, sa grandeur, l'atmosphère dont il est entouré, etc., en un mot, ses éléments essentiels; les autres sont relatifs à l'astre considéré dans ses déplacements, et se réduisent à la comparaison mathématique des diverses positions qu'il occupe aux différentes époques de sa course périodique. Les premiers sont indépendants des seconds, bien qu'on soit souvent obligé de les y rattacher pour obtenir des déterminations plus exactes. Les seconds, au contraire, dépendent des premiers, au moins en ce qui concerne les positions. Enfin l'étude en est plus difficile et constitue le véritable but de de la géométrie céleste, la prévision exacte de l'état du ciel à une époque quelconque. On peut exprimer cette division par les termes de phénomènes *statiques* pour les premiers, et de phénomènes *dynamiques* pour les seconds, en n'y attachant qu'un sens géométrique.

La base de toutes les recherches sur les astres consiste dans l'évaluation de leurs distances à la terre et entre eux. Cherchons à nous faire une idée des moyens qui ont été employés pour y arriver.

Il ne peut exister d'autre procédé élémentaire que ce-

lui qui a été imaginé, dès l'origine de la géométrie, pour connaître les distances des corps inaccessibles. Il est clair que la distance angulaire, observée à deux stations, conjointement avec l'intervalle linéaire de ces stations, permet de résoudre le triangle rectiligne formé par l'astre et les deux points de vue, ce qui fait connaître la distance cherchée.

Cette méthode est limitée par l'imperfection des mesures angulaires. Si, par l'immensité de la distance, ou par la petitesse de la base, cet angle, dont le sommet est un point inaccessible, se trouve très petit, il sera mal connu, et, par suite, la distance sera très inexactement calculée. Cet angle ne pouvant être évalué directement, mais déduit des deux autres comme supplément de leur somme, l'incertitude des observations sera doublée. Dans l'état actuel des mesures, on ne peut pas en répondre à moins de deux secondes. Si l'angle est plus petit que deux secondes, il ne peut être connu. Telle est la difficulté fondamentale de ces recherches.

Quand on voulut déterminer avec précision, vers le milieu du siècle dernier, la parallaxe horizontale de la lune, Lacaille se transporta au cap de Bonne-Espérance, et Lalande à Berlin, afin d'y observer la distance zénithale de cet astre, en un même instant, bien convenu d'avance d'après un signal céleste quelconque, par exemple au milieu d'une éclipse exactement prévue. Les latitudes et les longitudes des deux stations, choisies sous deux méridiens très rapprochés, permettaient de connaître, comparativement au rayon de la terre, la grandeur linéaire de la base, qui est à peu près la plus étendue que notre globe puisse offrir. L'observation des deux distances zénithales procurait toutes les données nécessaires à la résolution du triangle rectiligne, d'où résultait la distance cherchée.

Une telle opération, dans laquelle l'angle de la lune était presque de deux degrés, faisait connaître la distance de cet astre, qui, dans sa valeur moyenne, est d'environ soixante rayons terrestres.

Le même moyen pourrait être employé à l'égard de Vénus et de Mars, mais il devient trop incertain à l'égard du soleil, et surtout des astres les plus lointains de notre système.

Le procédé, par lequel les astronomes ont surmonté ces difficultés, consiste à se servir des plus petites distances, pour lesquelles les bases terrestres suffisent, afin de s'élever aux plus grandes, d'après la liaison qu'établissent entre elles certains phénomènes, longtemps inaperçus ou négligés. Considérons la nature et les limites d'un tel procédé.

Il faut distinguer deux cas, celui du soleil, et celui de tous les autres astres.

Aristarque avait imaginé un moyen de rattacher la distance du soleil à celle de la lune. Pour évaluer le rapport de ces deux distances, il faut connaître l'angle à la terre qui peut seul être observé, et l'angle à la lune. Or il y a, dans le cours mensuel de la lune, un instant où cet angle est tout estimé d'avance, c'est celui de l'un ou l'autre quartier, où il est droit. Il suffit donc d'observer la distance angulaire de la lune au soleil au moment exact de la quadrature, pour avoir aussitôt, par la sécante de cet angle, la valeur du rapport entre la distance solaire et la distance lunaire. Telle est la méthode d'Aristarque. Mais malheureusement cette méthode ne comporte aucune précision; aussi Aristarque avait-il trouvé que la distance du soleil était seulement de dix-neuf à vingt fois celle de la lune, ce qui est environ vingt fois trop petit. La méthode d'Aristarque ne peut donc servir qu'à indiquer l'esprit de ces procédés indirects.

L'observation des passages de Mercure, et surtout de Vénus, sur le soleil, a offert à Halley, vers le milieu du siècle dernier, un moyen plus exact, et le seul admissible aujourd'hui, pour déterminer la parallaxe relative de chacun de ces astres et du soleil, et par suite la distance de celui-ci à la terre, d'après la seule indication de la différence très sensible que peut présenter la durée du passage observé en deux stations fort éloignées.

Cette distance étant déterminée, la connaissance des mouvements de la terre permet de la prendre pour base de l'estimation des autres distances plus considérables. Il suffit d'observer la distance angulaire du soleil à l'astre proposé, à six mois d'intervalle, ce qui correspond à deux positions diamétralement opposées de la terre dans son orbite. On a, dès lors, pour calculer la distance linéaire de cet astre, un triangle immense, dont la base est le double de la distance de la terre au soleil. A la vérité, les déplacements de l'astre, entre les deux observations comparatives, doivent altérer l'exactitude du résultat; mais ce procédé est destiné aux planètes les plus lointaines, qui sont les moins rapides. On peut pour une première approximation, négliger entièrement leur déplacement, surtout à l'égard d'Uranus. D'ailleurs deux mois, et même un seul, suffisent pour obtenir un angle à l'astre qui soit très appréciable. Or, pendant ce temps, une planète comme Saturne, qui met trente ans à parcourir le ciel, peut être regardée comme immobile.

Cette base, même en lui donnant l'intervalle de six mois, est insuffisante, dès que l'on veut estimer l'éloignement des astres étrangers à notre système. On ne peut assigner qu'une limite inférieure, en établissant avec certitude que l'étoile la plus voisine est, au moins, deux cent mille fois plus éloignée que le soleil, ou dix

mille fois plus lointaine que la dernière planète de notre système.

Il est aisé de comprendre comment après avoir déterminé les distances de tous les astres de notre monde à la terre, on calcule leurs distances mutuelles, puisque, dans le triangle où chacune est contenue, deux côtés sont déjà donnés, et l'angle à la terre peut toujours être mesuré. C'est seulement pour la lune et le soleil que les distances à la terre méritent d'être soigneusement retenues. On se borne à mentionner les distances des planètes au soleil, et celle de chaque satellite à sa planète.

Ces connaissances une fois acquises, l'étude de la figure et de la grandeur des astres ne présente plus d'autre difficulté que celle d'une observation précise. Tous les astres importants de notre monde comportent, à cet égard, une exploration complète, du moins avec les instruments actuels. Il suffit de mesurer soigneusement, par les meilleurs moyens micrométriques, leurs diamètres apparents dans tous les sens possibles, pour juger de leur véritable figure, après avoir effectué les corrections de la réfraction et de la parallaxe. L'inspection a suffi pour faire reconnaître la sphéricité presque parfaite de tous nos astres, et pour montrer qu'ils sont tous légèrement aplatis dans le sens de leur axe de rotation et renflés dans leur équateur. La quantité de cet aplatissement a pu même être exactement mesurée avec des micromètres perfectionnés. Le résultat a prouvé que les astres sont d'autant plus aplatis que leur rotation est plus rapide.

Un calcul très facile déduit la grandeur des corps célestes de la mesure du diamètre apparent, combinée avec la détermination de la distance. Car la sécante du demi-diamètre apparent d'un corps sphérique est égale au rapport entre son rayon réel et sa distance à l'œil, ce qui

permet d'évaluer ce rayon et par suite la surface et le volume.

Notre ignorance à l'égard des distances des corps extérieurs à notre monde nous interdirait de connaître leurs dimensions, quand même nous parviendrions à mesurer leurs diamètres apparents. Nous avons seulement lieu de penser que leur volume est analogue à celui de notre soleil.

Une question secondaire se rattache aux précédentes, c'est l'évaluation de la hauteur des petites aspérités qui recouvrent les astres, à la façon de nos montagnes.

On conçoit que les divers astres de notre monde ont un hémisphère éclairé par le soleil et un autre hemisphère visible de la terre, et que nous apercevons seulement la portion commune. Cela posé, s'il existe dans la partie invisible de l'hémisphère éclairé, ou dans la partie obscure de l'hémisphère visible, et tout près de la ligne de séparation, une montagne suffisamment élevée, son sommet apparaîtra, dans l'image de l'astre, comme un point isolé, extérieur au disque régulier, et dont la distance, à ce disque, ainsi que la situation, appréciées l'une et l'autre à l'aide d'un bon micromètre, permettront de déterminer, par un calcul trigonométrique fort simple, la hauteur cherchée, d'abord comparativement au rayon de l'astre, et finalement en mètres. La précision dépend de l'étendue et de la netteté du disque; elle est augmentée par l'absence d'atmosphère. Aucun astre ne peut être plus exactement exploré que la lune, dont les principales montagnes sont peut-être mieux mesurées, d'après les observations de M. Schroeter, qu'un grand nombre de montagnes terrestres.

Une recherche plus importante consiste à évaluer l'étendue et l'intensité de l'atmosphère des astres. Elle est

fondée sur la déviation que ces atmosphères impriment à la lumière des astres extérieurs à notre monde, devant lesquels vient se placer en ligne droite l'astre intérieur proposé, ce qui constitue ce genre particulier d'éclipse connu sous le nom d'occultations d'étoiles. Cette déviation est semblable à la réfraction horizontale de notre atmosphère.

Par suite du simple mouvement diurne du ciel, la durée totale de l'occultation serait naturellement indéfinie, mais elle est plus ou moins longue suivant le mouvement propre de l'astre proposé. On peut la calculer d'avance, d'après la vitesse angulaire et la direction de ce mouvement, comparées au diamètre apparent de l'astre, et modifiées par le mouvement de l'observateur lui-même. La réfraction atmosphérique diminue cette durée géométrique ; car elle retarde le commencement de l'occultation et en accélère la fin. On peut, en comparant la durée effective de cette occultation avec sa durée mathématique, connaître, d'après l'excès de celle-ci sur l'autre, la valeur de la réfraction horizontale de l'atmosphère proposée. C'est ainsi que M. Schroëter a trouvé que la réfraction horizontale de la lune ne s'élève pas à une seconde, et que par conséquent il n'y existe aucune atmosphère appréciable, ce qui a été confirmé plus tard par Arago.

Il me reste enfin à considérer la question de la figure et de la grandeur de la terre.

L'inspection immédiate ne peut suffire à l'égard de la planète que nous habitons, à cause de l'impossibilité absolue où nous sommes de nous en écarter assez pour en apercevoir l'ensemble d'un seul coup d'œil.

A la naissance de l'astronomie mathématique, les variations que présente dans les différents lieux le spectacle général du mouvement diurne ont fourni la preuve géomé-

trique de la figure sphérique de la terre. Il a suffi de constater que le changement éprouvé par la hauteur du pôle sur chaque horizon est toujours proportionnel à la longueur du chemin parcouru suivant un même méridien quelconque; ce qui est un caractère évident et exclusif de la sphère. Cette comparaison, développée et perfectionnée pendant vingt siècles, est la source de nos connaissances géométriques sur la forme et sur la grandeur de notre planète. L'explication en sera simplifiée si, sans nous occuper d'abord de la figure, et continuant à la supposer parfaitement sphérique, nous cherchons à en déterminer la grandeur, comme l'ont fait les astrònomes.

Le principe de cette détermination a été établi, dès les premiers temps de l'école d'Alexandrie, par Ératosthène. Il consiste à mesurer la longueur d'une portion plus ou moins grande d'un méridien quelconque, pour en conclure celle de la circonférence entière et, par suite, du rayon, d'après les hauteurs comparatives du pôle observées aux deux extrémités de l'arc.

Cette idée, malgré son origine reculée, n'a pu être appliquée que dans l'opération exécutée par Picard, vers le milieu de l'avant-dernier siècle, pour mesurer le degré entre Paris et Amiens. Tel est le point de départ des travaux géodésiques exécutés depuis, et qui ont très peu changé la valeur moyenne du rayon terrestre, obtenue par Picard.

Malgré notre penchant naturel à regarder la terre comme une sphère parfaite, le désir de perfectionner cette mesure, en donnant à l'arc plus d'étendue, aurait conduit à en découvrir la vraie figure, mais très lentement, puisque le premier prolongement, inexactement opéré par Jacques Cassini et La Hire, avait donné une figure inverse de la véritable. Cela montre combien était nécessaire,

pour hâter cette découverte, la grande impulsion donnée par Newton, qui, d'après la seule théorie de la gravitation et sans aucun autre fait que le simple raccourcissement du pendule à secondes à Cayenne, eut l'heureuse hardiesse de décider que notre globe devait être aplati à ses pôles et renflé à l'équateur, dans le rapport de deux cent vingt-neuf à deux cent trente.

Ce trait de génie devint l'origine de la controverse qui se prolongea à ce sujet, pendant plus d'un demi-siècle, entre les géomètres et les astronomes. Rien n'a plus excité qu'un tel débat à entreprendre de mémorables opérations.

La grande expédition scientifique exécutée, il y a un siècle, par les académiciens français, pour aller mesurer, les uns à l'équateur, les autres aussi près que possible du pôle, les deux degrés extrêmes, termina enfin cette longue contestation, et confirma la justesse de la pensée de Newton. Cette conclusion a été vérifiée par toutes les mesures exécutées depuis, et surtout par la plus importante, celle que Delambre et Méchain exécutèrent avec tant de précision, au milieu de l'époque la plus orageuse, de Dunkerque à Barcelone, pour la fondation du système métrique.

Si l'on suppose à la terre la forme d'un ellipsoïde de révolution, la comparaison entre deux degrés évalués à des latitudes bien connues doit suffire pour déterminer, d'après la théorie de l'ellipse, le vrai rapport des deux axes. L'aplatissement de $\frac{1}{300}$, indiqué par l'ensemble des opérations, s'écarte trop peu de chacune d'elles, pour qu'on puisse affirmer si la terre est un ellipsoïde à trois axes inégaux. Aucune recherche n'exige jusqu'ici qu'on ait égard à l'irrégularité de l'ellipsoïde. La figure précise de notre planète est probablement très compliquée, à cause

des influences locales qui, lorsqu'on descend dans un détail trop minutieux, doivent devenir sensibles.

Il s'agit d'examiner maintenant la théorie géométrique des mouvements des astres.

Le mouvement d'un astre est toujours composé de translation et de rotation.

Bien que les rotations de nos astres aient été connues beaucoup plus tard que leurs translations, vu l'impossibilité d'observer ces dernières à l'œil nu, l'étude en est réellement plus facile au point de vue géométrique.

La connaissance des rotations célestes a commencé par la découverte que fit Galilée de celle du soleil. La méthode qu'il a imaginée est restée la même pour tous les autres cas ; elle est d'ailleurs indiquée par la nature du problème. En effet, il suffit de pouvoir distinguer quelques points reconnaissables, adhérents à la surface de l'astre, pour que l'examen attentif de leur déplacement graduel sur l'image totale de l'astre permette la détermination géométrique de cette rotation. Un cercle étant connu par trois de ses points, on pourrait se borner à observer trois positions successives d'un seul indice, en notant avec soin les époques correspondantes. Mais il faut combiner un plus grand nombre de positions, et varier les indices, pour obtenir des moyens de vérification. L'observation directe de la durée totale d'une révolution, fondée sur le retour d'un indice à la même situation, fournit un moyen général de vérification, pourvu que l'on soit certain de l'invariabilité relative des indices, et qu'on ait suffisamment tenu compte du déplacement propre de l'observateur, si la rotation est un peu lente, ce qui n'a guère lieu qu'à l'égard du soleil et de la lune.

Cette détermination exige l'emploi des moyens d'observation les plus perfectionnés.



Parmi les rotations bien connues, on n'aperçoit aucune trace de loi régulière au sujet de leur durée; il faut toutefois remarquer que la rotation du soleil est plus lente que celle de toutes les planètes. Mais les mouvements de rotation ont toujours lieu de l'ouest à l'est dans toutes les parties de notre monde, et suivant des plans très peu inclinés sur celui de l'équateur solaire.

Passons à l'examen des mouvements de translation, dont l'étude est plus compliquée, et surtout plus importante, eu égard au but définitif des recherches astronomiques.

Un plan étant déterminé par trois points, il suffit d'observer trois positions différentes de l'astre pour en conclure géométriquement la situation du plan de son orbite. Dans ces opérations, les astronomes ont renoncé à employer les déclinaisons et les ascensions droites, qui continuent toutefois à être les seules coordonnées directement observées, pour adopter l'usage plus commode de deux autres coordonnées sphériques, connues sous les noms de *latitude* et de *longitude* astronomiques, qui sont, par rapport à l'écliptique, l'analogue des premières à l'égard de l'équateur. Cette substitution, qui permet de comparer plus aisément les mouvements des planètes à celui de la terre, s'effectue par des formules trigonométriques qui conduisent du premier système au second. Après avoir déterminé la latitude et la longitude de l'astre dans les trois positions considérées, on en déduit la situation de ses *nœuds*, c'est-à-dire la ligne suivant laquelle son orbite rencontre le plan de l'écliptique et l'inclinaison de l'orbite sur ce plan.

On a reconnu ainsi que les plans de toutes les orbites planétaires passent par le soleil, et qu'il en est de même à l'égard des divers satellites d'une planète quelconque.

Ces plans sont, en général, peu inclinés sur l'écliptique, et encore moins sur le plan de l'équateur solaire, excepté ceux des quatre planètes télescopiques où l'on trouve des inclinaisons beaucoup plus considérables.

Quant à la durée des révolutions sidérales, elle peut être directement observée d'après le retour de l'astre à la même situation par rapport au centre de son mouvement.

En comparant les valeurs de ces temps périodiques avec les distances des astres aux centres de leurs mouvements, on reconnaît que la révolution est d'autant plus rapide que la distance est plus courte, et que sa durée croît même plus promptement que la distance correspondante, en sorte que la vitesse moyenne diminue à mesure que la distance augmente. Il existe entre ces deux éléments une harmonie dont la découverte, due au génie de Képler, est l'un des plus beaux résultats de la géométrie céleste.

VINGT-DEUXIÈME LEÇON.

Sommaire. — Considérations générales sur le mouvement de la terre.

Il convient d'envisager séparément les deux mouvements de notre planète, en commençant par la rotation.

Ce mouvement, ne pouvant pas être commun, au même degré, à tous les points de la surface, doit laisser, parmi les phénomènes terrestres, quelques indices de son existence. Il faut donc distinguer les preuves célestes et les preuves terrestres de notre mouvement diurne.

Dans l'enfance de l'esprit humain, l'opinion de l'immobilité de la terre et du mouvement quotidien de la sphère céleste autour d'elle était aussi logique que naturelle ; car elle se trouvait en harmonie avec les idées erronées que l'on se formait des distances et des dimensions des astres.

Mais, quand il a été constaté que la terre n'est qu'un point au milieu des intervalles célestes, et que ses dimensions sont extrêmement petites relativement à celles du soleil et même de plusieurs autres astres de notre monde, il est devenu absurde d'en faire le centre de divers mouvements ; et surtout l'immense rotation journalière du ciel a impliqué une contradiction choquante.

Une seconde preuve se tire de l'existence des mouvements propres. Il a suffi de voir les astres passer les uns devant les autres pour être assuré qu'ils sont inégalement éloignés. Ensuite l'observation des mouvements particu-

liers aux différentes planètes a fait constater que tous les astres ne tenaient pas ensemble. L'ignorance des lois du mouvement présentait un obstacle insurmontable à l'admission de la théorie de Copernic, jusqu'à Galilée, qui établit l'indépendance des mouvements relatifs.

Depuis que la propagation des saines doctrines mécaniques a fait disparaître la seule difficulté qui s'opposât à l'admission de la rotation de la terre, on a cherché, dans l'examen des phénomènes de la chute des corps, une confirmation directe de l'existence de ce mouvement. Cette ingénieuse expérience, tentée en divers lieux, au commencement de ce siècle, a généralement donné une déviation dans le sens convenable.

Pour obtenir des preuves terrestres vraiment incontestables de la réalité de notre rotation, il faut considérer l'influence de la force centrifuge, qui en résulte nécessairement, pour altérer la direction et surtout l'intensité de la pesanteur.

La célèbre observation, faite par Richer, à Cayenne, en 1672, se rattache aux deux plus grandes découvertes de la philosophie, le mouvement de la terre et la théorie de la gravitation. Elle a vérifié la rotation de notre planète, et a conduit Newton à en déterminer l'aplatissement. Aucun autre fait particulier n'a peut-être eu d'aussi grandes conséquences dans toute l'histoire de l'esprit humain.

Passons au mouvement de translation de la terre, dont l'existence ne peut être constatée que par des preuves astronomiques.

Je crois devoir réduire ces preuves à trois principales, qui sont tirées de l'examen des phénomènes : 1° de la précession des équinoxes, modifiée par la nutation de l'axe terrestre; 2° des apparences stationnaires et rétrogrades que

présentent les mouvements planétaires; 3° de l'aberration de la lumière.

En comparant deux catalogues d'étoiles, dressés à des époques différentes, on remarque, dans les positions de tous ces astres, une variation très singulière qui ne semble assujettie à aucune loi, quand on se borne à envisager les ascensions droites et les déclinaisons. Mais, si l'on en déduit les longitudes et les latitudes, on reconnaît aussitôt que les dernières n'ont éprouvé aucun changement, et que les premières ont subi une modification commune, consistant en une augmentation générale, d'environ cinquante secondes par an, qui se continue indéfiniment avec uniformité. Cette importante découverte fut faite par Hipparque, d'après la différence de deux degrés, qu'il aperçut entre ses longitudes d'étoiles et celles qui résultaient des observations faites par Aristille et Timocharis, un siècle et demi auparavant. Ce phénomène équivaut évidemment à une rétrogradation des points équinoxiaux sur l'écliptique contre l'ordre des signes : d'où vient sa dénomination habituelle, à cause de l'avancement continuel d'environ vingt minutes, qui en résulte nécessairement, chaque année, pour l'époque des équinoxes.

On ne pouvait concevoir cette précession des équinoxes, dans l'hypothèse de la terre immobile, qu'en faisant tourner l'univers, tout d'une pièce, autour des pôles de l'écliptique, en vingt-cinq mille neuf cent vingt ans, en même temps qu'il tournait chaque jour, en sens contraire, autour des pôles de l'équateur. Il suffit, en admettant le mouvement de la terre, d'altérer le parallélisme de son axe de rotation d'une quantité presque insensible ; car le phénomène sera complètement représenté, si l'on fait tourner sentement cet axe, pendant cette longue période, autour de celui de l'écliptique, en formant avec lui un angle constant.

La différence des deux hypothèses à cet égard devient bien plus sensible encore, si l'on considère le phénomène secondaire, désigné sous le nom de *nutation*, que les anciens n'ont pas connu. Ce phénomène remarquable, dont la période est de dix-huit ans environ, a été constaté, pour la première fois, par Bradley. On le représente aisément dans l'hypothèse de Copernic, en modifiant un peu le mouvement conique de l'axe terrestre, qui correspond à la précession. Il faut alors concevoir que cet axe, au lieu d'occuper, à chaque instant, l'une des génératrices du cône, tourne autour d'elle en dix-huit ans, suivant un autre cône très petit, ayant pour base une ellipse, dont les deux demi-axes sont à peu près de neuf et de six secondes.

Cette évidente supériorité du système de Copernic est encore plus clairement prononcée à l'égard des nombreux phénomènes connus sous le nom de *rétrogradations et stations des planètes*.

Néanmoins l'astronomie moderne, dans l'admirable sévérité de sa méthode, ne proclame, comme une démonstration mathématique du mouvement de la terre, que celle qui résulte de l'analyse exacte des phénomènes si variés de l'aberration de la lumière, phénomènes incompatibles avec l'immobilité de notre globe.

Il est d'abord indispensable d'examiner comment l'astronomie parvient à mesurer la vitesse avec laquelle la lumière se propage.

On ne peut apercevoir et mesurer ce temps qu'en considérant les phénomènes uniformes qui s'exécutent successivement à des distances de la terre très inégales, et qui, dès lors, présentent, pour cette seule cause, des différences appréciables suivant les diverses situations. Tel est, en effet, le procédé imaginé par Rœmer, auteur de

cette immortelle découverte, que lui fournit l'observation comparative des éclipses des satellites de Jupiter dans les situations opposées de cette planète à l'égard de la terre.

Le premier satellite, par exemple, est éclipsé par Jupiter toutes les quarante-deux heures et demie. Supposons que les tables en aient été dressées pour la moyenne distance de Jupiter à la terre, qui a lieu lorsque cet astre nous semble à quatre-vingt-dix degrés environ du soleil. En comparant à cette situation moyenne l'époque de l'opposition et celle de la conjonction, il est clair que l'apparition de l'éclipse aura lieu plus tôt dans le premier cas, et plus tard dans le second, à cause du chemin moindre ou plus grand que la lumière devra parcourir. La confrontation des deux cas extrêmes détermine le temps très sensible employé par la lumière à décrire le diamètre de l'orbite terrestre.

D'après cela, il devient aisé de concevoir comment le mouvement de la terre produit les phénomènes de l'aberration de la lumière dans les étoiles et dans les planètes.

Notre mouvement doit nécessairement altérer un peu la direction suivant laquelle nous apercevons l'astre, et qui s'obtient alors en composant, d'après la règle ordinaire du parallélogramme des mouvements, la vitesse de la lumière avec celle de la terre. Comme la première est environ dix mille fois supérieure à la seconde, cette déviation ne peut être, à son *maximum*, que de vingt secondes, tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre. Ce maximum a lieu lorsque les deux mouvements sont rectangulaires. Il en résulte au plus une variation de quarante secondes dans les positions des étoiles pendant tout le cours de l'année.

L'observation des planètes doit être nécessairement affectée d'une erreur de lieu semblable à l'aberration des étoiles. Seulement, la loi en est plus compliquée; car, au lieu du simple parallélogramme des mouvements, il faut

considérer alors le parallélipipède destiné à composer les trois vitesses de la lumière, de la terre et de la planète; ce qui produit des formules plus embarrassantes, mais d'ailleurs analogues.

Tel est, dans son ensemble, l'esprit du beau travail de Bradley, qu'on peut considérer comme présentant, après les recherches de Képler, la plus haute manifestation de génie astronomique qui ait été produite jusqu'ici. Le merveilleux accord de cette théorie avec les observations directes les plus précises, variées de mille manières, offre une démonstration complètement irrécusable de la réalité du mouvement annuel de la terre, sans lequel aucun de ces phénomènes ne saurait avoir lieu.

La connaissance de l'aberration a obligé d'ajouter une nouvelle correction à celle de la réfraction et de la parallaxe. Il en est de même à l'égard de la précession et de la nutation. Ces trois nouvelles corrections peuvent se faire par des formules trigonométriques, analogues à celles qui sont usitées pour la réfraction et la parallaxe, sauf le changement des coefficients. On conçoit que, par l'ensemble de ces opérations, le simple dépouillement d'une observation brute, faite avec les meilleurs instruments, soit devenue, pour les modernes une opération délicate et pénible.

Telles sont les diverses considérations dont l'influence combinée a graduellement conduit l'homme à connaître enfin le double mouvement de la planète qu'il habite. Aucune révolution intellectuelle ne fait autant d'honneur à la rectitude de l'esprit humain, et ne montre aussi bien l'action prépondérante des démonstrations positives; car aucune n'a eu à surmonter un tel ensemble d'obstacles. Un très petit nombre de philosophes isolés, sans autre supériorité sociale que celle qui dérive de la science, a suffi pour détruire, en moins de deux siècles, chez tous

les hommes civilisés, une doctrine aussi ancienne que l'intelligence humaine, établie sur les apparences les plus fortes, liée au système des opinions dirigeantes, aux intérêts des plus grands pouvoirs existants, et à laquelle l'orgueil humain prêtait un appui instinctif, dans le secret de chaque conscience individuelle.

Il convient d'indiquer ici, d'une manière générale, l'opposition inévitable que présente la connaissance du mouvement de la terre à tout le système des croyances théologiques. Ce système repose, en effet, sur la notion de l'ensemble de l'univers essentiellement ordonné pour l'homme; ce qui doit paraître absurde, même aux esprits les plus ordinaires, quand il est enfin constaté que la terre n'est pas le centre des mouvements célestes; qu'on n'y peut voir qu'un astre subalterne, circulant, à son rang et en son temps, autour du soleil, entre Vénus et Mars, dont les habitants auraient tout autant de motifs de s'attribuer le monopole d'un monde, qui est lui-même presque imperceptible dans l'univers. Les demi-philosophes, qui ont voulu maintenir la doctrine des causes finales et des lois providentielles, sont tombés dans une grave inconséquence : car, après avoir ôté la considération du plus grand avantage de l'homme, il est impossible d'assigner aucun but intelligible à l'action providentielle. L'admission du mouvement de la terre, en faisant rejeter la destination humaine de l'univers, a donc sapé, par la base, tout l'édifice théologique. On s'explique aisément la répugnance instinctive des esprits vraiment religieux contre cette grande découverte, et l'acharnement opiniâtre du pouvoir sacerdotal contre celui qui en fut le plus illustre promoteur.

La philosophie positive n'a jamais détruit aucune doctrine, sans lui substituer immédiatement une conception nouvelle, capable de satisfaire plus complètement aux

besoins permanents de la nature humaine. Sans doute l'homme a été profondément humilié dans sa vanité, quand la connaissance du mouvement de la terre est venue dissiper les illusions puériles qu'il s'était faites sur son importance dans l'univers. Mais, en même temps, le seul fait de cette découverte lui a donné un sentiment plus élevé de sa dignité intellectuelle, en lui faisant apprécier la portée de ses moyens réels, par l'immense difficulté qui s'opposait à l'acquisition d'une telle vérité. Laplace a justement signalé cette considération philosophique. A l'idée fantastique et énervante d'un univers arrangé pour l'homme, la science a substitué la conception réelle et vivifiante de l'homme découvrant, par l'exercice de son intelligence, les lois générales du monde, afin de parvenir à le modifier à son avantage, par un emploi bien combiné de son activité, et malgré les obstacles de sa condition. Des deux conceptions précédentes laquelle est la plus honorable pour la nature humaine, parvenue à un certain degré de développement social? Laquelle est mieux en harmonie avec ses plus nobles penchants? Laquelle enfin tend à stimuler, avec plus d'énergie, l'intelligence et l'activité de tous? Si l'univers était réellement disposé pour l'homme, il lui serait puéril de s'en faire un mérite, puisqu'il n'y aurait nullement contribué, et qu'il ne lui resterait qu'à jouir, avec une inertie stupide, des faveurs de sa destinée. Mais il peut, au contraire, dans sa véritable condition, se glorifier justement des avantages qu'il est parvenu à se procurer, au moyen de connaissances successivement acquises, puisque tout est ici essentiellement son ouvrage.

Une dernière conséquence philosophique, très imparfaitement appréciée jusqu'ici, et qui me semble très importante, résulte de la doctrine du mouvement de la

terre. C'est la distinction entre l'idée d'*univers* et celle de *monde*, trop souvent encore prises l'une pour l'autre. On n'a pas remarqué, jusqu'à présent, que la notion d'univers était fondée sur l'idée de l'immobilité de la terre. Dans cette manière de voir, tous les astres constituaient un véritable système, ayant la terre pour centre. Au contraire, la connaissance du mouvement de notre globe, transportant subitement toutes les étoiles à des distances infiniment plus considérables que les plus grands intervalles planétaires, n'a plus laissé, dans notre pensée, de place à l'idée de *système* qu'à l'égard du très petit groupe dont nous faisons partie autour du soleil. Dès lors, la notion de *monde* s'est introduite comme claire et usuelle; elle a constitué la pensée la plus étendue qu'il nous soit possible de poursuivre avec fruit. La notion d'*univers* est devenue incertaine et même à peu près inintelligible; car nous ignorons aujourd'hui, et nous ne saurons probablement jamais, si les inombrables soleils, que nous apercevons, composent un système unique, ou un nombre, peut-être fort grand, de systèmes partiels, entièrement indépendants les uns des autres.

La théorie du mouvement de la terre n'a pas encore exercé, dans notre manière de voir, toute son influence, surtout au sujet de cette distinction. Cela tient, sans doute, à l'extrême imperfection de notre système d'éducation qui ne permet pas, même aux plus éminents esprits, d'être initiés à ces hautes pensées philosophiques, avant que tout l'ensemble de leurs idées ait déjà reçu la profonde empreinte d'une doctrine absolument opposée. C'est ainsi que les connaissances positives qu'ils parviennent à acquérir, au lieu de dominer et de diriger leur intelligence, ne servent ordinairement qu'à modifier et à contenir la tendance vicieuse qu'on a d'abord développée en elle.

VINGT-TROISIÈME LEÇON.

Sommaire. — **Considérations générales sur les lois de Képler, et sur leur application à l'étude géométrique des mouvements célestes.**

La connaissance du mouvement de la terre conduit à ramener les observations à celles qui seraient faites du centre du soleil. Cette transformation, nommée *parallaxe annuelle*, suit les mêmes règles que la parallaxe ordinaire ou diurne.

Cette parallaxe est insensible pour tous les astres extérieurs à notre monde, c'est-à-dire qu'il est indifférent que le spectateur soit placé sur la terre, ou sur le soleil, ou sur une planète quelconque.

Il s'agit, dans la leçon actuelle, d'achever l'étude géométrique des mouvements de la terre, et de déterminer la figure des orbites et la manière dont elles sont parcourues.

Dans l'enfance de l'astronomie, on a regardé les mouvements des planètes comme uniformes et circulaires. Il était indispensable de former, à cet égard, une hypothèse quelconque pour parvenir graduellement, en la comparant de plus en plus aux observations, à la connaissance des mouvements célestes.

On ne dut pas tarder à reconnaître que les planètes ne demeurent pas à des distances invariables du centre de leurs mouvements, et que leurs vitesses autour de ce centre ne sont pas constantes. Les astronomes grecs imaginèrent pour représenter ces phénomènes, deux hypothèses secon-

daires, connues sous les noms d'excentrique et d'épicycle. La première consistait à placer l'astre central à une certaine distance du centre géométrique des mouvements circulaires et uniformes. Dans la seconde, l'astre était supposé décrire, avec une vitesse constante, la circonférence d'un petit cercle auxiliaire, dont le centre parcourait uniformément l'orbite primitive.

A partir de cette époque, il n'est pas douteux que la philosophie métaphysique n'ait retardé les progrès de l'astronomie. Sans les mystiques chimères de cette philosophie sur la convenance absolue du mouvement circulaire et uniforme à l'égard des astres, on eût tenté plus tôt de sortir d'une hypothèse qui, n'ayant, à l'origine, d'autre mérite que celui de sa simplicité, avait fini par présenter une complication presque inextricable, par la multiplication graduelle des épicycles successifs. Vers la fin du seizième siècle, le nombre des cercles employés à l'explication des mouvements célestes s'éleva à soixante-quatorze pour les sept astres considérés.

Tel était l'état de l'astronomie avant Képler qui, le premier, après vingt siècles, osa reprendre, de fond en comble, le problème général des mouvements planétaires, en n'adoptant d'autre base que le système d'observations exactes, auquel la vie de son illustre précurseur, Tycho-Brahé, venait d'être si noblement dévouée.

Le choix que fit Képler de la planète Mars était très heureux, à cause de l'excentricité plus prononcée de cette planète.

Il s'agit de considérer les trois grandes lois, découvertes par Képler au sujet de Mars, et qu'il étendit ensuite à toutes les autres planètes.

Première loi. — Képler découvrit cette loi, en comparant la valeur du rayon vecteur et celui de la vitesse angulaire

dans les deux cas extrêmes du *maximum* et du *minimum* de ces quantités. Il reconnut ainsi que les vitesses angulaires de Mars, à son périhélie et à son aphélie, sont inversement proportionnelles au carré des distances correspondantes. Cette loi, saisie par le génie de Képler dans le simple rapprochement de deux seules observations, fut ensuite vérifiée pour toutes les positions intermédiaires de Mars et, plus tard, étendue à toutes les autres planètes. Elle est ordinairement présentée sous une autre forme géométrique, imaginée par Képler lui-même. Les aires décrites croissent proportionnellement aux temps écoulés, ou, en d'autres termes, l'aire tracée, en un temps donné et très court, chaque jour par exemple, par le rayon vecteur de la planète, est d'une grandeur constante, quoique sa forme soit variable. Si l'on choisit un temps assez court pour que le mouvement de l'astre puisse être envisagé comme momentanément circulaire autour du soleil, l'aire qu'engendre le rayon vecteur est proportionnelle au produit de la vitesse angulaire par le carré de la distance, et la réciprocité des deux facteurs équivaut ainsi à l'invariabilité du produit.

Seconde loi.— Les orbites planétaires sont elliptiques, et ont le soleil pour foyer commun. Les excentricités sont toujours fort petites pour les planètes proprement dites, excepté pour deux des quatre planètes télescopiques, dans lesquelles la distance des foyers s'élève jusqu'à un quart du grand axe. Cette belle loi fut longtemps méconnue. Dominique Cassini lui-même, plus d'un demi-siècle après, eut la malheureuse idée de remplacer l'ellipse de Képler par une courbe du quatrième degré, dans laquelle le produit des distances aux deux foyers reste invariable.

Troisième loi. — Après avoir reconnu que les temps périodiques des diverses planètes croissent plus rapidement que leur moyenne distance au soleil, il suffisait à

Képler d'essayer successivement, parmi les diverses puissances du demi-grand axe, celle à laquelle la durée de la révolution devait être proportionnelle. L'ensemble des données du problème excluait d'abord les puissances entières, en montrant que les temps périodiques croissent moins rapidement que les carrés des moyennes distances. Képler était ainsi conduit à essayer l'exposant trois demis, le plus simple de tous les exposants entre un et deux. C'est par là qu'il découvrit que les carrés des temps des révolutions sidérales de toutes les planètes sont proportionnels aux cubes des demi-grands axes de leurs orbites, loi que les observations postérieures ont confirmée.

Telles sont les trois lois qui serviront toujours de base à la géométrie céleste pour l'étude rationnelle des mouvements planétaires, et qui régissent de la même manière les mouvements des satellites autour de leurs planètes, l'origine des aires ou le foyer de l'ellipse étant placé au centre de la planète correspondante. L'ensemble de ces lois a réduit la détermination des mouvements de translation de ces corps à un simple problème de géométrie, qui n'emprunte plus à l'observation directe que les données strictement indispensables. Ces données sont, pour chaque astre, au nombre de six: 1° les deux premières sont relatives au plan de l'orbite, déterminé habituellement par la longitude de l'un ou l'autre nœud, et par l'inclinaison à l'écliptique; 2° la longitude du périhélie, qui fixe la direction de l'orbite dans son plan; 3° le rapport de la distance focale au grand axe, qui caractérise la forme de l'ellipse décrite; 4° la moyenne distance au soleil, c'est-à-dire le demi-grand axe de cette ellipse, qui définit entièrement sa grandeur; 5° la durée de la révolution sidérale, indiquant suffisamment la vitesse moyenne

de l'astre. D'après ces éléments, il suffit de connaître une seule position de chaque astre pour que toute sa course se trouve être géométriquement définie : ce que les astronomes font ordinairement, en se bornant à indiquer la longitude de l'astre à une époque donnée.

Bien que l'étude des mouvements intérieurs de notre monde soit du domaine de la géométrie abstraite, il n'en est pas moins indispensable de considérer la nature spéciale de ce grand problème, suivant les principaux cas qu'il doit présenter. Il faut distinguer trois cas essentiels, que je range dans l'ordre de leur difficulté croissante : le cas des planètes, celui des satellites, et enfin celui des comètes. Ce problème se décompose toujours en deux questions inverses l'une de l'autre : 1° étant donnés les éléments astronomiques de l'orbite, déterminer tout ce qui concerne la course entière de l'astre, ce qui est la recherche la plus ordinaire, à l'égard des astres anciennement connus; 2° trouver les valeurs de ces divers éléments, d'après l'observation d'une partie suffisamment étendue de la course de l'astre.

Problème des planètes. — La faible excentricité de leurs orbites et la petite inclinaison de leurs plans correspondants facilitent la solution du problème, en permettant, dans les divers développements analytiques qu'elle exige, de se tenir aux premières puissances des inclinaisons et des excentricités.

En supposant d'abord que tous les éléments astronomiques de la planète soient donnés, on peut, en partant d'une position connue, calculer, par la combinaison des deux premières lois de Képler, en quel lieu se trouvera l'astre à telle époque, ou, au contraire, en combien de temps il se transportera de telle situation à telle autre. Il faut alors trouver l'angle compris entre deux rayons



vecteurs qui forment un secteur elliptique dont l'aire est donnée, ou, réciproquement, passer de l'angle à l'aire. Ce problème, si justement désigné sous le nom de *problème de Képler*, ne peut être résolu que par approximation; car il dépend d'une intégration qu'on ne sait pas effectuer en termes finis. On emploie, à cet égard, des transformations géométriques, semblables à celles qui ont été imaginées par Képler.

Une ellipse, dont le foyer est donné, étant déterminée par trois points, trois positions exactement observées d'une planète doivent permettre de remonter à la connaissance de tous ses éléments astronomiques. Cette recherche est susceptible d'une solution rigoureuse, quoique très compliquée.

En principe, trois positions sont suffisantes; mais il est nécessaire d'en connaître au moins cinq ou six, pour permettre de vérifier les premiers résultats.

Cette nécessité exigeant, dans certains cas, un temps très long, pour la détermination définitive d'une orbite planétaire, les astronomes ont senti l'importance d'employer d'abord provisoirement, comme guide de leurs observations, l'antique hypothèse du mouvement circulaire et uniforme, qui présente le précieux avantage de pouvoir être plus facilement calculé, d'après deux positions seulement, contrôlées tout au plus par une troisième. On peut même commencer par regarder, pendant un temps très court, la route de l'astre comme rectiligne. On l'a fait quelquefois avec succès, pour discerner tout d'un coup, surtout à l'égard d'un astre nouveau, dans quelle partie du ciel il doit être observé prochainement.

Problème des satellites. — Les lois de Képler, dans leur application aux satellites, ne concernent que les mouvements relatifs de chaque satellite autour de sa planète,

envisagée comme immobile. La difficulté du problème des satellites a pour cause la nécessité de tenir compte du déplacement continuel du foyer de leurs orbites elliptibues. La course de la planète étant connue, la marche de la solution est analogue à la précédente. La première approximation, qui consiste à regarder le mouvement comme circulaire et uniforme, et à négliger le déplacement de la planète pendant une révolution entière, est plus facile qu'en tout autre cas.

Problème des comètes. — Les comètes ne se distinguent essentiellement des planètes que par la très grande excentricité de leurs orbites, et par les inclinaisons presque illimitées des plans qui les contiennent.

L'hypothèse circulaire peut encore être employée pour diriger les premières observations, quoiqu'il faille la restreindre à un temps beaucoup plus court. C'est par l'emploi de cette hypothèse que Tycho-Brahé démontra, le premier, contrairement à tous les préjugés philosophiques, que les comètes sont de véritables astres.

Mais la première ébauche de la théorie des comètes se fait aujourd'hui à l'aide d'une hypothèse imaginée par Newton ; c'est l'hypothèse parabolique, qui, bien que moins simple que l'hypothèse circulaire, représente beaucoup mieux la course de l'astre, jusqu'à une assez grande distance de son périhélie.

Il suffit, pour cela, d'avoir observé la comète dans deux positions différentes, comme s'il s'agissait du cercle. On en déduit géométriquement tous les éléments ordinaires, sauf le temps périodique, et le grand axe étant remplacé par la distance du sommet au foyer. Ce sont ces cinq éléments qui servent aux astronomes de signalement ordinaire pour reconnaître ou distinguer les comètes dans leurs apparitions successives, quoique les variations considérables

qu'elles éprouvent puissent induire en erreur, et aient sans doute conduit à multiplier beaucoup trop leur nombre. Enfin le problème de Képler, qui comporte alors une solution rigoureuse et facile, déterminant l'aire décrite pendant l'intervalle connu des deux observations primitives, achève de régler tout ce qui concerne la course de l'astre, en faisant apprécier sa vitesse; ce qui permet, dès lors, aux calculs de le devancer dans toutes ses positions successives, jusqu'aux limites naturelles de l'hypothèse parabolique.

C'est dans cet esprit que la théorie géométrique des comètes est habituellement traitée. Il n'y en a pas dix dont les orbites elliptiques soient bien établies. Néanmoins, sans la théorie elliptique, on ne saurait atteindre à la partie la plus intéressante de ces recherches, la prévision exacte des retours, d'après l'évaluation du temps périodique.

On conçoit quelle est, jusqu'ici, l'imperfection de la théorie des comètes, comparée à celle des planètes.

Tels sont les trois cas généraux que présente l'application des lois de Képler. C'est ainsi que l'astronomie est parvenue à assigner mathématiquement, pour la suite des temps, ou futurs ou passés, la position occupée, à un instant donné, par l'un quelconque des divers astres du système solaire. D'après ces déterminations, il devient aisé de comprendre comment les phénomènes secondaires, qui peuvent résulter de la situation mutuelle de plusieurs de ces corps, ont dû être exactement calculés et prévus, d'une manière entièrement rationnelle. Les principaux de ces aspects sont les éclipses de diverses sortes. L'exactitude de leurs prévisions a toujours été le criterium de la perfection des théories astronomiques. A la vérité, tous les événements célestes sont périodiques : ainsi la notion empirique et grossière de quelques périodes a pu devenir, dès l'en-

fance de l'astronomie, un moyen direct de prédiction fort imparfait ; ce qui a souvent trompé les érudits sur l'étendue des connaissances de quelques castes antiques. Mais les prédictions vraiment mathématiques, qui n'ont commencé qu'au temps de l'école d'Alexandrie, ont atteint successivement le degré de précision, à l'heure, à la minute, et enfin à la seconde, représentant fidèlement les grandes phases historiques du perfectionnement de la géométrie céleste.

Indépendamment de l'utilité de cette classe de phénomènes au sujet du problème des longitudes, quelques-uns d'entre eux sont devenus, depuis un siècle, très importants, en fournissant les meilleurs moyens de déterminer avec exactitude la distance du soleil à la terre.

Quand le soleil est éclipsé par un astre quelconque, l'observation de ce phénomène peut conduire à apprécier, plus exactement que par toute autre voie, la parallaxe relative de cet astre et du soleil, et par suite la distance du soleil lui-même, d'après la différence que doit présenter la durée totale du phénomène aux divers observatoires de notre globe.

Il faut d'abord que la parallaxe relative ne soit pas trop considérable, afin que l'influence propre à la parallaxe solaire ne s'efface pas, pour ainsi dire, par rapport à celle de l'astre, dont la distance à la terre serait alors insuffisante pour servir de base dans l'exacte évaluation de l'éloignement du soleil. D'un autre côté, cette parallaxe relative serait elle-même trop mal connue, si elle ne surpassait pas notablement la parallaxe du soleil. Enfin, il faut aussi que le mouvement angulaire de l'astre soit assez lent pour que, le phénomène se prolongeant longtemps, cette différence soit très sensible.

Parmi les trois seuls astres connus qui puissent éclipser

le soleil, l'ensemble de ces motifs exclut la lune et même Mercure, en sorte qu'il ne reste que Vénus. Telle est la méthode imaginée par Halley, et pratiquée plus tard par divers astronomes.

L'ensemble de ces phénomènes provoque une remarque philosophique sur l'opposition qui s'est développée entre l'esprit positif et l'esprit théologique ou métaphysique, à mesure que la géométrie céleste s'est perfectionnée davantage. Le caractère de toute philosophie théologique est d'envisager tous les phénomènes comme gouvernés par des volontés, et, par conséquent, comme variables et irréguliers, au moins virtuellement. Au contraire, la philosophie positive les conçoit comme étant assujettis à des lois invariables, qui permettent de les prévoir exactement. L'incompatibilité de ces deux manières de voir n'est nulle part plus saillante qu'à l'égard des événements célestes, depuis qu'on a pu les prévoir avec la dernière précision. En voyant toujours arriver les comètes et les éclipses, avec toutes les circonstances minutieuses exactement annoncées longtemps à l'avance, le vulgaire lui-même doit être entraîné à sentir que ces phénomènes sont soustraits à l'empire de toute volonté, qui ne pourrait, sans doute, se subordonner aussi complaisamment à nos décisions astronomiques.

VINGT-QUATRIÈME LEÇON

Sommaire. — Considérations fondamentales sur la loi de la gravitation.

La mécanique céleste a été fondée sur une base inébranlable quand, d'après les trois lois de Képler, on est parvenu à déterminer, par les règles de la dynamique rationnelle, la loi relative à la direction et à l'intensité de la force qui doit agir incessamment sur l'astre, pour le détourner de sa route tangentielle. Cette loi une fois découverte, toutes les recherches astronomiques sont rentrées dans la catégorie des problèmes de mécanique, où l'on calcule les mouvements des corps d'après les forces dont ils sont animés. Telle est la marche philosophique suivie, avec une si complète persévérance, par le génie de Newton. La leçon actuelle est consacrée au premier ordre de considérations; le second sera l'objet des deux leçons suivantes.

La fondation de la mécanique céleste avait été vaguement ébauchée par Képler, qui entrevit la relation de sa première loi avec le principe d'après lequel la direction de la force accélératrice de chaque planète passe continuellement par le soleil. Quant à la loi relative à l'intensité, il était impossible de la découvrir à cette époque. Les vrais précurseurs de Newton, à cet égard, sont Huyghens et surtout Galilée, comme fondateurs de la dynamique.

Considérons l'établissement rationnel de cette conception fondamentale.

La première loi de Képler prouve que la force accélératrice de chaque planète est constamment dirigée vers le soleil. Une figure très élémentaire suffit à démontrer, comme l'a fait Newton, que la force accélératrice, quelque énergique qu'on l'imagine, ne saurait altérer en rien la grandeur de l'aire qui serait décrite, en un temps donné, autour du soleil par le rayon vecteur de l'astre, en vertu de sa seule vitesse actuelle, si sa direction passe exactement par le soleil ; tandis qu'elle la changerait inévitablement dans toute autre supposition. Ainsi, la constance de cette aire, première donnée générale de l'observation, dévoile la loi de la direction. La principale difficulté du problème, celle qui fait la gloire essentielle de Newton, consiste dans la découverte, d'après les deux théorèmes de Képler, de la loi relative à l'intensité de l'action exercée par le soleil sur les planètes.

Par l'ensemble de ses découvertes, en géométrie et en mécanique, qu'il lui eût suffi de combiner, Huyghens touchait certainement au principe de cette détermination. Mais il n'a pas eu l'idée d'une telle combinaison ; et, l'eût-il conçue, il n'aurait sans doute pu la suivre qu'avec le secours de l'analyse différentielle, dont nous savons que Newton est l'inventeur, aussi bien que Leibniz.

A l'aide de cette analyse, on mesure aisément l'énergie de l'action solaire en tous les points de l'orbite. On reconnaît que cette action varie toujours inversement au carré de la distance, qu'elle est indépendante de la direction, et que sa valeur propre, pour chaque planète, ramenée, suivant cette loi, à l'unité de distance, est proportionnelle au rapport entre le carré du temps périodique et le cube du demi-grand axe de l'ellipse.

Ce résultat prouve, d'après la troisième loi de Képler, que l'action du soleil est la même à l'égard de toutes les pla-

nètes, et que cette action ne change qu'en vertu de la distance, quelles que soient les différences des dimension des planètes. C'est de là que Newton a déduit, comme conséquence, que l'action solaire est proportionnelle, à distance égale, à la masse de la planète.

On voit ainsi comment les trois lois de Képler ont concouru à établir cette loi fondamentale de la nature. La première démontre la tendance continuelle de toutes les planètes vers le soleil ; la seconde fait connaître que cette tendance, la même en tous sens, change avec la distance au soleil, inversement à son carré. Enfin la troisième apprend que cet effort est toujours proportionnel, pour la même distance, à la masse de chaque planète. Les lois de Képler s'appliquant au mouvement des satellites autour de leurs planètes, il en résulte les mêmes conséquences pour l'action exercée par chaque planète sur chacun de ses satellites, en raison directe de la masse de celui-ci, et en raison inverse du carré de sa distance à la planète.

Pour compléter cette démonstration, Newton reprit, en sens inverse, l'ensemble de la question, en déterminant, *à priori*, les mouvements planétaires qui résulteraient d'une telle loi dynamique. C'est ainsi que, par une intégration, alors difficile, il retomba sur les lois de Képler. Cette analyse inverse lui fit reconnaître que l'orbite aurait pu être, non seulement une ellipse, mais encore une section conique quelconque, ayant toujours le soleil pour foyer. La nature de la courbe dépend uniquement de l'intensité de la vitesse initiale, et nullement de sa direction ; en sorte qu'un certain accroissement déterminé, qui surviendrait tout à coup dans la vitesse d'une planète, changerait son ellipse en une parabole, et, s'il était plus grand encore, en une hyperbole.

Des nombreuses objections que souleva cette admirable découverte, une seule mérite d'être mentionnée. Si, pen-

dant une moitié de sa révolution, la planète se rapproche du soleil, elle s'en éloigne dans l'autre partie de l'orbite ; ce qui semble impliquer une contradiction frappante avec l'idée d'une tendance continuelle *vers* le soleil. L'emploi du malheureux mot *attraction* donnait à cette objection une nouvelle apparence de solidité.

Afin de mettre l'objection dans un plus grand jour, il convient de considérer le cas hypothétique d'une orbite parabolique, ou hyperbolique, qui montre l'astre parti du périhélie, s'éloignant indéfiniment du soleil. On peut aisément prouver qu'il ne cesse pas un seul instant de tendre *vers* lui. En effet, on ne doit pas constater cette tendance en comparant la position actuelle de l'astre à celle qu'il occupait auparavant, mais à celle qu'il occuperait au même instant, en vertu de sa seule vitesse acquise, si l'action solaire n'existait pas. Or, d'après ce principe, on voit clairement que l'action solaire tend, dans tous les cas, à rapprocher l'astre du soleil, puisqu'il s'en trouve toujours plus près, même avec une orbite hyperbolique, que s'il eût continué son mouvement naturel suivant la tangente.

Rien n'est plus propre à ôter aux lois du mouvement des planètes cette apparence d'absolu qui résulte si fréquemment de leur exposition ordinaire, que de montrer combien il y aurait peu à changer aux orbites planétaires pour que l'action solaire suivît une loi toute différente. Newton, en envisageant le cas d'une orbite elliptique dont le soleil occupait le centre, a trouvé que l'action solaire variait en raison directe de la distance.

Je me suis abstenu de qualifier, par aucun terme spécial, la tendance des planètes vers le soleil, et celle des satellites vers leurs planètes, dont j'ai seulement considéré l'existence et la loi. Cette tendance est réellement expliquée par

une autre propriété de la conception de Newton, c'est-à-dire qu'elle est comprise parmi les phénomènes si vulgaires que la pesanteur produit à la surface de notre globe. Examinons ce complément donné par Newton à sa sublime pensée.

Si notre planète n'avait pas de satellite, toute comparaison serait impossible; mais l'existence de la lune a rendu l'immense service philosophique de lier la mécanique céleste à la mécanique terrestre, en permettant de constater l'identité de la tendance continue de la lune vers la terre avec la pesanteur proprement dite; ce qui a suffi pour démontrer ensuite que l'action mutuelle des corps célestes n'est autre que la pesanteur convenablement généralisée ou, en sens inverse, que la pesanteur ordinaire n'est qu'un cas particulier de cette action.

Un tel rapprochement est susceptible d'un examen mathématique qui ne saurait laisser aucune incertitude à cet égard; car, d'après l'analyse dynamique du mouvement de la lune, on connaît l'intensité de l'action que la terre exerce sur elle, c'est-à-dire la quantité dont elle tend à tomber vers le centre de notre globe en un temps donné, une seconde par exemple. Cela posé, il suffit d'augmenter cette intensité primitive, inversement au carré de la distance, pour savoir ce qu'elle deviendrait en supposant la lune placée tout près de la surface de la terre, afin de la confronter avec l'intensité de la pesanteur proprement dite, que nous savons être la même dans tous les corps grands et petits. Or, l'exécution d'une telle comparaison établit la parfaite coïncidence des deux résultats; d'où s'ensuit la démonstration mathématique de cette assimilation. Telle est la marche suivie par Newton, et que, pour plus de clarté, j'ai cru devoir indiquer en ordre inverse; ce qui est indifférent.

Cette identité entre la tendance de la lune vers la terre et la pesanteur montre que le mouvement des astres est semblable à celui des projectiles. La seule différence consiste en ce que nos projectiles ne sont pas lancés d'assez loin, ni assez énergiquement, pour que leur inégal éloignement du centre de notre globe puisse manifester l'influence de la variation de la pesanteur inversement au carré de la distance. Projetés d'un peu plus haut et avec un peu plus de force, ils circuleraient indéfiniment autour de nous comme de petits astres, sauf la résistance de notre atmosphère, ainsi que le fait la lune.

En même temps que la notion mécanique des mouvements célestes s'est trouvée ainsi éclaircie, la conception de la pesanteur a éprouvé un immense perfectionnement, puisque la loi de sa variation a été dès lors connue. L'homme avait conçu, jusque-là, le poids d'un corps comme une qualité inaltérable. Ce caractère, qui devait sembler si indestructible, la conception newtonienne est venue l'effacer d'un seul trait, en montrant que le poids d'un corps est un phénomène purement relatif.

C'est pour énoncer brièvement cette assimilation entre la pesanteur et la force accélératrice des astres, qu'on a créé le mot heureux de *gravitation*, envisagé comme synonyme de pesanteur universelle.

Je ne saurais trop blâmer l'usage irrationnel qu'on fait encore si fréquemment du mot *attraction*, dans l'étude de la mécanique céleste.

Pour compléter l'examen de la loi de la gravitation, il faut encore l'envisager sous un dernier aspect élémentaire.

Nous avons considéré l'action du soleil sur les planètes, et l'action de celles-ci sur leurs satellites, sans avoir égard aux dimensions et aux formes de ces corps, et comme si

tous étaient autant de points. La proportionnalité, entre l'intensité de cette action et la masse du corps qui l'éprouve, montre qu'elle ne s'exerce que sur les molécules, qui toutes y participent également, indépendamment les unes des autres, sauf la diversité des distances. La gravitation moléculaire est donc seule réelle, et celle des masses n'en est que le résultat mathématique. Il a donc fallu composer en une seule résultante toutes les gravitations mutuelles des molécules de deux astres. Newton, en supposant des sphères parfaites et composées de couches homogènes, dont la densité varie d'ailleurs arbitrairement, a découvert : 1° que les gravitations mutuelles de toutes les molécules d'une même couche sur un point intérieur quelconque se détruisent ; 2° que la gravitation totale d'un point extérieur vers les diverses molécules de la sphère est la même que si toute la masse de cette sphère était condensée à son centre ; et qu'il en est par conséquent ainsi de la gravitation mutuelle de deux sphères. Il en résulte la faculté de pouvoir traiter les corps célestes comme des points, dans l'étude de leurs mouvements de translation.

La loi de l'égalité entre la réaction et l'action, qui est une des trois bases physiques de la mécanique rationnelle, montre, sans aucune explication spéciale, que la gravitation est mutuelle, en sorte que le soleil pèse vers chaque planète, et les planètes vers leurs satellites.

Quant à la gravitation des planètes les unes vers les autres, elle était indiquée par la seule exposition de la conception fondamentale. Mais elle n'a été mathématiquement démontrée que quand les successeurs de Newton en ont déduit l'explication exacte des perturbations éprouvées par le mouvement principal des planètes.

C'est ainsi que l'analyse des phénomènes célestes a

prouvé cette grande loi, résultat le plus sublime de l'ensemble des études sur la nature : *Toutes les molécules de notre monde gravitent les unes vers les autres, proportionnellement à leurs masses, et inversement aux carrés de leurs distances.*

Je croirais méconnaître le caractère de cette conception, qui n'est que la représentation d'un fait général, si je l'étendais, comme on ne craint pas de le faire, à l'action mutuelle des divers systèmes solaires. Qu'on le suppose par simple analogie, je n'y vois pas d'inconvénient. Ce procédé me paraît même philosophique, comme moyen de hâter les découvertes. Mais regarder cette extension comme aussi certaine que la gravitation intérieure de notre monde, c'est altérer la nature de nos connaissances, en confondant ce qu'il y a de véritablement positif avec ce qui sera peut-être toujours conjectural. La réalité de la gravitation newtonienne est fondée sur sa relation avec les phénomènes. Or, dans la considération de l'*univers*, il n'y a pas encore de phénomènes exactement observés, ni mesurés, à plus forte raison, aucune loi géométrique comparable à celles de Képler. Quelle serait donc la base de nos conceptions dynamiques, qui n'auraient rien à interpréter? Dans les mouvements relatifs de quelques étoiles doubles, on a cru reconnaître, depuis peu, les ellipses de Képler. Mais l'astre principal occupe-t-il le centre ou le foyer? La loi de la gravitation est bien différente dans les deux cas. Ces résultats, en les supposant réels, ne constituent qu'un cas particulier, encore impropre à motiver une conclusion universelle. Malgré le principe de la raison suffisante, l'absence de motifs de nier ne donne pas le droit d'affirmer, sans aucune preuve directe.

VINGT-CINQUIÈME LEÇON

Sommaire. — Considérations générales sur la statique céleste.

On ne connaîtrait pas convenablement la conception de la mécanique céleste, si l'on se bornait à l'envisager en elle-même, ainsi que nous avons dû le faire dans la leçon précédente. Pour en sentir toute la valeur philosophique, il est indispensable d'appliquer la théorie de la gravitation à l'explication mathématique des phénomènes célestes et au perfectionnement de leur étude. Tel est l'objet de cette leçon et de la suivante.

La leçon actuelle sera consacrée aux phénomènes statiques, et la suivante aux phénomènes dynamiques.

La détermination des masses de nos différents astres est aussi fondamentale, en mécanique céleste, que celle de leurs distances en géométrie céleste, puisque, sans elle, on ne pourrait se former aucune idée exacte de leur gravitation mutuelle. Essayons de caractériser successivement les trois procédés principaux qu'on applique à cette recherche.

Le moyen le plus général consiste à analyser la part de chaque astre dans les perturbations qu'éprouve le mouvement principal d'un astre quelconque, en translation ou en rotation. Cette influence ne dépend que de deux éléments, la distance et la masse de l'astre considéré. Le premier est bien connu, et le second, qui est constant, étant introduit dans le calcul comme un coefficient indéterminé, sa valeur est

appréciée par la comparaison du résultat avec les observations directes. Malheureusement cette analyse ne peut être qu'approximative. Aussi préfère-t-on employer d'autres procédés, toutes les fois qu'ils sont possibles.

Dans ces dernières années, Poinsot a imaginé un moyen, qui est le plus direct et le plus sûr de tous, quoique son emploi exige malheureusement beaucoup de temps. Poinsot propose de déterminer toutes les masses à la fois, par l'examen d'un nouveau genre de perturbations : il s'agit des changements que l'action mutuelle des astres de notre monde fait subir aux aires décrites, en un temps donné, par leurs rayons vecteurs, autour du centre de gravité général. On sait, d'après la mécanique rationnelle, que, parmi ces diverses variations, il s'opère nécessairement une telle compensation, que la somme algébrique de toutes ces aires, projetées en un instant quelconque sur un même plan, d'ailleurs arbitraire, et multipliées chacune par la masse correspondante, demeure rigoureusement invariable. Ainsi, en comparant entre eux les divers états du ciel à des époques suffisamment distinctes, l'égalité mutuelle de toutes ces sommes peut fournir, dans la suite des temps, autant d'équations qu'on voudra, propres à faire connaître, si l'on a eu soin d'en former le nombre convenable, les valeurs des différentes masses, seules inconnues qu'elles contiennent, puisque les aires sont d'ailleurs exactement mesurables, d'après les positions et les vitesses des astres considérés.

Cette méthode présente un caractère philosophique bien remarquable en ce que, comme l'indique Poinsot, elle rend l'évaluation des masses relatives de tous les astres de notre monde entièrement indépendante de la loi de la gravitation.

Il est regrettable que la nature de cette méthode n'en

permette pas l'application immédiate. Mais la nécessité d'attendre que toutes les aires particulières aient assez varié, pour rendre significative la comparaison de leurs sommes, exige un intervalle considérable entre les époques successives, dont le nombre dépend d'ailleurs de celui des masses cherchées.

Le procédé le plus général, après celui de Poinsot, est celui que Newton a employé, à l'égard des planètes pourvues d'un satellite. La méthode consiste à comparer le mouvement du satellite autour de la planète, au mouvement de celle-ci autour du soleil. La gravitation exercée par l'astre central est proportionnelle au rapport entre le cube du demi-grand axe de l'orbite et le carré du temps périodique, en ramenant l'action, suivant la loi ordinaire, à l'unité de distance. Ainsi, il suffit de comparer entre elles les deux valeurs que prend cette fraction dans les deux cas, pour obtenir aussitôt le rapport des masses du soleil et de la planète. La masse de Jupiter, déterminée ainsi par Newton, n'a reçu qu'un très léger changement des divers moyens qu'on a pu y appliquer depuis.

Enfin, la méthode la plus simple et la plus directe, mais aussi la plus particulière, puisqu'elle est bornée pour nous à la terre, consiste à évaluer les masses relatives par la comparaison des pesanteurs qu'elles produisent. Si la masse d'un astre bien connu était déterminée, elle permettrait d'apprécier l'énergie de la pesanteur à sa surface ou à une distance quelconque : réciproquement, la mesure directe de cette intensité suffirait pour estimer la masse. Ainsi les expériences du pendule ayant mesuré, avec la dernière précision, la pesanteur terrestre, on détermine, en la diminuant inversement au carré de la distance, quelle en serait la valeur à la distance du soleil, et l'on n'a, dès



lors, qu'à la comparer avec la quantité, préalablement connue, qui exprime l'action du soleil sur la terre, pour trouver le rapport de la masse de la terre à celle du soleil.

L'ensemble de ces divers moyens étant applicable à la terre, sa masse comparée à la masse solaire, unité naturelle à cet égard, doit être regardée comme la mieux connue de notre monde. La masse de la lune, et surtout celle de Jupiter, sont estimées presque aussi parfaitement. On ignore les masses des comètes, ce qui tient à leur extrême petitesse, qui ne leur permet aucune influence appréciable sur les perturbations. Certaines comètes, qui passent dans le voisinage de forts petits astres, comme les satellites de Jupiter et de Saturne, n'y produisent aucun dérangement perceptible. Quant aux satellites, en exceptant la lune, on ne connaît encore que les valeurs approchées des masses de ceux de Jupiter.

Pour compléter cette connaissance, il reste à indiquer comment on a pu rapporter toutes les masses à nos unités de poids habituelles, par la détermination du poids de la terre.

Bouguer est le premier qui ait aperçu la possibilité d'une telle évaluation, en reconnaissant, dans son expédition scientifique au Pérou, l'influence du voisinage des grosses montagnes pour altérer légèrement la direction de la pesanteur. Cette déviation du fil à plomb étant exactement appréciée, l'équation d'équilibre, facile à établir entre l'action de la montagne et celle de la terre, doit permettre d'en déduire le rapport des deux masses, et par suite la masse de la terre d'après le poids de la montagne, puisque toutes les autres quantités que renferme cette équation sont données. Les observations astronomiques n'étaient pas assez précises à l'époque de Bouguer pour que ce pro-

cédé fut alors applicable, tant est minime la déviation sur laquelle il repose. Mais, un demi-siècle après, Maskelyne parvint à constater, en Écosse, une altération de cinq à six secondes dans la direction naturelle de la pesanteur, et Hutton en déduisit que le poids de la terre était égal à quatre fois et demie celui d'un pareil volume d'eau distillée, à son *maximum* de densité.

Quand Coulomb eut créé sa balance de torsion, destinée à la mesure précise des plus petites forces, Cavendish parvint à rendre sensible l'action de deux sphères de plomb sur un petit pendule horizontal, dont les oscillations, comparées à celles que produit la pesanteur, permettaient de déterminer mathématiquement, avec une précision remarquable, le rapport de la masse de ces sphères à celle de la terre. Par ce procédé bien plus parfait, Cavendish trouve que la densité moyenne de notre globe est égale à cinq fois et demie celle de l'eau, d'où l'on peut déduire le poids de la terre en kilogrammes ou en tonnes.

Ce résultat fournit, sur la constitution intérieure de notre globe, une première donnée, qui suffit pour exclure plusieurs conjectures hasardées. En effet, la densité moyenne de la terre étant, d'après cette mesure, très supérieure à la densité des couches qui composent sa surface, formée d'eau en grande partie, il est indispensable que les couches deviennent de plus en plus denses en se rapprochant du centre. Toute conjecture sur la surface interne de la terre est donc assujettie à une telle condition. Ce renseignement, le seul réel qui existe encore à cet égard, ne nous donne aucun indice sur l'état physique des couches internes, qu'on pourrait supposer liquides et peut-être gazeuses, aussi bien que solides, sans s'écarter de la condition précédente.

La seconde détermination statique, que nous devons

caractériser, consiste dans l'étude mathématique de la figure des astres, envisagée comme déduite de la théorie de leur équilibre, indépendamment de toute mesure géométrique.

Si la terre, ou toute autre planète, avait toujours été dans l'état de consistance que nous observons, on n'aurait aucune base pour déterminer *à priori* sa figure, puisque l'équilibre d'un système solide est compatible avec une forme extérieure quelconque. C'est pourquoi, pour étudier la figure des astres d'après les règles de la statique, on a dû les supposer antérieurement fluides, du moins à la surface, ce qui ne permet plus l'équilibre qu'avec certaines formes spéciales. L'accord des résultats de cette hypothèse avec l'ensemble des observations en a demontré la justesse.

Si les astres n'avaient aucun mouvement de rotation, la figure sphérique conviendrait à l'équilibre de leurs molécules, puisque la pesanteur, dès lors constamment dirigée au centre, serait toujours perpendiculaire aux couches de niveau, pourvu qu'on les supposât homogènes et que la densité variât seulement de l'une à l'autre, suivant une loi d'ailleurs arbitraire. Mais la force centrifuge, engendrée par la rotation, doit modifier cette forme primitive, en altérant soit la direction, soit l'intensité de la pesanteur.

Au premier point de vue, qui est celui d'Huyghens, on constate que, si la terre était sphérique, la force centrifuge écarterait sensiblement le fil à plomb de la direction perpendiculaire à la surface. Cette déviation, nulle au pôle et à l'équateur, aurait son *maximum* vers 45 degrés de latitude, où elle serait d'environ six minutes. Ainsi, la droite décrite par les corps, dans leur chute naturelle, ne peut être perpendiculaire à la surface qu'autant que la planète cesse d'être une sphère parfaite, pour devenir un sphéroïde aplati au pôle et renflé à l'équateur.

Il en est de même au point de vue de l'intensité, que Newton adopta. Deux colonnes fluides, menées du centre de l'astre à son pôle et à son équateur doivent, pour l'égalité de leurs poids, avoir des longueurs inégales, à cause de l'action de la force centrifuge. La comparaison des colonnes correspondantes à deux latitudes quelconques donnerait lieu à une remarque analogue, la différence y étant seulement moins prononcée. Les divers rayons de l'astre doivent donc augmenter graduellement du pôle à l'équateur, et rester égaux entre eux à la même latitude.

Ce premier examen explique la forme presque sphérique de tous nos astres et le léger aplatissement de leurs pôles. Mais, quand on veut déterminer mathématiquement la véritable figure, et la valeur de l'aplatissement, la question présente des obstacles insurmontables.

La cause de ces difficultés tient à ce qu'une telle recherche présente un cercle vicieux. En effet, la théorie mathématique de l'équilibre des fluides exige que, pour former l'équation de la surface, on connaisse la loi de la pesanteur dont ses diverses molécules sont animées. Or, cette loi ne saurait être déterminée, d'après la théorie de la gravitation, qu'autant que la forme de l'astre et la variation de la densité dans son intérieur seraient données. Il est donc impossible d'obtenir une solution complète. On ne peut qu'essayer si telle figure proposée remplit les conditions. Le théorème de Maclaurin, qui démontre que l'ellipsoïde de révolution se trouve dans ce cas, est devenu le fondemeut de toutes ces recherches. Maclaurin, avait établi le théorème dans l'hypothèse de l'homogénéité; Clairaut l'étendit au cas d'un astre composé de couches dont la densité varie arbitrairement. Les travaux des géomètres, et surtout de Laplace, ont fait connaître des limites très précieuses, souvent fort resserrées, entre lesquelles l'aplatissement doit inévitable-

ment tomber. Cet aplatissement est compris, pour un astre quelconque, entre les cinq quarts et la moitié du rapport de la force centrifuge à l'équateur à la gravité correspondante : la première valeur aurait lieu si l'astre était homogène, et la seconde si la densité croissait avec une telle rapidité qu'elle devînt infinie au centre. C'est ainsi que l'aplatissement terrestre ne peut excéder un deux cent trentième, ni être moindre qu'un cinq cent soixante-dix-huitième ; ce qui est conforme aux mesures directes, que cette règle mathématique a servi plus d'une fois à contrôler.

Bien que l'équilibre soit compatible avec la figure ellipsoïde, d'après le théorème de Maclaurin, la nature de la question ne permet pas de regarder cette forme comme exclusive. Laplace a démontré que les anneaux de Saturne pouvaient être en équilibre, même à l'état fluide, en les supposant engendrés par la révolution d'une ellipse autour d'une droite extérieure, menée, parallèlement à son petit axe et dans son plan, par le centre de Saturne.

Les conditions de la stabilité de l'équilibre des fluides qui recouvrent la surface des astres se rattachent aux théories précédentes. Laplace fait dépendre cette stabilité de la seule supériorité de la densité moyenne de l'astre sur celle du fluide. On pourrait en faire le texte d'une cause finale, puisque la perpétuité des espèces terrestres exige que l'équilibre des mers tende à se rétablir spontanément, après avoir été troublé d'une manière quelconque. Mais l'examen du sujet fait disparaître la finalité, en rendant sensible la nécessité d'un tel arrangement dans la formation des planètes, la densité des couches ayant dû croître de la surface au centre, comme l'indique toute la théorie de la figure des astres.

La question des marées constitue la dernière recherche de cette leçon.

Ce problème présente un intérêt philosophique particulier, en établissant une transition naturelle de la physique du ciel à celle de la terre, par l'explication céleste d'un grand phénomène terrestre.

Descartes est le premier qui en ait tenté l'explication et qui ait observé l'harmonie constante qui existe entre la marche générale de ce phénomène et le mouvement de la lune ; ce qui a certainement contribué à mettre Newton sur la voie de la théorie.

L'inégale gravitation des diverses parties de l'Océan vers le soleil et la lune constitue le principe d'après lequel Newton a ébauché la théorie des marées, approfondie ensuite par Daniel Bernouilli. Essayons de caractériser l'esprit de cette recherche.

Si l'on joint le centre de la terre à un astre quelconque, les deux points correspondants de la surface terrestre doivent graviter évidemment, l'un un peu plus, l'autre un peu moins que le centre lui-même, inversement au carré de leurs distances respectives. Le premier tend donc à s'éloigner du centre, ce qui doit produire une élévation de la surface fluide, et le centre tend, au contraire, à s'éloigner du second point, où doit survenir ainsi une élévation analogue et à peu près égale. Cet effet diminue, à mesure qu'on s'écarte des deux points, et devient nul à quatre-vingt-dix degrés de là, où, les parties de l'Océan gravitant comme le centre, le niveau doit baisser pour fournir à l'exhaussement du reste. En même temps, ces divers changements de niveau font varier la pesanteur terrestre des eaux correspondantes ; et cette seconde cause, la plus difficile et la plus incertaine à calculer, agit dans le même sens que la première, quoique avec moins d'énergie, pour l'établissement du niveau général.

On voit ainsi comment l'action d'un astre sur l'Océan

tend à en modifier la surface naturelle, en lui faisant prendre la forme d'un sphéroïde allongé vers l'astre.

Il est maintenant facile de concevoir la périodicité du phénomène, en introduisant la considération du mouvement diurne, jusqu'alors écartée. La rotation quotidienne de notre globe transporte successivement les eaux qui le recouvrent dans toutes les positions où l'astre tend à les élever, et dans celles où il doit les abaisser. C'est ainsi que la marche journalière du phénomène se compose de quatre alternatives périodiques à peu près également réparties.

Il reste à indiquer un dernier élément, c'est la règle pour apprécier l'énergie des différents astres. Cette énergie est mesurée par la différence qui existe entre la gravitation du centre de la terre et celle des points extrêmes de sa surface vers l'astre proposé. En exécutant, d'après la loi de la gravitation, cette différentiation très facile, on trouve que la puissance de chaque astre pour produire nos marées est en raison directe de sa masse et en raison inverse du cube de sa distance à la terre. On reconnaît ainsi que le soleil, en vertu de sa masse immense, et la lune, par son extrême proximité, peuvent seuls produire des marées appréciables; enfin, que l'action de la lune est de deux fois et demie à trois fois plus grande que celle du soleil.

La nécessité d'envisager les actions simultanées du soleil et de la lune rendrait la solution analytique inextricable, si Daniel Bernouilli ne l'eût simplifiée, en y appliquant son principe sur la coexistence des petites oscillations. Suivant ce principe, les marées lunaires et solaires se superposent sans altération, ce qui réduit le problème à l'analyse partielle de chacune d'elles. Toutes les variations du phénomène sont dès lors expliquées. Aux deux syzygies, l'action solaire et l'action lunaire coïncident. La marée doit donc

atteindre son *maximum*, qui est égal à la somme des deux marées élémentaires. Dans les deux quadratures, le moindre niveau produit par l'un des astres accompagne le plus haut niveau correspondant à l'autre; on doit donc observer que le *minimum* d'effet est égal à la différence des marées simples. Aux diverses époques intermédiaires, la marée solaire modifie inégalement la marée lunaire, et ces variations se reproduisent par périodes d'un mois lunaire synodique, dont elles doivent suivre les irrégularités séculaires.

Pendant le cours de l'année ou du mois, la distance de la terre au soleil ou à la lune produit également un nouvel ordre de modifications périodiques et régulières.

Dans ce qui précède, le mouvement diurne de l'astre est censé avoir lieu suivant le plan de l'équateur. Mais, à une époque quelconque, son action doit être décomposée en deux; l'une, suivant l'axe de rotation de la terre, et qui est nulle pour produire une marée; l'autre, parallèlement à l'équateur, et qui, seule, détermine le phénomène. Ce dernier genre de modifications fait que, toutes choses d'ailleurs égales, chaque marée doit varier proportionnellement au cosinus de la déclinaison de l'astre correspondant.

Quant aux variations dans nos divers climats, la théorie ne peut apprécier jusqu'ici d'autre influence que celle de la latitude. A l'équateur, le phénomène se manifeste au plus haut degré possible. En tout autre lieu, la marée varie proportionnellement à l'énergie de la rotation, et, par conséquent, en raison du cosinus de la latitude.

Tel est l'esprit général de la théorie mathématique des marées, qui se trouve en harmonie avec l'ensemble des observations directes. On a même lieu d'être surpris de ne pas trouver les nombres plus différents de la réalité, lorsqu'on pense aux hypothèses qu'on a dû faire pour

rendre les calculs exécutables, et aux données qu'exigerait une estimation parfaitement rationnelle.

D'ailleurs, la comparaison exacte et générale de la théorie des marées avec leur observation n'a pas encore été convenablement faite, puisque toutes les mesures ont été prises dans les ports, ou du moins très près des côtes. Or, dans de telles localités, on ne peut apercevoir que des marées indirectes, dont l'intensité est principalement déterminée par l'étendue et la configuration du sol, tant au fond qu'à la surface. C'est à de telles circonstances qu'il faut sans doute attribuer les différences que présentent, aux mêmes époques et dans des positions presque identiques, les marées de Granville et de Dieppe, ou de Bristol et de Liverpool. Pour apprécier empiriquement l'exactitude numérique de la théorie des marées, il faudrait entreprendre, pendant un nombre d'années assez grand, une suite d'observations dans une très petite île, située à l'équateur, et à trente degrés au moins de tout continent.

Malgré l'incertitude inévitable de plusieurs données, cette théorie n'en reçoit pas moins la sanction la plus utile, puisqu'elle atteint le but de toute science, la prévision des événements. C'est ainsi que, depuis un siècle, une classe importante de phénomènes, regardés auparavant comme inexplicables, a été ramenée avec précision à des lois invariables, qui en excluent irrévocablement toute intervention providentielle et toute conception arbitraire.

VINGT-SIXIÈME LEÇON

Sommaire. — Considérations générales sur la dynamique céleste.

La gravitation mutuelle des différents astres de notre monde altère la régularité de leur mouvement principal, déterminé, conformément aux lois de Képler, par la seule pesanteur de chacun d'eux vers le foyer de son orbite.

Nous nous bornerons à examiner le plan et la nature des principales études relatives aux modifications des mouvements célestes.

Il faut distinguer deux genres d'altérations : les changements brusques, provenant de chocs ou d'explosions internes, et les changements graduels ou les perturbations proprement dites, dues à l'influence continue des gravitations secondaires, dont l'effet dépend du temps écoulé. Bien que le premier genre soit presque idéal, il faut le considérer comme un préliminaire de l'étude du second qui consiste à traiter chaque gravitation perturbatrice comme une suite de petites impulsions.

Tout l'effet d'un changement brusque doit consister à donner subitement de nouvelles valeurs aux six éléments du mouvement elliptique, puisque rien n'est changé dans les forces accélératrices. Les lois de Képler ne doivent pas cesser d'être maintenues; tout au plus l'ellipse pourrait-elle dégénérer en une parabole ou en une hyperbole.

Il existe deux relations qui, d'après les lois du mouve-

ment, doivent rester inaltérables, malgré le choc mutuel de deux astres, ou la rupture d'un astre unique en plusieurs fragments : ce sont les deux propriétés de la conservation du mouvement du centre de gravité et de l'invariabilité de la somme des aires. Il en résulte deux équations entre les masses, les vitesses et les positions des deux astres ou des fragments du même astre, considérées avant et après l'événement.

Aucun indice ne nous autorise à penser qu'il y ait jamais eu de choc dans notre monde. Il n'en est pas de même à l'égard des explosions. L'identité des moyennes distances et des temps périodiques propres aux quatre petites planètes, situées entre Mars et Jupiter, a conduit Olbers à penser qu'elles formaient autrefois une planète unique. Lagrange a ajouté, d'après l'irrégularité de leur figure, que l'explosion a dû être postérieure à la consolidation de la planète. Si l'on connaissait leurs masses et leurs moments d'inertie, on devrait, en calculant les positions et les vitesses successives du centre de gravité du système de ces quatre planètes, retrouver le mouvement principal de l'astre primitif, en supposant toutefois l'hypothèse exacte.

Lagrange a pensé que le cas des explosions avait été très fréquent dans notre monde, qu'on pouvait expliquer ainsi l'existence des comètes. Il suffit, en effet, de concevoir qu'une planète ait éclaté en deux fragments extrêmement inégaux, pour que le mouvement du plus considérable soit resté presque tel qu'auparavant, tandis que le plus petit aura pu décrire une ellipse très allongée et fort inclinée à l'écliptique.

Passons à la considération des perturbations proprement dites. On peut en établir deux classes, suivant qu'elles portent sur les mouvements de translation ou de rotation. Envisageons d'abord l'étude des translations, où

les astres doivent être traités comme condensés en leurs centres de gravité.

Les géomètres ont dû analyser séparément le mouvement de chaque astre autour de celui qui en est le foyer, en ne considérant à la fois qu'un seul astre modificateur : c'est le célèbre problème des trois corps. L'ensemble des mouvements de notre monde constitue un problème unique, et non une suite de problèmes détachés. Cette séparation, qui nous est inposée par l'imperfection de notre analyse, est la première source des modifications si multipliées qui surchagent successivement les formules célestes.

Si le problème des trois corps comportait une solution rigoureuse, ces corrections seraient moins nombreuses; mais le problème de deux corps, dont l'un est même regardé comme fixe, est le seul dont l'analyse permette une solution rationnelle. C'est donc à ce type, le plus éloigné de la réalité, qu'on est obligé de rapporter, par des approximations successives, les mouvements des astres, en accumulant les perturbations produites séparément par chaque corps susceptible d'une influence appréciable.

L'esprit de cette théorie, due à Lagrange, consiste à concevoir le mouvement d'un astre quelconque comme s'il était véritablement elliptique, mais avec des éléments variables, au lieu d'éléments fixes. Lagrange a établi des formules analytiques générales, pour déterminer les variations qu'éprouve chacun des six éléments, lorsque la force perturbatrice est donnée. L'étude de la mécanique céleste sera simplifiée quand l'usage de cette méthode y deviendra prépondérant.

La loi de la gravitation permet de comparer les diverses influences propres à chaque cas, les masses étant connues. On divise le rapport des masses de deux astres modificateurs par le carré du rapport de leurs distances à

l'astre modifié, et ce quotient fait distinguer aussitôt quelle est la force perturbatrice qu'il faut principalement considérer et quelle peut être, en général, la part d'influence de chacune des autres. La constitution de notre monde favorise ces recherches; car les masses des astres sont très faibles par rapport à celles du soleil, ce qui est la cause de la petitesse des perturbations. De plus, ils sont peu nombreux, très écartés, fort inégaux : il en résulte que, dans la plupart des cas, le mouvement principal n'est sensiblement modifié que par un seul corps.

Il faut distinguer, comme dans la vingt-troisième leçon, les trois cas des planètes, des satellites et des comètes. Il faudrait même considérer le cas du soleil, qui ne peut plus être regardé comme immobile, en vertu de la réaction exercée sur lui par les planètes. Les phénomènes intérieurs de notre monde ne comportent, en effet, d'autre point fixe que le centre de gravité de ce système, qui constitue le foyer réel des mouvements planétaires, autour duquel le soleil lui-même doit osciller. Mais ce point tombe toujours entre le centre du soleil et sa surface, à cause de la grandeur et de la masse du soleil, comparées à celles des autres corps. Aussi ne tient-on pas compte des oscillations solaires, qu'aucune observation n'a jamais constatées, et considère-t-on le soleil comme fixe, sauf sa rotation. Il en est de même dans les systèmes partiels formés par une planète et ses satellites, même dans le cas le plus défavorable de la terre et de la lune, et où néanmoins le centre de gravité est toujours situé dans l'intérieur de la terre.

Le problème des planètes est le plus simple. Le cas le moins avantageux est malheureusement celui de notre planète, à cause du lourd satellite qui l'escorte de si près, et auquel sont dues ses principales perturbations, ce qui ne

l'empêche pas d'être troublée dans son mouvement, surtout à l'époque des oppositions, par une masse aussi considérable que celle de Jupiter.

Le problème des satellites est plus compliqué que celui des planètes, à cause de la mobilité du foyer du mouvement principal.

Le problème des perturbations directes du mouvement des satellites exige une distinction, suivant que la planète a un seul satellite ou plusieurs. Dans le premier cas, qui n'existe que pour la lune, l'astre perturbateur est essentiellement le soleil, en raison de son inégale action sur la planète et sur son satellite. C'est par là qu'on a expliqué la révolution rétrograde des nœuds de l'orbite lunaire en dix-neuf ans environ, et celle, encore plus rapide, de son périgée en un peu moins de neuf ans. Dans le cas de plusieurs satellites, il faut tenir compte de l'action des satellites les uns sur les autres. Les obstacles inhérents à cette recherche sont tels, qu'on n'a encore établi que la théorie des satellites de Jupiter. Les tables des satellites de Saturne et d'Uranus ne sont encore construites qu'au point de vue géométrique, sans qu'on ait même aucune valeur approchée de leurs masses.

Le problème des comètes est encore plus compliqué. En effet, ces astres par suite de l'extrême allongement et de l'inclinaison en tous sens de leurs orbites, se trouvent, pendant leur révolution autour du soleil, dans des rapports mécaniques continuellement variables, à cause des différents corps près desquels ils viennent successivement à passer; tandis que les planètes et les satellites ont toujours les mêmes relations, dont l'intensité seule varie. Les comètes s'éloignent à tel point du soleil, et se rapprochent tellement des diverses planètes, que la force perturbatrice peut devenir presque égale à la gravitation principale. En

outre, la masse de toutes les comètes est extrêmement petite; ce qui rend leurs perturbations plus prononcées. Leur poids éprouve probablement des variations par l'absorption que peuvent exercer d'autres corps très voisins sur une partie de leur atmosphère. Telles sont les causes de l'extrême imperfection de la théorie des perturbations cométaires; c'est ce qui rend si difficile et si incertaine la prévision exacte du retour de ces astres. Les craintes puériles, qui ont remplacé les terreurs religieuses inspirées par les comètes, n'ont pas de fondement. Le choc de ces astres contre la terre est presque impossible; leur voisinage, même extrême, n'aurait d'autre effet que d'augmenter un peu la hauteur de la marée correspondante.

Considérons les perturbations relatives aux rotations. D'après les lois du mouvement, la rotation d'un corps quelconque autour de son centre de gravité s'exécute de la même manière que si ce centre était fixe dans l'espace. Ainsi, non seulement l'action mutuelle des molécules de l'astre ne saurait influer sur sa rotation, due à une impulsion primitive, mais encore aucune force accélératrice extérieure, quelque grande qu'elle soit, ne peut la troubler, quand sa direction passe par le centre de gravité de l'astre. Or, si les corps célestes étaient parfaitement sphériques et composés de couches concentriques homogènes, la résultante totale de la gravitation mutuelle de toutes leurs molécules passerait par leurs centres de gravité. Les astres de notre monde ne peuvent donc altérer mutuellement leurs rotations propres qu'en vertu du léger défaut de sphéricité produit par ces rotations elles-mêmes. On voit par là que la même nécessité qui assure la stabilité essentielle des rotations célestes détermine aussi l'altération inévitable du parallélisme de leurs axes.

A l'égard de la terre, cette altération consiste dans la pré

cession des équinoxes, modifiée par la nutation. Elle résulte de l'action des différents astres de notre monde, et surtout du soleil et de la lune, sur notre renflement équatorial, suivant la belle théorie mathématique créée par D'Alembert. La méthode des couples de Poinsot en facilite la conception. Il suffit, en effet, de transporter au centre de la terre les gravitations de toutes les parties de cette protubérance vers un astre quelconque, pour que, de tous ces couples élémentaires, il résulte un couple général, susceptible de modifier la direction de la rotation principale, en se composant avec le couple primitif qui lui correspond. Le soleil et la lune sont encore les seuls dont l'influence doive être considérée. Si la lune circulait dans le plan de l'écliptique, ou si les nœuds de son orbite étaient fixes, le phénomène se réduirait à la précession proprement dite, l'axe du couple perturbateur étant alors perpendiculaire à ce plan. Mais la légère inclinaison de l'orbite lunaire détermine, à raison du mouvement rétrograde de ses nœuds, une modification secondaire de même vitesse, qui produit la nutation. Telles sont les causes générales qui déterminent les petites altérations qu'éprouve la rotation de notre sphéroïde, quant à la direction de son axe dans l'espace.

S'il convenait d'appliquer cette théorie aux autres astres, il faudrait encore distinguer entre les planètes, les satellites et les comètes. Le cas des comètes n'est mentionné que pour mémoire, par suite de l'impossibilité où l'on sera toujours d'observer leur rotation. Les planètes doivent présenter des phénomènes semblables à ceux de notre précession, plus ou moins prononcés, suivant l'inclinaison de leurs axes sur leurs orbites, leur position, leur masse, leur grandeur, la durée de leur rotation, et enfin leur degré d'aplatissement.



La rotation des satellites présente un phénomène du plus haut intérêt, qui consiste dans l'égalité remarquable entre la durée de cette rotation et celle de leur circulation autour de la planète correspondante, à laquelle ils présentent constamment le même hémisphère, sauf les oscillations très petites, connues sous le nom de *libration*. Cette égalité n'est constatée que pour la lune. Elle résulte, suivant Lagrange, de la prépondérance qu'a dû acquérir, par l'action de la planète, l'hémisphère tourné vers elle à l'origine, ce qui a produit une tendance du satellite à retomber sans cesse sur cette face.

Il me reste, pous compléter cet aperçu, à signaler une considération essentielle, susceptible de simplifier cette étude, en permettant de rapporter tous les mouvements à un plan dont la position soit indépendante de leurs dérangements quelconques.

On doit la première notion de ce plan à Daniel Bernouilli et à Euler, qui l'avaient remarqué, au seul point de vue analytique, comme servant à simplifier, par l'annulation de deux constantes, les équations relatives à la rotation d'un corps solide. Laplace l'étendit à un système variable, et l'appliqua à la mécanique céleste. Enfin, Poinsot a montré que ce plan invariable est simplement le plan du couple général qui résulte du transport de toutes les vitesses particulières au centre de gravité du système.

La détermination de ce plan exige que l'on considère toutes les aires que peuvent décrire, en vertu de leurs divers mouvements, les différents points du système. Dans l'impossibilité de décomposer le système en parties égales, ainsi que l'exige le théorème, Laplace avait traité chaque corps céleste comme condensé à son centre, en réunissant ainsi les satellites à leurs planètes, pour ne plus avoir à considérer que de simples points. La théorie de Poinsot lui fit voir le vice

de ce procédé, où il faisait abstraction, non seulement des aires décrites par les satellites, mais aussi de celles des diverses molécules de chaque corps autour de son centre de gravité. Malheureusement le plan invariable, découvert par Poinsot, est d'une détermination bien plus difficile, puisqu'il exige, non seulement, comme l'autre, l'évaluation des masses célestes, mais encore celle des moments d'inertie correspondants. Quoi qu'il en soit, on n'en doit pas moins voir, avec un profond intérêt, comment la mécanique céleste a pu assigner un plan immobile au milieu de toutes les perturbations intérieures de notre système. C'est ainsi que Newton avait reconnu une vitesse inaltérable, celle du centre de gravité général. Ce sont les deux seuls éléments indépendants de tous les événements qui peuvent survenir dans l'intérieur du système solaire.

Le résultat de l'étude des perturbations établit la stabilité de notre monde. Abstraction faite des comètes, toutes les variations sont périodiques, et leur période est le plus souvent très longue, tandis que leur étendue est fort courte. L'ensemble de nos astres ne peut qu'osciller lentement autour d'un état moyen, dont il s'écarte toujours très peu. On est certain, par exemple, que, depuis Hipparque, la durée du jour n'a pas varié d'un centième de seconde.

La cause de ces résultats réside dans la faible excentricité des orbites et dans le peu de divergence de leurs plans.

Nous n'avons pas eu égard, jusqu'ici, à la résistance du milieu général dans lequel ces mouvements s'accomplissent. Cette résistance ne peut être nulle : Euler et Lagrange ont établi que son influence porte sur les dimensions des orbites et sur les temps périodiques. Les rotations des planètes doivent se ralentir; leurs orbites doivent se

rétrécir, en s'arrondissant, et les temps périodiques diminuer aussi. Dans un avenir extrêmement lointain et qu'on ne peut assigner, tous les astres se réuniront à la masse solaire. C'est sur les comètes que doit porter surtout l'exploration relative à l'action du milieu ; car leur faible masse et la grande surface qu'elles présentent, lorsque leurs atmosphères sont très étendues, rendent cette résistance plus appréciable. On voit ainsi qu'il n'existe pas un seul astre de notre monde dont la théorie ne puisse offrir un intérêt direct. L'étude des comètes peut dévoiler plus tard une des lois les plus importantes de notre système.

VINGT-SEPTIÈME LEÇON

Sommaire. — **Considérations générales sur l'astronomie sidérale et sur la cosmogonie positive.**

La seule branche de l'astronomie sidérale qui comporte, jusqu'à présent, une suite d'études exactes concerne les mouvements relatifs des *étoiles multiples*, dont la première découverte est due à Herschell. On entend par là des étoiles très rapprochées, dont la distance angulaire n'excède jamais une demi-minute, et qui semblent n'en faire qu'une, non seulement à la vue simple, mais encore avec les lunettes ordinaires de nos observatoires. Les plus puissants télescopes peuvent seuls les séparer. Parmi plus de trois mille étoiles multiples, enregistrées dans les catalogues, presque toutes sont seulement doubles; la triplicité y est très rare, et aucun degré supérieur de multiplicité n'a jamais été observé, ce qui ne tient peut-être qu'à l'imperfection de nos télescopes. Ces groupes remarquables ne constituent qu'un cas particulier dans l'univers, et encore confond-on peut-être, le plus souvent, avec un phénomène céleste, un simple accident de position, tenant uniquement au point de l'univers occupé par notre monde. On ne connaît bien que les mouvements relatifs de certaines étoiles doubles, dont le nombre ne s'élève encore qu'à sept ou huit. On ne peut d'ailleurs espérer d'introduire jamais, dans la détermination géométrique de la figure des orbites correspondantes, une certitude compa-

rable à celle qu'admet la connaissance précise des orbites planétaires, puisque les rayons vecteurs apparents sont tellement petits, que l'erreur de ces mesures s'élève peut-être au tiers ou au quart de leur valeur totale. Il est donc difficile de concevoir que ces études puissent devenir assez exactes pour fournir une base solide à des conclusions dynamiques irrécusables, de manière à démontrer, par exemple, l'extension de la théorie de la gravitation à l'action mutuelle des deux éléments d'une étoile double.

Les sept orbites d'étoiles doubles établies jusqu'ici, et dont la première est due aux travaux de Savary, présentent des excentricités très considérables, dont la moindre est presque double, et la plus grande quadruple de la plus forte qui existe dans les ellipses planétaires. Quant à leurs temps périodiques, le plus court excède un peu quarante ans, et le plus long, six cents. Tel est le résumé des connaissances réelles que l'on possède à cet égard.

Il me reste à caractériser l'ingénieuse méthode imaginée par Savary, d'après laquelle on parviendra peut-être un jour à déterminer, du moins entre certaines limites, les distances de quelques étoiles doubles à la terre ou au soleil. Cette méthode constitue la seule conception scientifique qui soit propre à l'astronomie sidérale. Elle est indépendante de toute hypothèse sur la forme des orbites stellaires et sur l'extension de la théorie de la gravitation. Il suffit que ces courbes soient symétriques, relativement à leur plus long diamètre, et que l'astre mineur y circule avec la même vitesse aux deux points également distants de l'astre majeur, ce qui est très admissible.

Ce procédé est fondé sur la durée de la propagation de la lumière.

Concevons une orbite stellaire dont le petit axe soit

situé perpendiculairement au rayon visuel, mené du soleil ou de la terre, qui peuvent ici être confondus. S'il en était de même du grand axe, et, par suite, du plan de l'orbite, les deux moitiés de la révolution, que l'astre mineur accomplit en des temps égaux, devraient paraître d'égale durée, quelle que pût être, à chaque position, la transmission de la lumière. Mais il ne peut plus en être ainsi, quand le plan de l'orbite est fort incliné vers le rayon visuel. Dans ce cas, la durée de la demi-révolution correspondante à la moitié de la courbe où l'astre se dirige vers nous, devra nous sembler moindre qu'elle n'est en réalité, et celle qui est relative à l'autre moitié paraîtra, au contraire, augmentée, en vertu de la différence des temps que la lumière doit employer à nous parvenir des deux points de l'orbite les plus inégalement distants de la terre. Ainsi, les deux moitiés de la révolution n'auront pas la même durée apparente, et, si leur inégalité peut être observée, elle fera connaître, d'après la vitesse de la lumière, la différence entre les distances de la terre aux deux points extrêmes de l'orbite. Dès lors, cette différence deviendra une base géométrique suffisante pour estimer, avec une approximation correspondante, les dimensions linéaires de l'orbite, et sa distance à la terre, son inclinaison et son étendue angulaire étant d'ailleurs préalablement données. Tout se réduit donc à constater une inégalité appréciable entre les durées des deux demi-révolutions; mais il est indispensable que cette appréciation s'opère d'après l'observation d'une révolution entière, afin que son exactitude ne dépende d'aucune hypothèse sur la nature géométrique de l'orbite stellaire, et sur la loi relative à la vitesse avec laquelle l'astre la parcourt.

Jusqu'à ce que l'expérience ait prononcé, on ignorera si les rayons des orbites stellaires sont assez considé-

rables, par rapport à leur éloignement, pour que l'on puisse apercevoir quelque différence très sensible entre les deux parties du temps périodique. Indépendamment du peu de précision que comporte la mesure des autres éléments du calcul, chaque seconde d'erreur sur ce temps, qui n'est probablement susceptible d'être apprécié qu'à plusieurs jours près, tend à introduire une erreur d'au moins trente-deux mille myriamètres dans l'évaluation de la distance cherchée ; aussi cette méthode est-elle seulement propre à déterminer un *maximum* ou un *minimum*.

L'étude indiquée ci-dessus, et qui est toute récente, devra sans doute faire, dans la suite des siècles, quelques progrès notables; mais les causes évidentes de son imperfection sont trop fondamentales, pour qu'on puisse espérer qu'elle présente jamais un caractère scientifique comparable à celui de l'astronomie solaire.

Je dois examiner ce qui comporte un certain caractère de positivité dans les hypothèses cosmogoniques. Toute idée de *création* doit être écartée, comme étant, par sa nature, entièrement insaisissable. Mais on peut rechercher les *transformations* successives du ciel, et d'abord, celle qui a pu produire l'état actuel.

La question consiste à décider si l'état du ciel offre des indices d'un état antérieur plus simple, dont le caractère puisse être déterminé. Il faut se reporter à la distinction que j'ai déjà établie entre notre monde et l'univers. Nous n'avons aucune base de conjecture sur la formation des soleils. Nous ne pouvons confirmer ou infirmer, à ce sujet, aucune hypothèse, puis qu'il n'existe aucun phénomène de ce genre exploré, ni même explorable. La formation de notre monde est la seule que nous puissions raisonnablement chercher. On doit reconnaître que la cosmogonie po-

sitive a commencé quand les géomètres, d'après la théorie mathématique de la figure des planètes, ont démontré leur fluidité primitive. Après avoir ainsi constaté l'état antérieur de chacune d'elles, il est naturel de remonter à l'origine du système planétaire, en vertu de sa constitution actuelle, avec un soleil tout formé.

Nous devons donc réduire la cosmogonie à l'étude de la formation de notre monde, en regardant le soleil comme donné, et même comme animé d'un mouvement de rotation uniforme. Nos conjectures sur une telle origine doivent être assujetties à la condition de n'y faire intervenir d'autres agents naturels que ceux dont nous apercevons l'influence dans les phénomènes ordinaires.

Passons, sans autre préambule, à l'examen de la théorie cosmogonique de Laplace, la plus plausible de toutes, et susceptible, à mon avis, d'une vérification mathématique, dont son illustre auteur n'avait pas conçu l'espérance. Elle a le mérite de faire opérer la formation de notre monde par la pesanteur et la chaleur, les deux seuls principes d'action qui soient rigoureusement généraux.

Cette hypothèse a pour but d'expliquer l'identité de la direction de toutes les circulations planétaires d'occident en orient; l'identité des rotations; les mêmes phénomènes à l'égard des satellites; la faible excentririté des orbites; et, enfin, le peu d'écartement de leurs plans, comparés à celui de l'équateur solaire. Je ne considère pas les comètes; car je préfère adopter l'opinion de Lagrange, indiquée dans la leçon précédente. Laplace les envisage comme des astres étrangers à notre monde; ce qui est contraire au principe, si bien établi, de l'indépendance des phénomènes intérieurs de notre système à l'égard des phénomènes sidéraux.

La cosmogonie de Laplace consiste à former les planètes par la condensation graduelle de l'atmosphère solaire, sup-

posée primitivement étendue jusqu'aux limites de notre monde, et successivement contractée par le refroidissement. Cette cosmogonie repose sur deux considérations mathématiques incontestable : la première concerne la relation qui existe, d'après la théorie des rotations et le théorème des aires, entre les dilatations ou contractions successives d'un corps quelconque, y compris son atmosphère qui en est inséparable, et la durée de sa rotation, qui doit s'accélérer quand les dimensions diminuent, ou devenir plus lente lorsqu'elles augmentent, afin que les variations angulaires et linéaires, que la somme des aires tend à éprouver, soient exactement compensées. La seconde considération est relative à la liaison de la vitesse angulaire de rotation du soleil à l'extension possible de son atmosphère, dont la limite mathématique est à la distance où la force centrifuge, due à cette rotation, devient égale à la gravité correspondante. Si, par une cause quelconque, une partie de cette atmosphère venait à se trouver placée au delà d'une telle limite, elle cesserait d'appartenir au soleil, quoiqu'elle dût continuer à circuler autour de lui avec la vitesse qu'elle avait au moment de la séparation, mais sans pouvoir dès lors participer aux modifications ultérieures qui surviendraient dans la rotation solaire par le progrès du refroidissement.

On conçoit comment la limite de l'atmosphère du soleil a dû diminuer sans cesse, pour les parties situées à l'équateur solaire, à mesure que le refroidissement a rendu la rotation plus rapide. Cette atmosphère a dû successivement abandonner, dans le plan de cet équateur, diverses zones gazeuses, situées un peu au delà des limites corespondantes; ce qui constituerait le premier état de nos planètes. Le même mode de formation s'appliquerait aux

différents satellites, par les atmosphères de leurs planètes respectives.

Nos astres, étant ainsi détachés de la masse solaire, ont pu devenir liquides et enfin solides, par le progrès de leur propre refroidissement, sans subir les nouvelles variations que l'atmosphère et la rotation du soleil ont pu éprouver. Mais l'irrégularité de ce refroidissement et l'inégale densité des diverses parties de chaque astre ont dû, pendant ces transformations, changer la forme annulaire primitive, qui n'a subsisté que dans les satellites de Saturne. Le plus souvent, la prépondérance d'une portion de la zone gazeuse a dû réunir graduellement, par voie d'absorption, autour de ce noyau, la masse entière de l'anneau ; et l'astre a pris ainsi une forme sphéroïdique, avec un mouvement de rotation dirigé dans le même sens que la translation, à cause de l'excès de vitesse des molécules supérieures à l'égard des inférieures.

Les caractères généraux de notre monde sont en harmonie avec cette théorie. La direction identique de tous les mouvements, tant de rotation que de translation, en dérive immédiatement. Les orbites seraient parfaitement circulaires et dans le plan de l'équateur solaire, si le refroidissement et la condensation avaient pu s'accomplir avec une entière régularité. Mais les variations irrégulières, qu'ont dû éprouver les différentes parties de chaque masse, dans leur température et dans leur densité, ont pu produire, comme le remarque justement Laplace, les faibles excentricités et les légères déviations que nous observons. On voit, en outre, que cette hypothèse explique l'impulsion primitive, propre à chaque astre de notre monde, qui embarrassait jusqu'ici la conception des mouvements célestes, et dont la rotation du soleil peut seule

rendre raison de la manière la plus naturelle. Enfin, il en résulte, bien que personne ne l'ait remarqué, que la formation des diverses parties de notre système a été successive : les planètes sont d'autant plus anciennes qu'elles sont plus éloignées du soleil, et la même loi s'observe, dans chacune d'elles, à l'égard de ses différents satellites, qui sont tous plus modernes que les planètes correspondantes.

Pour donner à cette cosmogonie une consistance mathématique, j'ai tenté d'y découvrir une vérification numérique.

Le principe de cette vérification consiste en ce que le temps périodique de chaque astre produit a dû être égal à la durée de la rotation de l'astre producteur, à l'époque où son atmosphère pouvait s'étendre jusque-là. La question consistait donc à déterminer quelle pouvait être alors la durée de la rotation du soleil.

Cette détermination semble exiger la connaissance des variations du moment d'inertie du soleil, auquel la vitesse angulaire de sa rotation a dû être toujours inversement proportionnelle; elle n'est pas possible, à cause de notre ignorance de la loi mathématique de la densité des couches intérieures de ce corps et de son atmosphère. Mais un autre point de vue m'a permis, d'après les théorèmes élémentaires d'Huyghens sur la mesure des forces centrifuges, combinés avec la loi de la gravitation, de former une équation très simple entre la durée de la rotation de l'astre producteur et la distance de l'astre produit, jusqu'auquel s'étendait la limite mathématique corespondante de son atmosphère. Les constantes de cette équation sont d'ailleurs bien connues : elles consistent uniquement dans le rayon de l'astre central, et l'intensité de la pesanteur à sa surface, qui est une conséquence directe de sa masse.

Cette équation conduit à la troisième loi de Képler sur l'harmonie des diverses révolutions, qui devient ainsi susceptible d'être conçue *à priori* au point de vue cosmogonique. Cette harmonie me semble par là complétée : car la loi de Képler expliquait bien pourquoi, étant donnés séparément le temps périodique et la moyenne distance d'un seul astre, tel autre astre circulait, d'après sa position, en tel temps; mais elle n'établissait aucune relation nécessaire entre la situation et la vitesse de chaque corps envisagé isolément, ce qui était surtout manifeste dans le cas d'une seule circulation, réalisé pour le système secondaire formé par la terre et la lune. Notre principe tend, en un mot, à constater une loi générale entre les diverses vitesses initiales, traitées jusqu'ici, en mécanique céleste, comme arbitraires. Ce rapprochement abrège, d'ailleurs, les calculs numériques qu'exige la vérification proposée puisqu'il suffit, dans chaque système de circulation, de l'avoir effectuée à l'égard d'un seul astre, pour qu'on doive aussitôt, en vertu de la loi de Képler, l'étendre à tous les autres.

La première comparaison de ce genre, qui m'ait vivement frappé, se rapporte à la lune; car on trouve alors que son temps périodique actuel s'accorde, à moins d'un dizième de jour près, avec la durée que devait avoir la rotation terrestre à l'époque où la distance lunaire formait la limite mathématique de notre atmosphère. La coïncidence est moins exacte, mais cependant très frappante, dans tous les autres cas. Cet écart, qui croît à mesure que l'on considère une planète plus lointaine, conserve à peu près le même rapport avec le temps périodique correspondant, dont il est ordinairement un quarante-cinquième.

Par l'ensemble de ces comparaisons, je suis donc conduit à ce résultat général : *en supposant la limite mathé-*

matique de notre atmosphère solaire successivement étendue jusqu'aux régions où se trouvent maintenant les diverses planètes, la durée de la rotation du soleil était, à chacune de ces époques, sensiblement égale à celle de la révolution sidérale actuelle de la planète correspondante; et de même, pour chaque atmosphère planétaire, à l'égard de tous les divers satellites respectifs. Je suis loin de regarder cette vérification comme une démonstraction mathématique; mais elle donne à l'hypothèse de Laplace la consistance scientifique qui lui manquait.

En considérant les différences qui existent entre les temps périodiques indiqués par notre principe et ceux qui ont lieu réellement, on peut espérer de remonter un jour aux époques des diverses formations successives. L'augmentation d'environ huit jours, par exemple, qu'a dû éprouver, d'après cette cosmogonie, notre année sidérale, depuis la séparation de la terre, permettrait de fixer, entre des limites plus ou moins écartées, la date de cet événement, si l'influence des diverses causes perturbatrices qui ont pu produire cette modification pouvait être suffisamment connue. Cette considération semble d'autant plus rationnelle, que l'écart croît à mesure qu'il se rapporte à une planète plus ancienne. Mais les difficultés mathématiques transcendantes, propres à une telle question, interdiront peut-être toujours d'effectuer une semblable détermination.

Une dernière conséquence de l'hypothèse cosmogonique proposée, c'est que la formation de notre monde est complète. Il suffit, pour le reconnaître, de vérifier que l'étendue de chaque atmosphère est actuellement inférieure à la limite mathématique qui résulte de la rotation correspondante, ce qui montre l'impossibilité de toute formation nouvelle.

Ainsi, l'état de notre monde serait, depuis un temps qu'on pourra peut-être un jour grossièrement assigner, aussi stable, au point de vue cosmogonique, qu'au point de vue mécanique. Ni l'une ni l'autre stabilité ne doivent être regardées comme absolues; mais leur durée peut suffire aux exigences les plus exagérées de la prévoyance humaine, relativement aux destinées de notre espèce. Nous savons que, par la seule résistance continue du milieu général, notre monde doit inévitablement se réunir à la masse solaire d'où il est émané; jusqu'à ce qu'une nouvelle dilatation de cette masse vienne, dans l'immensité des temps futurs, organiser de la même manière, un monde nouveau, destiné à fournir une carrière analogue.

VINGT-HUITIÈME LEÇON

Sommaire. — Considérations philosophiques sur l'ensemble de la physique.

Cette seconde branche de la philosophie n'a commencé à prendre un caractère positif que depuis la découverte de Galilée sur la chute des poids; tandis que l'astronomie était positive, à l'égard de la géométrie, depuis l'école d'Alexandrie. L'état scientifique de la première est moins satisfaisant que celui de la seconde : au point de vue spéculatif, quant à la pureté et à la coordination de ses théories; au point de vue pratique, quant à l'étendue et à l'exactitude des prévisions qui en résultent. Nous trouverons, dans les diverses sciences qu'il nous reste à considérer, des traces de plus en plus profondes de l'esprit métaphysique, dont l'astronomie est seule affranchie.

Nous devons d'abord circonscrire le champ des recherches de la physique.

L'ensemble de la physique et de la chimie a pour objet la connaissance des lois du monde inorganique. La distinction de ces deux sciences est très délicate à constituer. Je crois pouvoir l'établir d'après les trois considérations suivantes.

La première consiste dans le contraste qui existe entre la généralité des recherches physiques et la spécialité inhérente aux explorations chimiques. Toute considération de physique est applicable à un corps quelconque; toute idée

chimique concerne une action particulière à certaines substances. La pesanteur et la chaleur se manifestent dans tous les corps qui, en outre, sont plus ou moins sonores, et susceptibles de phénomènes optiques et même électriques. Il s'agit, en chimie, de propriétés qui varient, non seulement entre les substances élémentaires, mais encore parmi les combinaisons analogues. Les phénomènes magnétiques semblaient présenter une exception à la généralité des études physiques; mais cette objection a disparu depuis que Œrsterdt a montré que ces phénomènes sont une simple modification des phénomènes électriques.

La seconde considération consiste à remarquer que, en physique, les phénomènes sont relatifs aux masses, et, en chimie, aux molécules, d'où cette dernière science tirait autrefois son nom de *physique moléculaire*. Cette distinction, dont l'énoncé abstrait n'est plus strictement scientifique, consiste réellement en ce que, pour tous les phénomènes chimiques, l'un des corps, au moins, doit être dans un état d'extrême division, et même le plus souvent fluide, tandis que cette condition n'est jamais indispensable à la production d'un phénomène physique.

Enfin une troisième remarque sépare peut-être plus nettement les phénomènes physiques des phénomènes chimiques. Dans les premiers, la nature des corps, c'est-à-dire la composition de leurs molécules, reste inaltérable. Dans les seconds, au contraire, l'action mutuelle des corps altère nécessairement leur nature, et c'est même cette modification qui constitue le phénomène.

D'après ce qui précède, on voit que la physique consiste dans *l'étude des lois qui régissent les propriétés générales des corps, ordinairement envisagés en masse, et constamment placés dans des circonstances susceptibles de maintenir intacte la composition de leurs molécules, et même, le plus souvent,*

leur état d'agrégation. Le but des théories physiques est de *prévoir, le plus exactement possible, tous les phénomènes que présentera un corps placé dans un ensemble quelconque de circonstances données;* en excluant toutefois celles qui pourraient le dénaturer.

Des trois procédés généraux qui constituent l'art d'observer, le dernier, la comparaison, n'est guère plus applicable à cette science qu'à l'astronomie. Mais la physique comporte le plus complet développement des deux autres modes d'observation. L'observation proprement dite qui, en astronomie, est bornée à l'usage d'un seul sens, commence à recevoir ici toute son extension possible. L'expérience, convenablement dirigée, constitue la principale force des physiciens. Cet heureux artifice consiste à observer en dehors des circonstances naturelles, en plaçant les corps dans des conditions artificielles, qui facilitent l'examen de la marche des phénomènes qu'on veut analyser à un point de vue déterminé. C'est en physique que se trouve le triomphe de l'expérimentation, qui n'y est assujettie à presque aucune restriction, et qui s'y développe plus librement que dans toute autre partie de la philosophie.

Après l'usage des méthodes expérimentales, la principale base du perfectionnement de la physique résulte de l'application de l'analyse mathématique. C'est ici que finit le domaine de cette analyse ; il serait chimérique d'espérer qu'il s'étendît au delà, même en se bornant aux phénomènes chimiques. L'application de l'analyse, en physique, se présente sous deux formes, l'une directe, l'autre indirecte. La première a lieu quand la considération immédiate des phénomènes permet d'y saisir une loi numérique, qui devient la base d'une suite de déductions analytiques. Ainsi Fourier a créé sa théorie mathé-

matique de la répartition de la chaleur, en la fondant sur le principe de l'action thermologique qui s'exerce entre deux corps, proportionnellement à la différence de leur température. Le plus souvent, au contraire, l'analyse mathématique ne s'introduit qu'indirectement, c'est-à-dire après que les phénomènes ont été ramenés, par une étude expérimentale, à quelques lois géométriques ou mécaniques : telles sont les théories de la réflexion ou de la réfraction, et l'étude de la pesanteur ou celle d'une partie de l'acoustique.

L'application de l'analyse à la physique n'est pas encore assez philosophiquement instituée ; mais elle a déjà rendu d'éminents services. On ne peut rendre mathématiques la plupart des recherches physiques, qu'après avoir écarté une portion plus ou moins essentielle des conditions du problème : il faut donc observer une grande réserve dans l'emploi des déductions de cette analyse incomplète. On pourrait cependant augmenter l'utilité de l'analyse, en ne lui accordant plus une prépondérance exclusive, et en consultant plus convenablement l'expérience qui, cessant d'être bornée à la détermination des coefficients, comme on le voit trop souvent, fournirait aux méthodes mathématiques des points de départ moins éloignés de la réalité. Cet art de combiner l'analyse et l'expérience, sans subalterniser l'une à l'autre, est presque inconnu. Il constitue le dernier progrès de la méthode, en physique. Il ne sera réalisé que le jour où les physiciens se chargeront enfin, dans ces recherches, de diriger eux-mêmes l'instrument analytique, au lieu de le laisser aux géomètres.

Après avoir analysé l'objet de la physique et ses différents modes d'exploration, je dois en fixer la position encyclopédique.

Nous avons vu l'astronomie nous offrir le type le plus parfait de la méthode qu'on doit appliquer à la découverte des lois naturelles. C'est par l'astronomie que l'esprit positif a commencé à s'introduire en philosophie, après avoir été développé par les mathématiques. Cette science nous a appris ce qu'est l'*explication* positive d'un phénomène, sans aucune enquête sur sa *cause*, ou première ou finale, ni sur son mode de production. A quelle source plus pure puiserait-on un tel enseignement? La physique doit surtout se proposer un pareil modèle ; car, ses phénomènes étant les moins compliqués de tous après les phénomènes astronomiques, cette imitation peut être plus complète.

Indépendamment de la relation de méthode, l'ensemble des théories astronomiques est une donnée préliminaire, indispensable à l'étude de la physique. Le phénomène le plus élémentaire, celui de la pesanteur, ne peut pas être approfondi, abstraction faite du phénomène astronomique dont il n'est qu'un cas particulier. J'ai déjà remarqué que le phénomène des marées établit une transition presque insensible de l'astronomie à la physique.

La physique est donc sous la dépendance de la science mathématique, base évidente de l'astronomie. Quelle que soit cette subordination quant à la doctrine, c'est relativement à la méthode que la filiation de la physique me semble surtout importante. N'oublions jamais, en effet, que l'esprit de la philosophie positive s'est formé par la culture des mathématiques, et qu'il faut remonter jusqu'à une telle origine pour connaître cet esprit dans toute sa pureté. C'est seulement par l'habitude des vérités simples et lucides de la géométrie et de la mécanique qu'on peut se préparer à établir dans les études les plus complexes des démonstrations réelles. Rien ne saurait tenir

lieu d'un tel régime pour dresser complètement l'organe intellectuel. L'éducation scientifique, propre à former des physiciens, est plus compliquée que celle qui convient aux astronomes, puisque, indépendamment d'une base commune qui suffit à ceux-ci, les premiers doivent y joindre l'étude, au moins générale, de l'astronomie. A cet égard, la position encyclopédique, que j'ai assignée à la physique, est incontestable.

Son rang n'est pas moins évident quant à ses relations avec les sciences que j'ai classées après elle.

Ce ne saurait être par accident que, non seulement dans notre langue, mais encore dans celles de tous les peuples penseurs, le nom destiné à désigner l'ensemble de l'étude de la nature soit devenu, depuis environ un siècle, la dénomination de la science que nous considérons ici. Un usage aussi universel résulte du sentiment profond, quoique vague, de la prépondérance de la physique dans toute la philosophie, qu'elle domine en effet, en exceptant la seule astronomie, qui n'est qu'une émanation de la science mathématique. Il suffit de considérer cette relation, pour concevoir que l'étude des propriétés communes à tous les corps doit précéder celle des modifications propres aux diverses substances. La nécessité d'un tel ordre est sensible à l'égard de la méthode, qui oblige à étudier les phénomènes les plus complexes après les moins complexes. Relativement à la science de la vie, en particulier, il est évident que les corps vivants sont soumis aux lois de la matière, modifiées seulement, dans leurs manifestations, par les circonstances caractéristiques de l'état vivant. Cette subordination est encore plus frappante pour la chimie; car tout acte chimique s'accomplit sous les influences physiques, dont le concours est inévitable. Quel phénomène de composition ou de décomposition serait

intelligible, si l'on ne tenait aucun compte de la pesanteur, de la chaleur, de l'électricité? Or, pourrait-on apprécier la puissance chimique de ces divers agents, sans connaître les lois relatives à leur influence respective? Il suffit d'indiquer ces motifs, pour mettre hors de doute la dépendance de la chimie à l'égard de la physique.

Il importe de remarquer que les phénomènes naturels commencent, à partir de la physique, à être réellement modifiables par l'intervention humaine, ce qui ne pouvait avoir lieu en astronomie, et ce que nous verrons se manifester de plus en plus dans tout le reste de notre série encyclopédique. Si la simplicité des phénomènes astronomiques n'avait pas permis de les prévoir exactement, l'impossibilité, dans laquelle on se trouve d'intervenir dans leur accomplissement, eût rendu difficile leur affranchissement de toute suprématie théologique et métaphysique. Mais cette prévoyance a été bien autrement efficace que la petite action de l'homme sur les autres phénomènes. Aussi, en astronomie, le positivisme a-t-il triomphé presque spontanément, si ce n'est au sujet du mouvement de la terre. L'action de l'homme sur les autres phénomènes, si restreinte qu'elle soit, acquiert une haute importance philosophique par le peu de perfection que l'on peut apporter dans leur prévision. Le caractère de toute philosophie théologique est de concevoir les phénomènes comme assujettis à des volontés surnaturelles, et, par suite, variables. Or, pour le public, qui ne saurait discuter la meilleure manière de philosopher, ces explications ne peuvent être renversées que par deux moyens généraux, dont le succès populaire est infaillible à la longue. La prévoyance exacte des phénomènes fait disparaître toute idée d'une volonté directrice. La possibilité de les modifier suivant nos convenances conduit au même résul-

tat, en présentant cette puissance comme subordonnée à la nôtre. Le premier procédé n'est applicable qu'aux phénomènes célestes. Mais le second, lorsque la réalité en est bien évidente, détermine aussi nécessairement l'assentiment universel. C'est ainsi que Franklin a détruit, dans les intelligences les moins cultivées, la théorie religieuse du tonnerre, en prouvant l'action directrice que l'homme peut exercer, entre certaines limites, sur ce météore. La découverte d'une telle faculté de diriger la foudre a donc exercé la même influence, sur le renversement des préjugés théologiques, que, dans un autre cas, la prévision exacte des retours des comètes.

En considérant l'appréciation philosophique de la physique, à l'égard de sa méthode et quant à la perfection de son caractère scientifique, nous trouvons que la valeur de cette science est en harmonie avec le rang qu'elle occupe. La perfection d'une science se mesure par sa coordination plus ou moins complète, et par la prévision plus ou moins exacte qui en résulte. Or, en premier lieu, la physique doit toujours être inférieure à l'astronomie, qui a été ramenée à une rigoureuse unité, tandis que de nombreuses branches de cette science sont presque entièrement isolées les unes des autres. De même la prévision des événements célestes est remplacée, en physique, par une prévoyance à courte portée, qui, pour ne pas être incertaine, peut à peine perdre de vue l'expérience immédiate. Mais, d'un autre côté, la supériorité de la physique sur les autres sciences est incontestable, même relativement à la chimie, et, à plus forte raison, à la biologie. Il est important de noter que l'étude philosophique de la physique présente une utilité spéciale comme moyen d'éducation intellectuelle : c'est la connaissance approfondie de l'art de l'expérimentation. La science mathématique fait connaître

les conditions de la positivité; l'astronomie caractérise l'étude de la nature; la physique enseigne la théorie de l'expérimentation; la chimie, l'art des nomenclatures; et enfin la science des corps organisés dévoile la théorie des classifications.

Pour compléter mon jugement sur la philosophie de la physique, il me reste à examiner l'esprit qui doit présider à la construction et à l'usage des *hypothèses*, conçues comme un puissant et indispensable auxiliaire dans l'étude de la nature. C'est sur la philosophie astronomique que je m'appuierai pour un tel examen. La fonction que remplissent, en physique, les hypothèses, m'oblige à placer ici ce problème de philosophie positive.

Théorie des hypothèses. — Il n'y a que deux moyens propres à dévoiler la loi d'un phénomène : l'analyse immédiate de sa marche, et sa relation à quelque loi, préalablement établie; en un mot, l'induction, et la déduction. L'une et l'autre seraient insuffisantes, si l'on ne commençait par faire une supposition provisoire; de là l'introduction des hypothèses. Sans cet heureux détour, dont les méthodes d'approximation des géomètres ont suggéré l'idée, la découverte des lois naturelles serait impossible dans les cas compliqués. Mais cet artifice doit remplir une condition, à défaut de laquelle il entraverait le développement des connaissances. Cette condition, c'est qu'il ne faut jamais imaginer que des hypothèses susceptibles d'une vérification positive. En d'autres termes, les hypothèses vraiment philosophiques doivent être de simples anticipations sur ce que l'expérience et le raisonnement auraient pu dévoiler immédiatement, si les circonstances du problème eussent été plus favorables. En se tenant à cette règle, on peut toujours introduire des hypothèses; car on se borne ainsi

à substituer une exploration indirecte à l'exploration directe, quand celle-ci serait impossible ou trop difficile. Mais, si l'une et l'autre n'avaient pas le même sujet, si l'on prétendait atteindre, par l'hypothèse, à ce qui est inaccessible à l'observation et au raisonnement, l'hypothèse sortant du domaine scientifique deviendrait nuisible. Or, nos études sont circonscrites à l'analyse des phénomènes pour aboutir à la découverte de leurs *lois*, c'est-à-dire leurs relations constantes de succession ou de similitude ; elles ne peuvent nullement concerner leur nature intime, ni leur *cause*, ou première ou finale, ni leur mode essentiel de production. Toute hypothèse, qui franchit ces limites, ne peut qu'engendrer des discussions interminables, en prétendant prononcer sur des questions insolubles.

Les hypothèses employées par les physiciens doivent être divisées en deux classes : les unes, jusqu'ici peu nombreuses, sont relatives aux lois des phénomènes ; les autres, dont le rôle actuel est plus étendu, concernent la détermination des agents généraux, auxquels on rapporte les différents genres d'effets naturels. Or, d'après la règle précédente, les premières sont seules admissibles; les secondes sont chimériques ; elles entravent le progrès de la physique. Telle est la maxime philosophique que je dois établir.

En astronomie, le premier ordre d'hypothèses est exclusivement usité, depuis que cette science est devenue positive. Tel fait est peu connu, ou telle loi est ignorée : on forme alors, à cet égard, une hypothèse en harmonie avec les données acquises, et la science finit par conduire à de nouvelles conséquences observables, susceptibles de confirmer ou d'infirmer, sans équivoque, la supposition primitive. Depuis l'établissement de la loi de

la gravitation, les géomètres et les astronomes ont renoncé à créer des fluides chimériques, pour expliquer le mode de production des mouvements célestes.

Pourquoi les physiciens ne borneraient-ils pas, comme les astronomes, les hypothèses à porter uniquement sur les circonstances inconnues des phénomènes, ou sur leurs lois ignorées? A quoi bon ces conceptions fantastiques sur les fluides et les éthers, auxquels on rapporte les phénomènes de la chaleur, de la lumière, de l'électricité et du magnétisme? Ce mélange de réalité et de chimères fausse les notions essentielles, engendre des débats sans issue, et éloigne beaucoup de bons esprits d'une étude qui offre un tel caractère d'arbitraire.

La seule définition de ces agents inintelligibles devrait suffire pour les exclure de toute science. Leur existence n'est pas plus susceptible de négation que d'affirmation. Ils sont imaginés comme invisibles, comme intangibles, comme impondérables même: notre raison ne saurait donc avoir sur eux aucune prise. C'est par une véritable inconséquence que ceux qui croient à l'existence du calorique, de l'éther lumineux, ou des fluides électriques, refusent d'admettre les anges et les génies. On a vu de tels physiciens repousser, comme indigne d'examen, l'idée du fluide sonore, proposée par Lamark : cependant le seul tort de cette hypothèse, c'est d'être venue beaucoup trop tard, longtemps après que l'acoustique était pleinement constituée.

A la vérité, les physiciens se défendent d'attacher une réalité intrinsèque à ces hypothèses, qu'ils préconisent comme des moyens de faciliter la conception des phénomènes. Mais est-il possible, après avoir adopté une notion qui ne comporte aucune vérification, de la mêler à toutes les idées réelles, sans être entraîné involontairement à

lui attribuer une existence effective? Même en admettant cette sécurité, sur quel motif pourrait-on fonder la nécessité d'une marche aussi étrange? L'astronomie s'en passe, et cependant on y conçoit très nettement tous les phénomènes. La véritable raison, c'est que l'astronomie, étant plus ancienne que la physique, a atteint, avant elle, l'entier développement de son caractère scientifique.

En examinant la prétendue destination de ces hypothèses, on ne comprend pas comment la dilatation des corps serait *expliquée*, c'est-à-dire éclaircie par cette idée qu'un fluide, interposé entre les molécules, tend à en augmenter les intervalles, puisqu'il reste à concevoir d'où vient à ce fluide cette élasticité, qui est encore moins intelligible que le fait primitif. De même, on ne conçoit pas mieux la propriété lumineuse des corps, après l'avoir attribuée à leur faculté incompréhensible de lancer un fluide fictif, ou de faire vibrer un éther imaginaire. Il en est de même à l'égard des phénomènes électriques ou magnétiques. Toutes ces explications ne sont guère plus scientifiques que l'explication métaphysique des phénomènes humains, par l'action mystérieuse de l'âme sur le corps. Dans l'un et l'autre cas, loin d'aplanir aucune difficulté, on en fait naître un grand nombre de nouvelles. Toute tentative, même fictive, pour concevoir le mode de production des phénomènes, est illusoire, et opposée au véritable esprit scientifique.

Cette manière de raisonner ne tient qu'à une dernière influence de la philosophie métaphysique, dont le joug pèse encore sur nous à tant d'égards. Bien que cette démonstration appartienne à la dernière partie de cet ouvrage, je crois devoir l'indiquer ici.

Les *fluides* ont pris la place des *entités*, dont la transfor-

mation a consisté à se matérialiser. Qu'est-ce que la chaleur, conçue comme existant à part du corps chaud ; la lumière, indépendante du corps lumineux ; l'électricité, séparée du corps électrique ? Ne sont-ce pas de pures entités, aussi bien que la pensée, envisagée comme un être indépendant du corps pensant ; ou la digestion, isolée du corps digérant ? La seule différence qui les distingue des anciennes entités scolastiques, c'est qu'on a substitué, à des êtres abstraits, des fluides imaginaires, dont la corporéité est équivoque, puisqu'on leur ôte toutes les qualités susceptibles de caractériser une matière quelconque. Nous n'avons donc pas même la ressource de les envisager comme la limite idéale d'un gaz, de plus en plus raréfié. Le caractère des conceptions métaphysiques est d'envisager les phénomènes indépendamment des corps qui les manifestent, d'attribuer aux propriétés de chaque substance une existence distincte de la sienne. Qu'importe ensuite que, de ces abstractions personnifiées, on fasse des âmes ou des fluides ? L'origine est toujours la même, et se rattache à cette enquête sur la nature intime des choses, qui caractérise, en tout genre, l'enfance de l'esprit humain, et qui inspira primitivement la conception des dieux, devenus ensuite des âmes, et finalement transformés en fluides imaginaires.

Cette considération se trouve en harmonie avec l'analyse historique. A l'origine de toute science positive, l'intelligence a passé par cette phase de développement nécessaire. C'est un intermédiaire indispensable entre l'état métaphysique et l'état positif. Sans ce positivisme bâtard, l'esprit humain n'aurait jamais pu renoncer aux théories métaphysiques, qui lui permettaient, en apparence, la connaissance intime des êtres et du mode de production de leurs phénomènes.



L'astronomie n'a pas plus échappé que la physique à cette obligation. Seulement, cette phase de développement est accomplie depuis si longtemps, que personne n'y fait plus attention. Mais, en étudiant la marche de l'esprit humain au dix-septième siècle, on reconnaît combien, à cette époque, les géomètres et les astronomes étaient préoccupés d'hypothèses analogues. Tel est le caractère de la conception de Descartes sur l'explication des mouvements célestes par l'influence d'un système de tourbillons imaginaires. L'histoire de cette hypothèse est la plus propre à éclaircir la question actuelle : car, ici, l'analyse porte sur une opération philosophique achevée, où nous suivons l'enchaînement des trois phases, la création de l'hypothèse, son usage temporaire, et enfin son rejet définitif, après l'accomplissement de sa destination réelle. Ces fameux tourbillons, tant décriés maintenant par les physiciens qui croient fermement au calorique, à l'éther, et aux fluides électriques, ont été un puissant moyen de développement pour la saine philosophie, en introduisant l'idée d'un mécanisme quelconque, où Képler lui-même n'avait osé concevoir que l'action incompréhensible des âmes et des génies. Après la théorie de la gravitation newtonienne, l'influence, d'abord progressive, du système des tourbillons devint rétrograde, en vertu de cette triste fatalité, qui pousse les doctrines, aussi bien que les institutions et les pouvoirs, à prolonger leur activité au delà de la fonction, plus ou moins temporaire, que la marche de l'esprit humain leur avait assignée.

Ce n'est pas seulement en astronomie que nous pouvons observer cette transition : elle est maintenant accomplie dans les branches de la physique les plus avancées, et surtout dans l'étude de la pesanteur. Il n'a peut-être pas existé un seul savant de quelque valeur, pendant le dix-

septième siècle, même longtemps après Galilée, qui n'ait construit ou adopté un système sur les causes de la chute des corps. Qui s'occupe aujourd'hui de ces hypothèses, sans lesquelles l'étude de la pesanteur semblait cependant impossible ? L'acoustique en est également affranchie. Les travaux de Fourier tendent à débarrasser la thermologie de tous les fluides et éthers imaginaires. Il ne reste donc que la lumière et l'électricité. Or, il n'y a aucun motif qui puisse les faire excepter de la règle générale. Cette question doit être regardée comme résolue par tous ceux qui pensent que le développement historique de l'esprit humain est assujetti à des lois déterminées et uniformes. On admettra donc, en physique, comme principe de la théorie des hypothèses, que *toute hypothèse scientifique, afin d'être réellement jugeable, doit exclusivement porter sur les lois des phénomènes, et jamais sur leurs modes de production.*

Il ne me reste plus qu'à indiquer le plan suivant lequel je dois procéder à l'examen philosophique des différentes parties de la physique.

Je me suis efforcé de suivre le principe de clasification que j'ai établi dès le début de cet ouvrage. Je devais donc disposer les diverses branches de la physique d'après le degré de généralité des phénomènes correspondants, leur complication plus ou moins grande, la perfection relative de leur étude, et enfin leur dépendance mutuelle.

Tous ces motifs se réunissent pour assigner le premier rang à la science des phénomènes de la pesanteur : leur généralité ne saurait être douteuse, leur simplicité et leur indépendance à l'égard de tous les autres ne sont pas moins sensibles. En même temps, par une suite nécessaire de ces qualités, leur étude constitue certainement la partie la plus satisfaisante de la physique.

Les mêmes considérations appliquées, en sens inverse, quoique d'une manière moins évidente, me font placer, à l'extrémité opposée, les phénomènes électriques, dont je ne sépare pas les phénomènes magnétiques.

Entre ces deux termes viennent s'intercaler, d'après les mêmes principes, la thermologie, l'acoustique et l'optique. La théorie de la chaleur me semble devoir être placée après celle de la pesanteur, à cause de la généralité de ses phénomènes. Le caractère scientifique y est plus prononcé que dans l'étude de l'électricité ou de la lumière. Enfin, quoique l'application de l'analyse mathématique y ait eu lieu plus tard, elle y présente un aspect plus rationnel, grâce à la supériorité de son fondateur qui, dédaignant de disserter algébriquement sur des fluides imaginaires, s'est imposé la condition sévère d'une parfaite positivité.

Cette dernière considération concourt, avec celle de la généralité relative, à me faire placer l'acoustique avant l'optique. La positivité en est certainement supérieure, le son n'étant point aujourd'hui personnifié comme la lumière.

Tel est donc l'ordre des branches principales de la physique : barologie, thermologie, acoustique, optique et électrologie.

VINGT-NEUVIÈME LEÇON

Sommaire. — Considérations générales sur la barologie.

On envisage, dans la barologie, les effets statiques et les effets dynamiques, produits par la gravité. Chacune de ces deux sections est subdivisée en trois parties, suivant qu'il s'agit de l'état solide, liquide ou gazeux du corps considéré. Telle est la distribution rationnelle, indiquée par la nature du sujet, et d'ailleurs conforme au développement historique de la barologie.

Examinons d'abord la partie statique.

Les premières notions scientifiques, au moins en ce qui concerne les solides, remontent à Archimède. Il établit, le premier, que le *poids* d'un corps est indépendant de la forme de la surface, et dépend seulement du volume, tant que la nature et la constitution du corps ne sont pas changées. Après un tel point de départ, non seulement il reconnut que, dans les masses homogènes, les poids sont proportionnels aux volumes, mais encore il découvrit le meilleur moyen, dont les physiciens feront indéfiniment usage, pour mesurer, en chaque corps solide, d'après son célèbre principe d'hydrostatique, le coefficient spécifique qui permet, suivant cette loi, d'évaluer, l'un par l'autre, le poids et le volume du corps. Enfin, nous devons aussi à Archimède la notion du centre de gravité. Ainsi, abstraction faite de la relation des poids aux masses, qui n'a pu être connue que des modernes, Archimède doit être

regardé comme le fondateur de la barologie statique, en ce qui concerne les solides. Toutefois, la rigueur historique oblige à distinguer une notion qui n'était pas bien nette à l'époque d'Archimède, mais qui l'est devenue peu de temps après : c'est celle de la direction de la pesanteur, que l'école d'Alexandrie a reconnu devoir varier d'un lieu à un autre, suivant la normale à la surface du globe terrestre.

Les anciens n'ont eu aucune idée juste de l'équilibre des liquides pesants. Le principe d'Archimède ne concernait que l'équilibre des solides soutenus par des liquides. Cette théorie est réellement due aux modernes.

Les physiciens ont aisément reconnu que la fluidité mathématique et la rigoureuse incompressibilité, par lesquelles les géomètres spécifient l'état liquide, ne sont pas exactes. Mais la petitesse de ce dernier effet permet de le négliger dans presque tous les cas. Il en est de même de l'imparfaite fluidité, pourvu que la masse ait une certaine étendue. En écartant ces deux considérations, nous devons distinguer l'équilibre des liquides pesants, selon qu'il s'agit d'une masse assez limitée pour que les verticales puissent être regardées comme parallèles; ou, au contraire, d'une masse très étendue, comme la mer, où il faut tenir compte de la direction variable de la gravité.

Le premier cas a été le seul considéré d'abord; c'est à lui que se rapportent les travaux de Stévin, qui, guidé par le principe d'Archimède, prouva que la pression sur une paroi horizontale est toujours égale au poids de la colonne liquide de même base, qui aboutirait à la surface d'équilibre; il ramena ensuite à ce cas celui d'une paroi plane inclinée, en la décomposant en éléments horizontaux. D'après cela, l'analyse infinitésimale permet de calculer la pression exercée contre une portion d'une surface courbe

quelconque. On en a déduit la pression totale, supportée par l'ensemble du vase, et c'est ainsi qu'on a résolu le fameux paradoxe de Stévin, relatif au cas où le liquide exerce sur le fond du vase une pression supérieure à son poids; ce qui n'avait semblé contradictoire qu'en vertu de la confusion qu'on avait établie entre la pression supportée par le fond et la pression totale, en ne tenant pas compte des pressions latérales.

La mesure genérale des pressions conduit à la théorie de l'équilibre des corps flottants, qui n'en est qu'une application. En regardant la partie plongée du solide comme une paroi, on voit que la poussée totale du liquide pour soulever ce corps équivaut à une force verticale, égale au poids du fluide déplacé, et appliquée au centre de gravité de cette portion immergée. Or, cette règle, qui n'est autre que le principe d'Archimède, réduit la recherche des situations d'équilibre, propres aux divers corps homogènes, flottant sur des liquides homogènes, à ce simple problème, si bien traité par Archimède : dans un corps de forme connue, mener un plan, qui le coupe en deux segments, dont les centres de gravité soient situés sur une même droite, perpendiculaire au plan sécant, leurs volumes étant d'ailleurs dans un rapport donné, ce qui ne peut présenter que des difficultés de détail, quelquefois très grandes. La seule recherche délicate concerne les conditions de la stabilité de cet équilibre, et l'analyse des oscillations du corps flottant autour de sa situation stable. L'étude des oscillations verticales est facile, parce qu'on apprécie aisément la manière dont la poussée augmente, quand le corps s'enfonce, ou diminue, quand il s'élève. Mais il n'en est plus ainsi des oscillations relatives à la rotation, comme le roulis ou le tangage. Ici, les travaux des géomètres, qui sont obligés de faire abstraction de la résistance et de l'a-

gitation du liquide, sont de purs exercices mathématiques.

Considérons l'équilibre des grandes masses liquides, qui se rattache à la théorie de la figure des planètes. En regardant la forme de la surface d'équilibre comme connue, et en la supposant sphérique pour plus de simplicité, l'analyse du problème présente encore des difficultés insurmontables. Car l'hydrostatique rationnelle enseigne que l'équilibre ne serait possible que si l'on supposait la même densité à tous les points également distants du centre de la terre, ce qui, évidemment, ne saurait avoir lieu, en vertu de leurs températures, nécessairement inégales, par la seule diversité de leurs positions.

La théorie des marées pourrait être classée ici comme un appendice de cette partie de la barologie ; ce qui arrivera, sans doute, quand les études physiques seront devenues aussi fortes et aussi coordonnées qu'elles devraient l'être.

Il faut envisager la dernière section de la barologie statique, relative à l'équilibre des gaz, et spécialement de l'atmosphère, en vertu de leur poids.

Il a fallu d'abord découvrir la pesanteur du milieu dans lequel nous vivons. Cette pesanteur ne pouvait être constatée que d'une manière indirecte, par l'examen des pressions que l'atmosphère exerce sur les corps placés à sa base, en vertu des lois de l'équilibre des fluides. Une telle découverte était donc impossible avant la théorie mathématique de ces pressions, créée par Stévin, au commencement du dix-septième siècle. Cette théorie devait conduire à dévoiler ce grand fait, et l'époque de cette découverte n'a été retardée que par l'influence des habitudes métaphysiques. Il suffisait d'oser envisager, à un point de vue positif, l'équilibre de l'atmosphère. Tel fut, dans ses dernières années, le projet de Galilée, si bien exécuté ensuite par son illustre

disciple Torricelli. L'existence et la mesure de la pression atmosphérique devinrent irrécusables, quand Torricelli eut découvert que cette force soutient les différents liquides à des hauteurs inversement proportionnelles à leurs densités. L'ingénieuse expérience de Pascal compléta la conviction générale, en constatant la diminution de cette pression à mesure qu'on s'élève dans l'atmosphère. Enfin, la belle invention du célèbre bourgmestre de Magdebourg vint permettre une démonstration directe, en donnant les moyens de faire le vide et, par suite, d'apprécier exactement la pesanteur spécifique de l'air qui nous entoure, jusqu'alors très vaguement mesurée.

Le poids de l'air, et en général des gaz, étant bien constaté, il fallait une dernière condition pour qu'on pût appliquer à l'équilibre atmosphérique les lois de l'hydrostatique : c'était la connaissance de la relation entre la densité d'un fluide élastique et la pression qu'il supporte. La découverte de cette relation fut faite, presque en même temps, par Mariotte, en France, et par Boyle, en Angleterre. Il était naturel de supposer d'abord que la compressibilité des gaz est indépendante de leur densité; et, en effet, ces deux physiciens constatèrent que les volumes occupés par une même masse gazeuse sont en raison inverse des pressions qu'elle supporte. Cette loi, établie entre des limites peu écartées, a été vérifiée jusqu'à trente atmosphères, et adoptée comme base de la mécanique des gaz et des vapeurs. Mais il serait difficile d'admettre qu'elle soit l'expression mathématique de la réalité. Il en est toujours ainsi dans l'application des conceptions abstraites à l'interprétation de la nature, dont les lois ne peuvent être connues que par des approximations.

D'après cette loi, la théorie de l'équilibre atmosphérique tombe sous la compétence de la mécanique rationnelle.

L'atmosphère ne peut, pas plus que l'Océan, être dans un état d'équilibre rigoureux. Il est néanmoins indispensable de considérer l'équilibre partiel d'une colonne atmosphérique très étroite, pour se former une juste idée du mode de décroissement, propre à la densité et à la pression des différentes couches. On voit ainsi que les densités et les pressions diminueraient en progression géométrique pour des hauteurs croissantes en progression arithmétique, si la température pouvait être la même en tous les points de la colonne, et que l'on négligeât le décroissement presque insensible de la gravité. Mais l'abaissement de la température des couches atmosphériques, à mesure qu'elles sont plus élevées, doit rendre chaque couche plus dense que ne le comporterait sa position. L'étude de ce phénomène se complique donc d'un nouvel élément, jusqu'ici tout à fait inconnu : c'est la loi relative à la variation verticale des températures atmosphériques. On ne doit donc employer, qu'à défaut de détermination géométrique, le procédé imaginé par Bouguer pour la mesure des hauteurs par le baromètre.

Pour compléter la barologie statique, il faut examiner les modifications de ses lois, à l'égard des petites masses fluides, en vertu de l'imparfaite fluidité des liquides et des gaz. Elles consistent en une élévation notable, quelquefois changée en dépression, relativement à la surface ordinaire d'équilibre, pour les filets liquides contenus dans des tubes très étroits : on les a peu étudiées sur les gaz. C'est ici le lieu de la théorie de la capillarité, parce que les effets capillaires consistent dans une altération notable des lois de la pesanteur.

La théorie actuelle me paraît peu satisfaisante. Cette force mystérieuse et indéterminée qui, par sa définition, échappe à tout contrôle, dont l'intervention cesse ou reparaît presque à volonté, à laquelle on ajoute ou l'on

retranche des qualités essentielles pour la faire correspondre aux phénomènes, ne serait-elle pas une pure entité ? Une telle théorie a-t-elle perfectionné l'étude de la capillarité, dont les progrès sont presque nuls depuis plus d'un demi-siècle?

Quoi qu'il en soit, l'étude des phénomènes capillaires est du plus haut intérêt, en vertu du rôle de la capillarité dans l'ensemble des phénomènes biologiques. Les effets remarquables découverts par Dutrochet, sous les noms d'*endosmose* et d'*exosmose*, viennent s'y rattacher spontanément. C'est l'action capillaire envisagée en surface, au lieu de la simple capillarité linéaire, jusqu'alors étudiée par les physiciens.

Considérons la barologie dynamique et, en premier lieu, ce qui se rapporte aux solides.

La belle observation relative à la chute identique de tous les corps dans le vide a établi la proportionnalité entre les poids et les masses, qui manquait à la barologie statique.

L'accélération de la chute des corps pesants n'avait pas échappé au génie d'Aristote, dont l'hypothèse consistait à faire croître la vitesse proportionnellement à l'espace parcouru. La découverte de la véritable loi constitue surtout la gloire de Galilée, qui fit connaître les deux modes de vérification expérimentale, soit par l'observation de la chute ordinaire, soit par le ralentissement de la chute à l'aide d'un plan incliné.

Par cette seule loi de Galilée, tous les problèmes, relatifs au mouvement des corps pesants, rentrent dans le domaine de la dynamique rationnelle, dont ils ont provoqué la formation, au dix-septième siècle. L'étude du mouvement de translation du corps libre dans l'espace est due à Galilée lui-même, qui établit la théorie du mou-

vement curviligne des projectiles, abstraction faite de la résistance de l'air.

Quant aux mouvements que produit la pesanteur dans un corps retenu, le cas où ce corps est assujetti sur une courbe donnée constitue le problème du pendule, dont la théorie, due à Huyghens, n'offre plus que de simples difficultés analytiques, si l'on fait abstraction de la résistance du milieu.

Indépendamment de sa haute importance chronométrique, la théorie d'Huyghens a fourni deux conséquences essentielles aux progrès de la barologie. D'abord, le pendule a permis à Newton de vérifier la proportionnalité des poids aux masses avec plus d'exactitude que n'en comportait la chute des corps dans le vide.

En second lieu, le pendule a permis de reconnaître les variations qu'éprouve l'intensité de la pesanteur, à diverses distances du centre de la terre.

En considérant les difficultés de l'hydrodynamique abstraite, on ne sera pas surpris que la partie de la barologie dynamique, relative aux fluides, soit encore si imparfaite, du moins au point de vue rationnel. Le cas des gaz, et surtout de l'air, a été presque entièrement négligé, tant on a senti l'impossibilité d'y atteindre réellement. Quant aux liquides, il n'y a, jusqu'ici, rien d'analysé, que leur écoulement par de très petits orifices, percés au fond ou sur les côtés des vases, c'est-à-dire le mouvement purement linéaire, dont l'étude mathématique a été faite par Daniel Bernouilli, d'après sa célèbre hypothèse du parallélisme des tranches. Il en est résulté la démonstration de la règle empirique de Torricelli, sur l'évaluation de la vitesse du liquide à l'orifice, comme égale à celle d'un poids qui serait tombé de toute la hauteur du liquide dans le vase. Cette règle n'a été mise en harmonie avec l'observation, même

dans le cas d'un niveau invariable, qu'à l'aide d'une sorte de fiction suggérée par le phénomène de la *contraction* de la veine fluide. Le cas du niveau variable est à peine ébauché et, à plus forte raison, celui où l'on doit tenir compte de la grandeur et de la forme de l'orifice. La théorie du mouvement à deux dimensions, et surtout celle du mouvement général en tous sens, est encore dans l'enfance. Corancez a essayé d'appliquer à cette recherche les perfectionnements introduits par Fourier dans l'analyse.

L'imperfection de cette partie de la science paraît fort sensible, lorsqu'on cherche à la faire correspondre aux grands effets naturels, non pas même aux mouvements de l'Océan ou de l'atmosphère, mais seulement aux mouvements des fleuves et des canaux.

La barologie a atteint depuis longtemps son état de positivité définitive: toutes ses subdivisions sont ébauchées; tous les moyens d'investigation y ont été introduits et appliqués. Les progrès de cette partie de la physique dépendent d'une harmonie plus complète entre les divers procédés employés, et surtout d'une combinaison plus homogène et plus intime entre le génie mathématique et le génie physique.

TRENTIÈME LEÇON

Sommaire. — Considérations générales sur la thermologie physique.

Les premières observations scientifiques, en thermologie, sont presque aussi anciennes que les découvertes de Stévin et de Galilée sur la pesanteur. L'invention du thermomètre remonte au commencement du dix-septième siècle. Néanmoins la thermologie a toujours été fort en arrière de la barologie. Tandis que les physiciens avaient renoncé depuis longtemps à deviner la nature de la pesanteur, ils ne regardaient comme dignes de leur attention, dans l'étude de la chaleur, que les tentatives chimériques sur la nature du feu. On voit encore, presque au milieu du siècle dernier, l'Académie des sciences couronner, à ce sujet, des dissertations métaphysiques, dont une entre autres, composée d'ailleurs avec un talent remarquable, était due à l'association de Voltaire avec madame du Châtelet.

Je me bornerai, dans la leçon actuelle, à considérer l'étude purement physique de la chaleur, qui doit servir de base à son étude mathématique.

La thermologie physique se décompose en deux parties. Dans la première, on étudie les lois de l'action thermologique proprement dite, c'est-à-dire l'influence mutuelle des corps pour faire varier leurs températures respectives, sans s'occuper des altérations qui en résultent à d'autres égards. La seconde partie consiste, au contraire, à étudier

ces altérations, c'est-à-dire les modifications, ou même les changements, que la constitution physique des corps peut éprouver par suite de leurs variations de température, en s'arrêtant au degré où ces effets commenceraient à porter sur la composition moléculaire, et appartiendraient dès lors au domaine de la chimie. Considérons d'abord le premier ordre de phénomènes, dont l'analyse se réduit à la théorie de l'échauffement et du refroidissement.

Entre deux corps, dont les températures sont égales, il ne se produit aucun effet thermologique. L'action commence dès que, par une cause quelconque, les températures deviennent inégales, Elle consiste en ce que le corps le plus chaud élève la température de l'autre, tandis que celui-ci abaisse celle du premier.

Il convient de distinguer deux cas, suivant que les corps agissent thermologiquement les uns sur les autres, à des distances plus ou moins considérables, ou bien au contact immédiat. Le premier cas constitue ce qu'on nomme le *rayonnement* de la chaleur.

La première loi, relative à une telle action, consiste dans sa propagation rectiligne.

Cette chaleur rayonnante peut être réfléchie comme la lumière, sous un angle de réflexion égal à celui d'incidence, comme le prouve la belle expérience des réflecteurs paraboliques.

L'action thermologique que deux corps exercent directement l'un sur l'autre dépend de leur distance mutuelle, de manière à s'affaiblir lorsque cette distance augmente. Ce décroissement paraît même varier plus rapidement que la distance; mais on en ignore la loi véritable. On le suppose habituellement en raison inverse du carré de la distance; mais aucun système d'expériences n'a jamais été exécuté pour résoudre cette question.

Une autre condition relative à cette action thermologique consiste dans la direction du rayonnement envisagé, soit quant à la surface du corps échauffant, soit quant à celle du corps échauffé. Les expériences de Leslie ont établi que l'intensité de l'action est d'autant plus grande que les rayons sont plus rapprochés de l'une ou de l'autre normale, et qu'elle varie proportionnellement au sinus de l'angle qu'ils forment avec chaque surface.

Enfin, la différence des températures des deux corps considérés constitue le dernier élément, et le plus important de tous. Quand cette différence n'est pas très grande, l'intensité du phénomène lui est proportionnelle ; mais cette relation paraît cesser, lorsque les températures deviennent très inégales, et l'on en ignore jusqu'à présent la véritable loi.

Telles sont les lois de l'influence thermologique mutuelle de deux corps isolés l'un de l'autre, en supposant que la chaleur soit directement transmise.

Quand le rayonnement calorifique, au lieu d'être direct, s'effectue à travers un intermédiaire susceptible de le transmettre, les conditions signalées ci-dessus se compliquent de nouvelles circonstances, jusqu'ici peu étudiées, relatives à l'action du corps interposé.

Parmi les conditions qui se rapportent à l'intensité de cette action, quand elle s'exerce à distance, la différence des températures qui constitue, il est vrai, la principale, est la seule qui se reproduise d'une manière identique à l'égard de la propagation de la chaleur par contiguïté. Quant à la loi relative à la direction, elle paraît s'y maintenir aussi, sans qu'on ait pu toutefois s'en assurer formellement. Mais celle qui concerne la distance doit s'y trouver totalement changée ; car, d'une part, l'action des molécules presque contiguës ne saurait être à beaucoup près aussi

grande que l'indiqueraient les variations qu'on éprouve, tant que les distances restent appréciables ; et, d'autre part, en comparant entre eux les divers petits intervalles, le décroissement est, sans doute, bien plus rapide qu'à l'égard des corps éloignés.

Quel que soit le mode suivant lequel s'accomplisse l'échauffement de l'un des corps et le refroidissement de l'autre, l'état final est déterminé numériquement par trois coefficients, particulièrement affectés à chaque corps, et qu'il faut caractériser.

Avant Fourier, les physiciens avaient toujours confondu, sous le nom commun de *conductibilité*, deux propriétés thermologiques très différentes: 1° la faculté, pour chaque corps, d'admettre, par sa surface, la chaleur extérieure, ou, en sens inverse, de laisser dissiper au dehors sa chaleur superficielle; 2° la facilité plus ou moins grande qu'il présente à propager graduellement, dans l'intérieur de sa masse, les changements survenus à sa surface. Fourier a proposé de désigner ces deux qualités par les dénominations de *pénétrabilité* et de *perméabilité*.

La conductibilité intérieure, ou perméabilité, ne dépend que de la nature du corps, et de son état d'agrégation. Elle varie avec la constitution physique des corps; elle est très faible dans les liquides, et moindre encore dans les gaz.

Quant à la conductibilité extérieure, ou pénétrabilité, elle varie suivant la nature des corps et leur état d'agrégation; mais elle dépend, en outre, des circonstances relatives à leur surface extérieure. On sait, par exemple, que la couleur seule exerce, à cet égard, une très grande influence. Il en est ainsi du degré de poli, de la manière plus ou moins régulière dont la surface peut être rayée en divers sens. Enfin elle est assujettie à changer, pour une même surface, successivement exposée à l'action de divers milieux.

Fourier a indiqué, d'après sa thermologie mathématique, les moyens généraux d'évaluer directement la perméabilité, et, par suite, de mesurer indirectement la pénétrabilité, en défalquant, dans la conductibilité totale, la part de la première propriété. Mais l'application de ces procédés est à peine ébauchée.

Une dernière considération, qui concourt à régler, dans les différents corps, les résultats de leur action thermologique, provient de ce que, soit sous le même poids, soit à volume égal, les diverses substances consomment des quantités distinctes de chaleur, pour élever également leur température. Cette propriété dépend, comme la perméabilité, de la nature des corps et de leur constitution physique. Elle paraît, au contraire, tout à fait indépendante des circonstances superficielles qui font tant varier la pénétrabilité. On la désigne sous le nom de *chaleur spécifique*. L'évaluation des chaleurs spécifiques a une très grande importance. La méthode primitive, imaginée par Crawford, et qu'on a nommée la *méthode des mélanges*, consiste à comparer entre elles les différences de la température commune, une fois bien établie, aux deux températures initiales, pour des poids ou des volumes égaux des deux substances. Ce procédé n'est applicable, d'une manière suffisamment précise, que quand l'un des corps, au moins, est à l'état liquide. L'invention du calorimètre, par Lavoisier et Laplace, a fourni plus tard un moyen plus exact, et entièrement général. Il consiste à évaluer directement la quantité de chaleur consommée par un corps dans une évaluation déterminée de sa température, d'après la quantité de glace que peut fondre la chaleur qu'il dégage, en revenant de la plus haute température à la plus basse. Si l'on prend les précautions nécessaires pour éviter toute action thermologique du vase et du milieu,

l'exactitude de ce procédé ne laisse rien à désirer, excepté pour les gaz, dont les chaleurs spécifiques sont moins connues.

Tels sont les trois coefficients servant à fixer les températures qui résultent de l'équilibre thermologique entre les différents corps. Il est naturel de les supposer uniformes et constants, jusqu'à ce qu'une exploration plus approfondie ait dévoilé clairement les lois de leurs variations.

Caractérisons la seconde partie de la thermologie, qui concerne les altérations, déterminées par la chaleur, dans la constitution physique des corps.

On ne doit considérer que les modifications, générales et passagères, que produit, dans un corps quelconque, une certaine variation de température, et qui sont détruites par la variation inverse. Or, en se restreignant aux altérations physiques, il faut les diviser en deux classes, suivant qu'elles se bornent à un simple changement de volume, ou qu'elles vont jusqu'à produire un nouvel état d'agrégation. A l'un ou à l'autre point de vue, cette partie de la thermologie est celle qui laisse le moins à désirer.

Quand on échauffe un corps, l'élévation de la température n'est jamais déterminée que par une portion, souvent peu considérable, de la chaleur consommée, dont le reste, insensible au thermomètre, est absorbé pour modifier la constitution physique. C'est ce qu'on exprime en disant que cette partie de la chaleur est devenue *latente*. Telle est la loi découverte par Black, d'après l'observation des cas où elle est irrécusable, c'est-à-dire lorsqu'une modification physique, très prononcée, n'est accompagnée d'aucun changement de température dans le corps modifié. Quand les deux effets coexistent, leur décomposition est plus difficile à constater, et surtout à mesurer. On ignore

d'ailleurs si elle suit la même marche dans les différents corps, sauf la variété des coefficients.

Après cette importante notion, commune aux deux ordres de modifications physiques, produites par la chaleur, considérons les lois de chacun d'eux, et, en premier lieu, celles des changements de volume.

En principe, tout corps homogène se dilate par la chaleur, et se condense par le froid. Cette règle ne souffre d'exception qu'à l'égard d'un très petit nombre de substances, et seulement dans une portion fort limitée de l'échelle thermométrique. Toutefois, comme la principale anomalie est relative à l'eau, elle acquiert, en histoire naturelle, une très grande importance.

Les solides se dilatent, en général, beaucoup moins que les liquides, pour une même élévation de température, et ceux-ci, à leur tour, moins que les gaz, non seulement lorsqu'un même corps passe successivement par ces trois états, mais aussi quand on compare des substances différentes.

La dilatation des solides, quoique peu prononcée, s'effectue avec une parfaite uniformité, du moins entre les limites où elle a été examinée, et qui sont, il est vrai, fort éloignées du point de leur fusion.

On a plus complètement étudié la dilatation des liquides, à cause de la théorie du thermomètre. Les expériences de Dulong et Petit ont démontré que, dans une étendue de plus de trois cents degrés centigrades, la dilatation du mercure suit une marche uniforme. On a lieu de penser qu'il en est ainsi d'un liquide quelconque, entre des limites sensiblement différentes de sa congélation et de son ébullition.

C'est dans les gaz que la dilatation est la plus régulière, en même temps qu'elle est plus prononcée. Non seulement

elle s'y fait par degrés égaux; mais encore son coefficient a une valeur identique pour tous les gaz. Tous se dilatent uniformément et également; leur volume augmente toujours des trois huitièmes depuis la température de la glace fondue jusqu'à celle de l'eau bouillante. A cet égard, comme à beaucoup d'autres points de vue physiques, les vapeurs se comportent comme les gaz proprement dits. Telles sont les lois éminemment simples de la dilatation des fluides élastiques, découvertes à la fois, au commencement de ce siècle, par Gay-Lussac, à Paris, et par Dalton, à Manchester.

Considérons enfin les changements produits par la chaleur dans l'état d'agrégation des corps.

La solidité et la fluidité, si longtemps envisagées comme des qualités absolues, sont reconnues comme des états purement relatifs, qui dépendent de plusieurs conditions variables, parmi lesquelles l'influence de la chaleur ou du froid constitue la plus générale et la plus puissante. Bien que plusieurs solides n'aient pu encore être liquéfiés, il n'est pas douteux que tous deviendraient fusibles, si l'on pouvait produire en eux une température assez élevée, sans les exposer néanmoins à aucune altération chimique. De même, il y a tout lieu de penser que, par une conbinaison convenable de froid et de pression, on pourrait liquéfier tous les gaz.

Ces changements d'état ont été assujettis par Black à une grande loi, qui consiste en ce que, dans le passage de l'état solide à l'état liquide, et de celui-ci à l'état gazeux, un corps quelconque absorbe toujours une certaine quantité de chaleur, sans élever sa température, tandis que le passage inverse détermine un dégagement de chaleur correspondant à cette absorption.

Ces dégagements et ces absorptions de chaleur consti-

tuent, après les phénomèmes chimiques, les plus grandes sources de chaleur et de froid. C'est par une vaporisation, rendue artificiellement très rapide, dans la belle expérience de Leslie, qu'ont été produites les plus basses températures que nous connaissions.

Tel est l'ensemble de la thermologie physique. Je crois devoir la faire suivre de l'étude des lois relatives à la formation et à la tension des vapeurs, qui constitue l'hygrométrie.

Saussure a fait rentrer dans le domaine de la physique le phénomène de l'évaporation, regardé avant lui comme une sorte d'effet chimique, puisqu'on l'attribuait à l'action dissolvante de l'air sur les liquides, Il a montré que l'influence de l'air est purement mécanique; et que, loin de favoriser l'évaporation, la pression atmosphérique fait toujours obstacle à sa rapidité. Saussure a trouvé que la quantité de vapeur formée, en un temps donné, à une température déterminée, et dans un espace défini, est toujours la même, soit que cet espace ait été entièrement vidé d'air, ou rempli d'un gaz quelconque : il en est ainsi de l'élasticité de la vapeur dégagée. La masse et la tension de cette vapeur croissent d'ailleurs sans cesse avec la température. On ignore suivant quelle loi l'accroissement de la température accélère l'évaporation, du moins tant que le liquide reste au-dessous de son terme d'ébullition. Mais les phisyciens se sont occupés avec succès des variations qu'éprouve l'élasticité de la vapeur produite.

A cet égard, les différents liquides offrent d'abord un point de départ commun : c'est la température de l'ébullition de chacun d'eux. Au moment de l'ébullition, la tension de la vapeur formée est égale, pour un liquide quelconque, à la pression atmosphérique. En partant d'une telle origine, Dalton a découvert cette loi impor-

tante, vérifiée jusqu'ici par l'ensemble des observations : les vapeurs émanées des divers liquides ont des tensions continuellement égales entre elles, à des températures équidistantes des termes d'ébullition correspondants, quel que soit d'ailleurs le sens de la différence.

La loi de Dalton permet de simplifier la recherche du mode de variation de la tension des vapeurs d'après leur température, puisqu'il suffit d'analyser ces variations dans une seule vapeur. Les expériences entreprises, à cet effet, sur la vapeur d'eau, par Dalton avaient indiqué une règle fort simple, qui consistait à faire croître la tension en progression géométrique, pour des augmentations égales dans la température. Dulong a établi une loi empirique, qui correspond à l'ensemble des observations. Il y fait croître la force élastique de la vapeur proportionnellement à la sixième puissance d'une fonction du premier degré de la température.

L'étude de l'équilibre hygrométrique, entre les différents corps humides, constitue un prolongement naturel de la théorie de l'évaporation. Cette importante recherche, dont Saussure et Deluc se sont tant occupés, a conduit, par leurs travaux, à un instrument fort précieux. Mais on n'a que des notions vagues et imparfaites sur les lois qui régissent cet équilibre.

La faible influence des actions hygrométriques dans l'ensemble des phénomènes de la nature inorganique contribue, sans doute, au peu d'intérêt qu'une telle étude inspire aux physiciens. Mais, en considérant le système entier de la philosophie, on reconnaît l'importance de cette théorie à l'égard des phénomènes vitaux. D'après le bel aperçu de de Blainville, l'action hygrométrique constitue, dans les corps vivants, le premier degré et le mode le plus élémentaire de leur nutrition, comme la capillarité y est

le germe des plus simples mouvements organiques. L'imperfection de ces deux subdivisions de la physique est donc, à cet égard, très regrettable. On a ici l'occasion de vérifier combien l'instruction trop étroite de presque tous ceux qui cultivent la philosophie, et les habitudes trop subalternes qui en résultent pour leur intelligence, sont nuisibles aux progrès des sciences. Deux études fort importantes, que les physiciens seuls peuvent perfectionner, se trouvent très négligées, parce que leur principale destination concerne une autre partie du système scientifique général.

TRENTE ET UNIÈME LEÇON

Sommaire. — Considérations générales sur la thermologie mathématique.

La thermologie mathématique embrasse exclusivement les phénomènes relatifs à l'action thermologique proprement dite, qui consistent dans le mode suivant lequel certains corps s'échauffent, tandis que d'autres se refroidissent, à distance ou au contact, en vertu de leurs diverses influences mutuelles, fondées sur l'inégalité de leurs températures.

Cette doctrine, due à Fourier, comprend deux parties distinctes : l'une se rapporte aux lois de la propagation proprement dite de la chaleur, d'une manière graduelle et continue, par voie de contiguïté immédiate; l'autre concerne l'action thermologique exercée à des distances quelconques, ou l'analyse du rayonnement. Je considérerai surtout la première partie, qui forme l'objet principal des travaux de Fourier.

Pour circonscrire cette étude, il faut la décomposer en deux branches différentes, suivant qu'on envisage les lois de la propagation de la chaleur dans les solides, ou dans les fluides : le premier cas est jusqu'ici le seul réellement exploré.

Le phénomène de la diffusion de la chaleur dans l'intérieur d'une masse solide, par la seule action graduelle de ses molécules consécutives, est toujours modifié par deux

sortes de conditions. Les unes se rapportent à l'état initial, qui, dans chaque cas, détermine la température primitive, propre à un point quelconque du corps. Les autres concernent l'état thermométrique de la surface extérieure, en vertu de l'action, variable ou constante, inégale ou commune, du système ambiant. Ces deux ordres de données sont indispensables pour fixer l'interprétation analytique de l'équation de la propagation de la chaleur, qui, par son extrême généralité, ne saurait renfermer aucune trace, ni de l'état initial, propre aux diverses molécules, ni des circonstances permanentes, particulières à l'enveloppe.

Quant à l'objet analytique d'une telle recherche, il consiste à découvrir la fonction qui exprime, à tout instant, la température d'un point quelconque de la masse solide. Cette fonction se rapporte, en général, à quatre variables indépendantes, puisque, outre le temps, elle doit contenir les trois coordonnées géométriques de chaque molécule. Cependant, le nombre des variables est souvent réductible à trois, ou même à deux, quand la forme du corps et son mode d'échauffement permettent de supposer que la température change uniquement d'après une seule coordonnée.

Il paraîtrait d'abord nécessaire de distinguer deux cas, suivant qu'on examine l'état variable des températures successives, ou qu'on se borne à considérer l'état permanent vers lequel tend l'ensemble de ces températures, sous l'influence d'une cause constante.

La loi physique élémentaire, base de cette théorie mathématique, consiste à supposer l'intensité de l'action thermologique proportionnelle à la différence des températures. Les expériences de Dulong et Petit ont constaté que cette loi, due à Newton, ne pouvait plus être adoptée, quand la différence des températures devenait très consi-

dérable. Toutefois, un tel résultat ne peut pas influer sur la formation des équations différentielles, relatives à la propagation intérieure de la chaleur. Car, en parvenant à ces équations, on n'a jamais à considérer que l'action thermologique instantanée de molécules infiniment voisines, dont les températures diffèrent infiniment peu. Dès lors, il suffit que cette action dépende seulement de la différence des températures, pour qu'on doive la supposer simplement proportionnelle à cette différence, quelle que puisse être d'ailleurs la vraie fonction, conformément à l'esprit général de la méthode infinitésimale.

Examinons maintenant la formation des équations qui expriment les lois mathématiques de la propagation de la chaleur. Il faut, pour cela, envisager préalablement deux cas élémentaires, essentiellement abstraits, et constituant néanmoins une préparation nécessaire, puisque toutes les notions essentielles de cette théorie y trouvent leur origine, et peuvent y être étudiées dans leur plus grande simplicité. Ils consistent, suivant l'expression de Fourier, dans le mouvement uniforme de la chaleur, d'abord en une seule direction, et ensuite en tous sens. Ils remplissent, en effet, envers l'ensemble de la thermologie mathématique, le même office que la théorie du mouvement uniforme à l'égard de la mécanique rationnelle.

Le premier et le plus simple de ces deux cas concerne l'état final et permanent des températures dans un solide indéfini, compris entre deux plans parallèles, dont chacun est supposé constamment entretenu à une température invariable, commune à tous ses points, et différente seulement de l'une à l'autre base. Quelles que soient les températures initiales des différents points intérieurs d'une masse ainsi définie, leur ensemble tendra vers un certain système définitif, qui ne serait exactement réalisé qu'au

bout d'un temps infini, mais qui aurait la propriété de subsister éternellement par lui-même, s'il était une fois établi. La définition de la masse proposée montre que cet état final et fixe doit être identique en tous les points d'une même section, parallèle aux deux bases, et varier uniquement, d'une tranche à la suivante, d'après la distance à ces bases. La difficulté est donc réduite à connaître la loi de cette variation. Or, une telle loi doit être déduite de cette condition caractéristique de la fixité : une tranche quelconque transmet à la suivante autant de chaleur qu'elle en reçoit de la précédente. Ce principe évident conduit à reconnaître que la température de chaque point est exprimée par une fonction du premier degré de sa distance à l'une des bases. En effet, en vertu d'une semblable distribution des températures, l'échauffement que tendrait à produire, sur la molécule considérée, l'une quelconque de celles qui l'avoisinent, serait toujours exactement compensé par le refroidissement dû à la molécule symétrique ; en sorte que toutes les actions thermologiques du système, ainsi comparées, se détruiraient mutuellement. Dans cette formule, le terme indépendant de l'ordonnée est égal à la température de la base, à partir de laquelle cette ordonnée est comptée. Le coefficient du terme variable a pour valeur le rapport de la différence des deux températures extrêmes, données à la distance connue des deux bases.

Ce dernier coefficient fournit une notion, que Fourier a nommée le *flux* de chaleur, c'est-à-dire la quantité de chaleur qui, en un temps donné, traverse perpendiculairement une aire plane, de grandeur déterminée. La différence des températures de deux tranches quelconques étant proportionnelle à leur distance, le flux relatif à l'unité de temps et à l'unité de surface a pour mesure

le rapport constant de ces deux nombres, qu'exprime le coefficient proposé, multiplié par la perméabilité propre à la substance considérée. Ce cas est le seul où le flux puisse être immédiatement évalué, et c'est d'après lui qu'on l'estime, en toute autre circonstance, quand l'état du système varie, et que les températures ne sont pas uniformément réparties.

La même démonstration convient à l'analyse du second cas préparatoire, où l'on envisage l'égale distribution de la chaleur, non plus dans une seule direction, mais en tous sens. Il s'agit alors de l'état final et permanent d'une masse solide, comprise entre trois couples de plans parallèles, respectivement rectangulaires, où les températures changent d'un point à un autre, à raison de chacune de ses trois coordonnées. On prouve encore que, dans un tel parallélipipède, la température d'une molécule quelconque est exprimée par une fonction complète du premier degré, relative aux trois coordonnées simultanément, pourvu qu'on suppose les six faces extérieures constamment entretenues aux diverses températures, qu'une telle formule assignerait à chacun de leurs points.

Ce cas donne lieu à une nouvelle remarque sur l'interprétation thermologique des trois coefficients, propres aux diverses coordonnées contenues dans cette équation. Les échanges de chaleur s'effectuant en tous sens, chaque coefficient sert à mesurer le flux parallèle à l'ordonnée correspondante. Chacun de ces trois flux principaux a la même valeur que si les deux autres n'existaient pas. En estimant le flux suivant une nouvelle direction quelconque, on voit qu'il se déduit des premiers d'après les mêmes lois mathématiques qui président, en mécanique, à la composition des forces, et, en géométrie, à la théorie des projections.

On aperçoit ici un nouvel exemple de cette propriété, inhérente à l'analyse mathématique, de dévoiler des analogies entre les phénomènes les plus divers. Le premier des deux cas thermologiques, que nous venons de considérer, correspond, en géométrie, à la marche des ordonnées d'une ligne droite, et, en mécanique, à la loi du mouvement uniforme. Les mêmes coefficients, dont la destination thermologique est de mesurer les flux de chaleur, servent, géométriquement, à estimer les directions, et, mécaniquement, à évaluer les vitesses.

D'après les théorèmes précédents, la méthode infinitésimale permet de former l'équation relative à la propagation de la chaleur dans un cas quelconque. En effet, on peut concevoir la masse comme étant décomposée en éléments prismatiques infiniment petits, relativement à chacun des trois axes coordonnés, suivant les faces desquels les flux de chaleur soient uniformes et constants pendant toute la durée d'un même instant. Chaque flux sera donc exprimé par la fonction dérivée de la température relativement à l'ordonnée correspondante. Cela posé, si le flux avait, dans les trois sens, la même valeur pour les deux faces égales et opposées, perpendiculaires à la même ordonnée, la température de l'élément ne pourrait éprouver aucun changement, puisqu'il s'échaufferait autant par l'une de ses faces qu'il se refroidirait par l'autre. Ainsi, les variations de cette température ne sont dues qu'à l'inégalité de ces deux flux antagonistes. En évaluant cette différence, qui dépendra naturellement de la seconde dérivée de la température rapportée à l'ordonnée considérée, et ajoutant entre elles les différences propres aux trois axes, on trouvera donc la quantité totale de chaleur introduite, et, par suite, l'accroissement instantané que devra présenter la température de la molécule, pourvu qu'on ait égard à la

chaleur spécifique et à la densité de cet élément. De là résulte l'équation différentielle fondamentale, qui consiste en ce que la somme des trois dérivées partielles du second ordre de la température, envisagée tour à tour comme une fonction de chaque ordonnée isolément, est toujours égale à la première dérivée de cette température relativement au temps, multipliée toutefois par un coefficient constant. Ce coefficient a pour valeur le produit de la densité par le rapport de la chaleur spécifique à la perméabilité de la molécule.

On ne pourrait déterminer le sens d'une telle relation abstraite, qu'en ayant égard aux conditions de chaque question; il importe donc de signaler le mode uniforme suivant lequel Fourier a conçu l'introduction analytique de ces conditions complémentaires. Il faut distinguer, à cet effet, l'état initial des différents points du système, et l'état permanent de la surface extérieure.

La considération des températures primitives ne présente aucune difficulté analytique, si ce n'est lorsqu'on exécute les intégrations. Alors les fonctions arbitraires doivent être choisies de telle manière que, en annulant le temps dans la formule qui représente la température de chaque point à un instant quelconque, afin de remonter à l'état initial, cette formule devienne identique à la fonction des coordonnées, par laquelle a été caractérisé le système thermologique. Cette condition ne donne donc lieu à aucune relation différentielle générale.

Il n'en est pas de même relativement à l'état de la surface. On doit alors exprimer que la formule générale des températures, quand on y suppose, entre les coordonnées qui s'y trouvent, la relation convenable à la surface proposée, coïncide, en tout temps, avec celle qui convient à cette surface. Or, cette condition, étant perma-

nente, devient susceptible d'être exprimée par une équation différentielle, puisqu'elle altère continuellement le mode de propagation, tandis que l'influence de l'état initial se borne à modifier les valeurs absolues des températures propres à un instant donné. Cette équation différentielle du premier ordre s'obtient en égalant, pour un élément quelconque de la surface, la quantité de chaleur qu'il reçoit, selon sa normale, de la part des molécules intérieures correspondantes, à celle qui tend à sortir, par l'influence du système ambiant.

Cette équation, propre à tous les points de l'enveloppe, contient, outre les fonctions dérivées de la température relativement aux coordonnées qui expriment le flux suivant chacune d'elles, les coefficients différentiels purement géométriques, par lesquels est définie analytique ment la direction de la normale en chaque point de la surface. C'est ainsi qu'est introduite la forme des corps dans la thermologie mathématique, de manière à exercer toujours, sur l'ensemble de la question, une influence inévitable.

Tels sont les moyens de mettre en équation les problèmes relatifs à la propagation de la chaleur dans les solides, ainsi que les deux sortes de conditions complémentaires, destinées à déterminer, pour chaque cas, les fonctions arbitraires correspondantes à cette équation différentielle du second ordre. La nature de cet ouvrage ne me permet pas de donner une idée des procédés analytiques, créés par Fourier, pour l'intégration de ces équations.

Au point de vue analytique, les problèmes thermologiques offrent de l'analogie avec ceux qui sont relatifs au mouvement des fluides. Il s'agit, de part et d'autre, de fonctions à quatre variables indépendantes, assujetties à

des équations aux différences partielles du second ordre, dont la composition est habituellement semblable. On doit donc compter, comme Fourier l'a annoncé, que, quand sa doctrine sera mieux connue, on en fera un usage très important dans l'explication analytique des mouvements des fluides, comme Corancez l'a déjà tenté.

Considérée sous un aspect philosophique, cette théorie thermologique m'a semblé comporter un perfectionnement, qui consisterait dans l'application du calcul des variations à la thermologie.

Je me bornerai, quant à l'analyse du rayonnement, à en signaler le résultat le plus remarquable, qui consiste dans l'explication de la variation de l'intensité du rayonnement d'après sa direction.

Leslie avait découvert, par une expérimentation ingénieuse, la variation continuelle de cette intensité proportionnellement aux sinus des angles que forment les rayons, soit émergents, soit incidents, avec la surface correspondante. Or, Fourier a démontré que cette loi est indispensable à l'établissement, ou au maintien, de l'équilibre thermométrique entre deux corps quelconques.

Je ne saurais envisager ici, dans tous ses détails, la théorie des températures terrestres; mais je ne puis m'empêcher de signaler sommairement une partie aussi neuve de la doctrine de Fourier.

La température propre à chaque point de notre globe est due, abstraction faite des influences locales, ou accidentelles, à l'action de trois causes générales et permanentes: 1° la chaleur solaire, échauffant inégalement les différents lieux, et partout assujettie à des variations périodiques; 2° la chaleur intérieure, propre à la terre dès l'origine de sa formation à l'état de planète distincte;

3° l'état thermométrique général de l'espace occupé par le monde dont nous faisons partie. La seconde cause agit seule directement sur tous les points de la masse terrestre; l'influence des deux autres est limitée à la surface extérieure. Elles sont énumérées ici d'après leur participation, plus ou moins étendue, à la production des phénomènes thermologiques de la surface.

Avant Fourier, ces phénomènes étaient attribués uniquement à l'action solaire. L'hypothèse très ancienne d'une chaleur centrale n'avait alors aucune consistance scientifique. La théorie de Fourier a montré que les températures de la surface différeraient extrêmement de ce que l'on observe, si la masse terrestre n'était pas pénétrée d'une chaleur propre. Cette chaleur originaire contribue très peu aux températures superficielles; mais elle empêche que leurs variations périodiques ne suivent d'autres lois que celles qui doivent résulter de l'influence solaire, laquelle, sans cela, se perdrait, en majeure partie, dans la masse totale du globe. En considérant les points intérieurs, même très près de l'enveloppe, et à une distance d'ailleurs d'autant moindre qu'ils sont plus rapprochés de l'équateur, la chaleur centrale devient prépondérante, et bientôt c'est elle qui règle exclusivement les températures correspondantes.

Quant à la troisième cause générale des températures terrestres, personne, avant Fourier, n'en avait conçu la pensée. Ses travaux ont établi que la marche des températures à la surface de notre globe serait inexplicable, même au moyen de la chaleur intérieure, si l'espace ambiant n'avait point une température propre et déterminée, qui doit très peu différer de celle qu'on observerait réellement aux deux pôles de la terre, quoique son évaluation véritable présente jusqu'ici quelque incertitude. Il est remar-

quable que, des deux causes thermologiques découvertes par Fourier, la première soit susceptible d'être directement mesurée à l'équateur, à quelques centimètres de la surface, et la seconde au pôle.

Le problème des températures terrestres étant ainsi défini, sa solution mathématique est la plus difficile application de la thermologie analytique. Les progrès de cette étude, encore si près de sa naissance, ne dépendent que du perfectionnement des observations. Quand les données du problème seront mieux connues, cette théorie permettra de remonter à l'ancien état thermologique de notre globe, et d'en déduire les modifications futures. Mais, dès aujourd'hui, on a obtenu un résultat d'une haute importance philosophique, en reconnaissant que l'état périodique de la surface est devenu fixe, et ne peut éprouver que d'imperceptibles variations, par le refroidissement continu de la masse intérieure dans la suite des siècles.

Tels sont les principaux caractères scientifiques de la thermologie mathématique. Parmi les travaux des géomètres, qui ont suivi Fourier dans cette voie, il faut distinguer ceux de Duhamel, le seul qui ait ajouté quelque chose à la théorie précédente.

Duhamel a senti qu'il serait illusoire de faire varier la perméabilité dans les différents points d'un corps, si, pour chaque molécule, on la laissait égale en tous sens, ses modifications devant être, plus prononcées selon les directions que suivant les lieux. Il a formé une nouvelle équation générale de la thermologie, en y regardant la perméabilité comme assujettie à ces deux ordres simultanés de variations. Son analyse l'a conduit à découvrir un théorème remarquable sur les relations fixes des diverses perméabilités d'une même molécule dans toutes les directions. Ce théorème est relatif au cas où la perméa-

bilité serait la même en tous les points du corps, et varierait seulement, pour chacun d'eux, suivant les directions. Il consiste en ce que, dans une telle hypothèse, il existe toujours, pour une masse quelconque, trois directions rectangulaires déterminées, que Duhamel a nommées *axes principaux de conductibilité*, et selon lesquels le flux de chaleur a la même valeur que si la conductibilité était constante. Le flux est un *maximum* relativement à l'un de ces axes, et varie, en tout autre sens, proportionnellement au cosinus de l'angle correspondant. Ces axes offrent une analogie avec ceux qu'Euler a découverts dans la théorie des rotations.

Je me suis efforcé, dans cette leçon, de donner une idée de l'admirable théorie de Fourier. Je ne crains pas de déclarer que, depuis la théorie de la gravitation, aucune création mathématique n'a eu plus de valeur que celle-ci, pour les progrès généraux de la philosophie.

TRENTE-DEUXIÈME LEÇON

Sommaire. — Considérations générales sur l'acoustique.

Cette branche de la physique a pris, aussi complètement que la barologie, et presque depuis la même époque, son caractère scientifique définitif. La théorie du son est moins avancée que celle de la pesanteur, et le sera sans doute toujours, en raison de la nature plus compliquée des phénomènes si délicats dont elle s'occupe; mais la positivité de l'acoustique est aussi parfaite que celle de la barologie.

Cette partie de la physique mérite d'attirer, à plusieurs égards, l'attention des esprits qui envisagent l'ensemble des connaissances positives, par suite de l'application dont l'acoustique est susceptible pour perfectionner les notions relatives, soit aux corps inorganiques, soit à l'homme lui-même.

D'une part, en effet, l'examen des vibrations sonores constitue le moyen le plus efficace d'explorer la constitution mécanique des corps. Les observations de Chladni et celles de Savart ont déjà fourni, à ce sujet, quelques indications précieuses. L'étude des phénomènes sonores révèle certaines propriétés délicates des corps, qu'on ne pourrait découvrir autrement. Par exemple, la faculté de contracter de véritables *habitudes*, c'est-à-dire des dispositions fixes, d'après une suite suffisamment prolongée d'impressions uniformes, faculté qui semblait appartenir exclusivement aux êtres animés, est ainsi clairement indiquée, à

un degré plus ou moins grand, pour les appareils inorganiques eux-mêmes. C'est aussi aux mouvements vibratoires qu'il faut attribuer l'influence remarquable que peuvent exercer, l'un sur l'autre, en certains cas, deux appareils mécaniques entièrement séparés, et entre autres, la singulière action mutuelle de deux horloges placées sur un support commun.

D'autre part, l'acoustique présente à la biologie un point d'appui indispensable pour l'analyse des deux fonctions les plus importantes à l'établissement des relations sociales, l'audition et la phonation.

Néanmoins, ce n'est pas aux physiciens qu'appartient l'étude de ces deux phénomènes, dont les anatomistes et les physiologistes ne doivent pas se dessaisir, pourvu qu'ils empruntent à la physique toutes les notions nécessaires. Car les physiciens sont impropres, soit à l'usage judicieux des données anatomiques du problème, soit surtout à la saine interpétation physiologique des résultats obtenus. On aperçoit ainsi combien sont déplacées, dans les traités actuels de physique, les théories, d'ailleurs si superficielles, de l'audition et de la phonation. On peut en dire autant de la théorie si imparfaite de la vision.

Parmi toutes les branches de la physique, l'acoustique est, après la barologie, celle qui comporte le mieux l'application des méthodes mathématiques. Les phénomènes sonores se rattachent à la théorie des oscillations très petites d'un système quelconque de molécules autour d'une situation d'équilibre stable. En effet, pour que le son se produise, il faut qu'il y ait perturbation brusque dans l'équilibre moléculaire, en vertu d'un ébranlement instantané. Il est tout aussi indispensable que ce dérangement passager soit suivi d'un retour suffisamment prompt à l'état primitif. Les oscillations plus ou moins perceptibles et con-

tinuellement décroissantes qu'effectue ainsi le système en deçà et au delà de sa figure de repos sont sensiblement isochrones, puisque la réaction élastique, en vertu de laquelle chaque molécule tend à reprendre sa position initiale, est d'autant plus énergique, que l'écartement a été plus grand, comme dans le cas du pendule. Pourvu que ces vibrations ne soient pas trop lentes, il en résulte toujours un son appréciable. Une fois produites dans le corps directement ébranlé, elles peuvent être transmises à de grands intervalles, à l'aide d'un milieu quelconque suffisamment élastique, et principalement de l'atmosphère, en y excitant une succession graduelle de dilatations et de contractions alternatives, que leur analogie avec les ondes formées à la surface d'un liquide a fait qualifier d'*ondulations* sonores. Dans l'air, en particulier, vu sa parfaite élasticité, l'agitation doit se propager, non seulement suivant la direction de l'ébranlement primitif, mais encore en tous sens, au même degré. Enfin, les vibrations transmises sont toujours isochrones aux vibrations primitives, bien que leur amplitude puisse être fort différente.

Cette étude est subordonnée aux lois de la mécanique. Ainsi, depuis Newton, qui a, le premier, tenté de déterminer la vitesse de propagation du son dans l'air, l'acoustique a toujours été mêlée aux travaux des géomètres. Ce sont même de simples considérations d'acoustique qui ont suggéré le principe de Daniel Bernouilli, relativement à la coexistence des petites oscillations. Il serait impossible, sans cette loi, d'expliquer la simultanéité des sons nombreux et néanmoins parfaitement distincts, que nous entendons à chaque instant.

L'étude mathématique des vibrations sonores dépend d'une théorie dynamique très difficile et fort délicate, celle des perturbations d'équilibre. Les équations

différentielles qu'elle fournit se rapportent à la partie la plus élevée et la plus imparfaite du calcul intégral. La nature de cet ouvrage ne peut permettre de considérer, même sommairement, le mode de formation de ces équations; mais il est évident qu'elles doivent être aux différences partielles, et au moins du second ordre. Leur composition nécessairement *linéaire*, est la seule circonstance favorable qui ait pu fournir un point d'appui aux efforts des géomètres, pour les faire parvenir, dans les cas les plus simples, à leur intégration. Le mouvement vibratoire suivant une seule dimension est encore, même à l'égard des solides, le seul dont la théorie mathématique soit jusqu'ici vraiment complète, grâce aux travaux successifs de d'Alembert, de Daniel Bernouilli et de Lagrange. L'étude de la vibration des surfaces est encore réduite aux seules ressources de la pure expérimentation, comme à l'époque des observations de Chladni. Quant au mouvement vibratoire, envisagé suivant les trois dimensions, la théorie analytique en est encore ignorée, même en ce qui concerne l'établissement de l'équation.

Pour se faire une idée des difficultés de cette étude, il faut remarquer que les vibrations doivent déterminer, dans la constitution moléculaire des corps, certaines modifications physiques, dont la réaction peut affecter le phénomène sonore primitif. La seule action de ce genre, dont on ait essayé de tenir compte, consiste dans les effets thermologiques qui résultent du mouvement vibratoire. Laplace en a profité pour expliquer la différence qui existe entre la vitesse du son dans l'air, déterminée expérimentalement, et celle qu'indiquait la formule dynamique, dont le résultat était en défaut d'environ un sixième. On a comblé cette différence, en ayant égard à la chaleur dégagée par la compression des couches atmosphériques, qui doit

faire varier leur élasticité dans un plus grand rapport que leur densité, et, par conséquent, accélérer la propagation du mouvement vibratoire. Au point de vue philosophique, la simple formation des équations différentielles, propres aux phénomènes sonores, constitue déjà, par elle-même, et indépendamment de leur intégration, une connaissance fort importante, par suite des rapprochements que comporte l'emploi de l'analyse mathématique entre les questions, d'ailleurs hétérogènes à tous les autres égards, qui peuvent conduire à des équations semblables. Cette propriété s'applique à la théorie du son, surtout depuis la création de la thermologie mathématique, dont les équations offrent tant d'analogie avec celles des mouvements vibratoires, qui n'en diffèrent quelquefois que par le signe d'un coefficient.

L'emploi de l'analyse mathématique acquiert une autre valeur de la difficulté de l'observation des phénomènes sonores. La faible intensité et la durée trop fugitive de ces vibrations ne permettent pas à nos sens de les explorer d'une manière suffisamment précise. Nos connaissances, à cet égard, seraient presque nulles, si la théorie mathématique ne nous donnait point la faculté de remplacer les observations immédiates, ordinairement impossibles ou trop imparfaites, par l'examen équivalent des cas plus favorables, assujettis à la même loi. On conçoit, par exemple, que les plus rapides vibrations d'une corde très courte aient pu être comptées, quand l'analyse du problème des cordes vibrantes a fait connaître que le nombre des oscillations est inversement proportionnel à la longueur de la corde, puisque cette loi permet dès lors de se borner à l'observation de vibrations très lentes.

Toutefois les physiciens ont trop compté sur le secours de l'analyse, et l'on doit regretter qu'ils n'aient pas perfectionné davantage leur sytème d'expérimentation, qui est

encore dans l'enfance. L'acoustique ne paraît pas au niveau des autres parties de la physique, quand on l'envisage relativement à l'invention et à l'emploi des moyens artificiels d'observation. On y remarque peu de ces ingénieuses créations de l'esprit expérimental, si multipliées en thermologie, en optique et en électrologie. Les légers chevalets de Sauveur et le sable fin de Chladni soutiendraient mal une telle concurrence.

Après cet examen sommaire de la nature des études acoustiques et de leurs principaux moyens d'investigation, il nous reste à considérer l'ensemble des parties de cette branche de la physique.

Nous connaissons, à l'égard des lois des vibrations sonores, le mode de propagation des sons, leur intensité et leur ton musical. Il existe une quatrième considération très intéressante, celle du *timbre*, c'est-à-dire du mode particulier de vibration, propre à chaque corps et à chaque appareil sonore. Sans que nous sachions en quoi consiste cette propriété, nous l'employons comme un fait caractéristique. Mais nous ignorons la manière dont le timbre, propre à chaque substance, peut être modifié, soit par la disposition de l'appareil sonore, soit par les pressions qu'il éprouve, ou par plusieurs autres circonstances, ce qui constitue une grande lacune.

Dans l'étude de la propagation du son, la question la mieux explorée consiste dans la mesure de la durée de cette propagation uniforme, surtout à travers l'atmosphère. En négligeant les variations de température qui résultent de la compression des couches atmosphériques, la théorie mathématique, quand on se borne au mouvement linéaire, conduit à la détermination suivante, énoncée par Newton : la vitesse du son est celle qu'acquiert un corps pesant, tombant d'une hauteur égale à la moitié de la hauteur totale

de l'atmosphère supposée homogène. On a pu calculer ainsi la vitesse du son dans les différents gaz, d'après leur densité et leur élasticité plus ou mains grandes. Suivant cette loi, la vitesse du son dans l'air doit être regardée comme indépendante des variations atmophériques, puisque, d'après la règle de Mariotte, la densité et l'élasticité de l'air varient proportionnellement, et que leur rapport seul influe sur cette vitesse. J'ai déjà indiqué comment Laplace avait heureusement rectifié la formule de Newton, en ayant égard aux effets thermologiques. La correction consiste à multiplier la quantité primitive par la racine carrée du rapport des deux chaleurs spécifiques de l'air, à pression constante et à volume égal.

Une importante notion, qui résulte de cette loi, et que l'observation confirme, c'est l'identité de la vitesse des différents sons malgré leurs degrés si divers, soit d'intensité, soit d'acuité.

On a reconnu, du moins entre les limites des vents ordinaires, que l'agitation de l'air n'exerce aucune influence appréciable sur la vitesse du son, quand la direction du courant atmosphérique est perpendiculaire à celle suivant laquelle le son se propage, et qu'elle l'altère faiblement, soit en plus, soit en moins, lorsque ces deux directions coïncident, selon qu'elles sont de même sens ou de sens contraire.

A l'égard des milieux liquides ou solides, nous ne possédons que certaines indications mathématiques, reposant sur des hypothèses précaires, et quelques expériences très imparfaites. On a simplement constaté que le son se propage, plus rapidement que dans l'air, dans presque toutes les substances essayées, et surtout dans les métaux très sonores.

Lorsque, dans la propagation ordinaire du son, les on-



dulations aériennes rencontrent un obstacle immobile, de manière à produire un écho, elles éprouvent des modifications dont l'analyse est très difficile. Les expériences des physiciens n'ont presque rien ajouté aux notions vulgaires. Il ne s'opère pas une réflexion mécanique, analogue à celle des corps élastiques par les corps durs. C'est une simple répercussion en sens contraire qu'éprouvent les vibrations du milieu, d'ailleurs immobile. La loi de cette répercussion n'a été découverte que dans le cas où l'obstacle est terminé par une surface plane. Si le plan est perpendiculaire à la direction de la série linéaire d'ondulations, la dilatation des particules aériennes adjacentes ne pouvant plus avoir lieu dans le sens de l'obstacle, leur réaction nécessaire fera naître, en sens contraire, et suivant la même droite, un ébranlement secondaire, sans que la vitesse des vibrations et la durée de leur propagation soient aucunement altérées. On démontre que, pour une inclinaison arbitraire du plan sur la direction du son, la modification s'opère toujours comme si le centre d'ébranlement primitif avait été transporté symétriquement, de l'autre côté de l'obstacle, à la même distance, ce qui reproduit la loi de toutes les réflexions. Quand la forme de l'obstacle est quelconque, on ignore si l'on pourrait représenter le phénomène d'après la même loi, en substituant à la surface courbe le plan tangent correspondant. On n'a constaté cette extension que dans le cas d'un ellipsoïde de révolution, et en supposant même que l'ébranlement sonore primitif soit produit à l'un des foyers. On reconnaît alors que l'ébranlement secondaire émane de l'autre foyer, ce que l'expérience a confirmé. Quant à l'influence de la constitution physique de l'obstacle, elle n'a pas été étudiée.

Il en est de même de toute la partie qui concerne l'in-

tensité des sons. Non seulement on n'a pas analysé, ni mesuré, les notables variétés spécifiques que présentent, à cet égard, les sons transmis par différents corps solides, et quelquefois par le même corps, suivant les diverses directions; mais encore on n'a rien ajouté à ce qu'enseigne l'expérience vulgaire, relativement aux influences qui règlent l'intensité du son, comme l'étendue des surfaces vibrantes, l'amplitude des vibrations et l'éloignement du corps sonore.

C'est donc improprement que ces sujets figurent dans les traités de physique. Il semblerait, d'après nos habitudes scolastiques, qu'avant de se livrer à la culture de la philosophie, les auditeurs on les lecteurs n'avaient jamais exercé leurs sens, ni leur intelligence, puisqu'on se croit obligé de leur enseigner, d'un ton doctoral, ce qu'ils sasavent déjà tout aussi bien que leurs maîtres. Ce dogmatisme puéril tient à ce qu'on méconnaît le caractère de la science, qui n'est qu'un prolongement de la raison et de l'expérience, et dont le point de départ est dans l'ensemble des notions acquises spontanément par la généralité des hommes. Ce précepte, s'il était observé, simplifierait les exposés scientifiques, et les dégagerait d'une foule de détails superflus, qui obscurcissent la manifestation de ce que la science proprement dite ajoute à la masse des connaissances communes.

Quant aux lois relatives à l'intensité des sons, le seul point étudié consiste dans l'influence exercée par la densité du milieu atmosphérique. A cet égard, l'acoustique explique l'observation vulgaire sur la diminution de l'intensité du son, à mesure que l'air devient plus rare, sans qu'on sache toutefois si cette diminution est proportionnelle au décroissement de la densité.

Relativement au mode d'affaiblissement des sons suivant

la distance du corps sonore, on suppose ce décroissement en raison inverse du carré de la distance. Mais aucune expérience précise n'a vérifié cette loi : elle s'appuie sur des considérations mathématiques très précaires, assimilant l'intensité du son à l'énergie du choc d'un fluide contre un obstacle, et dans lesquelles on fait varier ce choc proportionnellement au carré de la vitesse, conformément à l'ancienne hypothèse sur la résistance des fluides, si souvent démentie par l'observation. La loi résulte de l'accord de ces deux prémisses très hasardées ; mais il serait préférable d'avouer notre ignorance à cet égard.

Du reste, comment aurait-on une notion des lois de l'intensité du son, quand les idées ne sont pas fixées sur la manière dont cette qualité pourrait être estimée, ni peut-être même sur le sens rigoureux du mot? Nous ne possédons aucun instrument qui puisse remplir ici l'office exercé, dans l'étude de la pesanteur, par le pendule et le baromètre, et par les divers thermomètres ou électromètres, dans la mesure des phénomènes correspondants. On ne sait même pas d'après quel principe de tels *sonomètres* pourraient être conçus.

Considérons enfin la théorie des tons, qui est la plus satisfaisante.

Les lois qui déterminent la nature musicale des différents sons, c'est-à-dire leur degré d'acuité ou de gravité, marqué par le nombre de vibrations exécutées en un temps donné, ne sont connues que dans le cas d'une série de vibrations, linéaire, et même rectiligne, produite, soit dans une verge métallique fixée par un bout et libre par l'autre, soit dans une colonne d'air remplissant un tuyau cylindrique très étroit. Ce cas est, à la vérité, le plus important pour l'analyse des instruments inorganiques les plus usités.

A l'égard des cordes tendues, le nombre des vibrations

exécutées en un temps donné est en raison directe de la racine carrée de la tension de la corde, et en raison inverse du produit de sa longueur par son épaisseur.

Dans les tiges métalliques, droites et homogènes, ce nombre est proportionnel au rapport de leur épaisseur au carré de leur longueur. La différence entre ces lois résulte de la flexibilité du corps sonore, dans le premier cas, et de sa rigidité, dans le second.

Ces lois sont relatives aux vibrations ordinaires qui s'opèrent transversalement. Mais Chladni a considéré un nouveau genre de vibrations dans le sens longitudinal. Elles sont plus aiguës que les précédentes, et la marche en est distincte; car l'épaisseur ne paraît exercer sur elles aucune influence, et la différence indiquée entre les cordes et les tiges disparaît, le nombre des vibrations *variant alors* en raison inverse de la longueur. Enfin, les verges métalliques comportent un troisième genre de vibrations, découvertes par Chladni, et résultant de la torsion. Toutefois les travaux postérieurs de Savart ont montré que ces trois ordres de vibrations ne sont pas essentiellement distincts, puisqu'on peut les transformer les uns dans les autres, en faisant seulement varier par degrés la direction suivant laquelle les sons se propagent, et qui est toujours parallèle à celle de l'ébranlement primitif, successivement produit de la même manière en divers sens.

Quant au son rendu par une mince colonne d'air, le nombre des vibrations est encore inversement proportionnel à la longueur de chaque colonne, si l'état mécanique de l'air reste inaltérable; mais il varie, en outre, comme la racine carrée du rapport entre l'élasticité de l'air et sa densité. Il résulte de là que les changements de température ont, dans ce cas, une action inverse de celle qu'ils produisent sur les cordes ou sur les tiges. C'est ainsi

que l'acoustique a expliqué l'impossibilité, remarquée de tout temps par les musiciens, de maintenir, sous l'influence de notables variations thermométriques, l'harmonie d'abord établie entre les instruments à cordes et les instruments à vent.

Dans ce qui précède, la ligne sonore est envisagée comme vibrant en totalité ; mais, si elle présente, à l'un de ses points, un léger obstacle, naturel ou artificiel, aux vibrations, le son éprouve une modification remarquable, dont la loi a été découverte par le physicien Sauveur, qui a créé l'acoustique expérimentale. Cette loi consiste en ce que le son rendu par la corde coïncide toujours avec celui que produirait une corde analogue, mais plus courte, et d'une longueur égale à celle de la plus grande commune mesure entre les deux parties de la ligne totale. L'explication de Sauveur se réduit à concevoir que l'obstacle détermine la division de la corde en parties égales à cette commune mesure, qui vibrent à la fois, mais indépendamment, et que séparent des nœuds de vibration immobiles. Sauveur a constaté, par une ingénieuse expérience, devenue vulgaire, l'immobilité de ces nœuds.

Cette découverte de Sauveur explique une autre loi, dévoilée par le même physicien, celle de la série des sons harmoniques qui accompagnent constamment le son principal de chaque ligne sonore, et dont l'acuité croît comme la suite naturelle des nombres entiers.

Telles sont les principales lois des tons simples. On ne possède que des notions très imparfaites relativement à la théorie de la composition des sons. On la regarde comme ébauchée par la belle expérience du musicien Tartini, relative aux sons résultants, et dans laquelle la production simultanée de deux sons quelconques, suffisamment intenses, et surtout bien caractérisés, fait enten-

dre un son unique, plus grave que chacun des deux autres, suivant une règle invariable et très simple. Mais ce phénomène me semble appartenir à la théorie physiologique de l'audition, comme étant essentiellement nerveux ; c'est une hallucination du sens de l'ouïe, analogue aux illusions d'optique. Un nouvel intérêt scientifique s'attache à ce phénomène, depuis que l'attention a été fixée sur celui des *interférences* lumineuses, qui lui est analogue.

Quant aux vibrations d'une surface étendue en tout sens, dont la théorie est encore dans l'enfance, les observations de Chladni ont fait connaître des faits très curieux, surtout relativement aux formes régulières des lignes nodales. Ces recherches ont été complétées par Savart, qui a observé, en même temps, le mouvement vibratoire des membranes tendues.

L'étude d'une masse qui vibre suivant les trois dimensions est à peine ébauchée, sauf pour quelques solides creux et réguliers. C'est cependant cette étude qui serait la plus importante, puisque, sans elle, il est impossible d'expliquer complètement aucun instrument musical. Tel est, l'état à cet égard, de l'acoustique actuel, malgré les ingénieux travaux de Daniel Bernouilli sur la théorie des instruments à vent.

TRENTE-TROISIÈME LEÇON

Sommaire — Considérations générales sur l'optique.

La révolution, par laquelle, depuis deux siècles, l'esprit humain tend à se dégager de toute influence théologique ou métaphysique, ne s'est composée que d'efforts partiels et isolés, qui tous ont convergé vers un même but, le plus souvent inaperçu par les artisans de cette régénération intellectuelle. Personne n'ayant conçu l'ensemble de la philosophie positive, et les conditions de la positivité n'ayant jamais été analysées ni formulées, il en est résulté que la plupart des savants ont continué à subir l'impulsion de l'ancienne philosophie sur les parties de la science, qui ne constituaient point le sujet de leurs travaux. Aucun penseur ne s'est autant rapproché que Descartes de la conception de la philosophie moderne. Cependant Descartes, qui renversait l'ancienne philosophie relativement aux phénomènes inorganiques, était entraîné par son siècle en sens inverse, lorsqu'il entreprit d'étayer, en les rajeunissant, les conceptions théologiques et métaphysiques sur l'étude de l'homme moral. Après un tel exemple, on ne peut pas s'étonner de trouver la même inconséquencechez les hommes d'un génie plus spécial.

Ces réflexions sont applicables à l'histoire de l'optique, dont la formation est due principalement à Descartes, à Hugyhens et à Newton, qui ont été poussés par le vieil esprit métaphysique à créer une hypothèse sur la nature

de la lumière. Un tel contraste est surtout remarquable chez Newton, dont l'exclamation favorite était : *O physique! garde-toi de la métaphysique!* et qui s'est laissé entraîner jusqu'à la personnification formelle de la lumière, envisagée comme une substance distincte du corps lumineux.

Après la discussion de la vingt-huitième leçon, il serait inutile d'examiner, soit la fiction de Newton, soit celle de Descartes, d'Huyghens et d'Euler, qu'on lui substitue maintenant. Les objections d'Euler contre la doctrine de l'émission sont insolubles ; mais il en est de même de celles que les partisans de cette hypothèse faisaient autrefois au système des ondulations. On n'a pas concilié la propagation en tout sens, propre au mouvement vibratoire, avec le phénomène de la nuit, c'est-à-dire de l'obscurité produite par l'interposition d'un corps opaque. L'objection, élevée, à cet égard, par les Newtoniens contre le système de Descartes et d'Huyghens, est restée ce qu'elle était jadis, malgré d'inintelligibles subterfuges.

La possibilité de concevoir les mêmes phénomènes, d'après les deux systèmes opposés, montre que les lois de ces phénomènes constituent seules la science.

De nos jours, les partisans de telles hypothèses sacrifient volontiers la réalité de ces conceptions, qu'ils prétendent simplement nécessaires pour faciliter la combinaison des idées acquises. Mais le passage d'une hypothèse à l'autre, sans que la science en ait éprouvé aucun préjudice, suffit pour prouver que ni l'une ni l'autre n'est indispensable.

L'histoire de l'optique montre que ces secours illusoires n'ont exercé aucune influence sur les progrès de la théorie de la lumière. C'est uniquement à la comparaison des phénomènes qu'ont été dues les nouvelles notions.

J'ai expliqué l'utilité de ces conceptions imaginaires,

qui servent de transition entre le régime métaphysique et le régime positif.

Il importe de signaler une dernière disposition d'esprit qui tend à prolonger cette marche vicieuse. On se persuade que l'optique acquiert ainsi une rationalité plus satisfaisante, en se rattachant aux lois de la mécanique. En effet, le système émissif présente les phénomènes lumineux comme analogues à ceux du mouvement. L'hypothèse des ondulations assimile les phénomènes de la lumière à ceux de l'agitation vibratoire qui constitue le son; mais des analogies aussi gratuites, aussi incompréhensibles même, ne peuvent avoir aucune efficacité scientifique. Malgré toutes les suppositions arbitraires, les phénomènes lumineux constitueront toujours une catégorie *sui generis*, irréductible à toute autre : une lumière sera toujours hétérogène par rapport à un mouvement ou à un son.

Les considérations physiologiques elles-mêmes s'opposent à une telle confusion d'idées, en raison des caractères qui distinguent le sens de la vue des autres sens. S'il en était autrement, un philosophe, dont la prédilection scientifique porterait sur les effets chimiques, ne serait-il pas, dès lors, autorisé, à prendre pour type le sens du goût ou celui de l'odorat, et à expliquer les couleurs et les tons en les assimilant à des saveurs ou à des odeurs?

Il faut que l'esprit humain renonce à la poursuite d'une vaine unité scientifique, et reconnaisse que les catégories distinctes de phénomènes hétérogènes sont plus nombreuses que ne le suppose une systématisation vicieuse.

On devra donc s'abstenir de rattacher les phénomènes de la lumière à ceux du mouvement. Tout ce que l'optique comporte actuellement de mathématique dépend, non pas de la mécanique, mais de la géométrie, en raison de la nature géométrique des principales lois de la lumière.

Procédons à l'analyse des connaissances actuellement acquises sur la théorie de la lumière. L'ensemble de l'optique se décompose en plusieurs sections, d'après les modifications dont la lumière, soit homogène, soit diversement colorée, est susceptible, suivant qu'on l'envisage comme directe, réfléchie, réfractée, ou diffractée. A ces quatre parties, qui comprennent les seuls phénomènes optiques rigoureusement universels, il convient d'ajouter deux autres sections, relatives à la double réfraction, et à ce qu'on appelle la *polarisation*.

Pour les motifs déjà indiqués, je dois condamner l'usage de comprendre, parmi les études optiques, la théorie de la vision, qui appartient à la physiologie. A peine pourrait-on citer une seule loi de la vision, établie d'une manière positive. C'est ainsi que la faculté de voir distinctement à des distances fort inégales reste sans explication satisfaisante. Cette ignorance presque honteuse a sans doute tenu juqu'ici à ce que les physiciens et les physiologistes ont laissé la théorie des sensations entre les mains des métaphysiciens, qui n'en pouvaient tirer que d'illusoires dissertations. Mais la durée trop prolongée d'une telle situation résulte de ce que les anatomistes et les physiologistes, au lieu d'avoir emprunté à l'optique les documents indispensables, et de s'être occupés de la théorie de la vision, ont attendu des solutions que les physiciens ne pouvaient leur fournir.

La théorie de la coloration des corps me semble également devoir être bannie de l'optique comme illusoire. Je veux parler des efforts qu'on a si souvent tentés pour expliquer, par l'une des deux hypothèses, le phénomène évidemment inexplicable de la couleur propre à chaque substance. Il faut que la raison soit bien obscurcie par la longue habitude de ces conceptions vagues et arbi-

traires, pour qu'on puisse regarder, comme une véritable explication de la couleur propre à chaque corps la prétendue faculté de réfléchir ou de transmettre exclusivement tel genre de rayons, ou celle, non moins inintelligible, d'exciter tel ordre de vibrations éthérées, en vertu de telle disposition chimérique des molécules, beaucoup plus difficile à concevoir que le fait lui-même. Les explications, placées par Molière dans la bouche de ses docteurs métaphysiciens, ne sont pas plus ridicules. Personne n'entreprend plus d'expliquer la pesanteur spécifique, particulière à chaque substance. Pourquoi en serait-il autrement de la couleur spécifique? Cette seconde recherche est aussi métaphysique que l'autre.

On doit réduire la théorie des couleurs au perfectionnement de l'analyse de la lumière, de manière à apprécier l'influence de la structure, ou de telle autre circonstance générale, même accidentelle ou fugitive, sur la couleur transmise ou réfléchie, sans jamais s'engager dans la recherche illusoire des causes premières de la coloration spécifique.

Considérons les parties essentielles de l'optique. Nous trouvons d'abord l'optique proprement dite ou l'étude de la lumière directe. Cette étude est, avec celle de la catoptrique, la seule que les anciens aient cultivée. La loi relative à la propagation rectiligne de la lumière dans tout milieu homogène, suffit pour réduire à de simples questions géométriques tous les problèmes relatifs à la théorie des ombres. Cette théorie dépend, tant pour l'ombre que pour la pénombre, de la détermination d'une surface développable, circonscrite à la fois au corps éclairant et au corps éclairé.

Quelle qu'en soit l'antiquité, cette première partie de l'optique paraît très imparfaite, quand on l'envisage rela-

tivement aux lois de l'intensité de la lumière, ou à ce qu'on appelle la *photométrie*. L'intensité de la lumière est modifiée par plusieurs circonstances générales, telles que la direction, soit émergente, soit incidente; la distance; l'absorption qu'exerce le milieu; enfin, la couleur.

A cet égard, l'optique pèche par la base, puisqu'elle manque d'instruments photométriques précis. Tous les photomètres sont conçus d'après les lois mêmes qu'ils seraient destinés à vérifier, et ordinairement, d'après la plus douteuse de toutes, celle qui concerne la distance. On suppose l'intensité de la lumière réciproque au carré de la distance, sans qu'aucune expérience ait été faite pour vérifier une conjecture aussi équivoque. Telle est la base incertaine qu'on donne à la photométrie! Les vaines hypothèses sur la nature de la lumière sont un guide inutile: en effet, lorsque l'ondulation a été substituée à l'émission, les partisans de la nouvelle doctrine, exclusivement préoccupés des phénomènes qui avaient provoqué ce changement, n'ont même pas remarqué que la plupart des notions photométriques reposaient sur l'ancienne hypothèse, et réclamaient une nouvelle révision, à laquelle nul ne paraît avoir pensé.

On conçoit aisément ce que peut être la photométrie actuelle avec une telle manière de procéder. La loi relative à la direction, en raison du sinus de l'angle d'émergence ou d'incidence, n'est pas mieux démontrée que celle qui se rapporte à la distance. La seule branche de la photométrie, qui présente une consistance scientifique, est la théorie mathématique de l'absorption graduelle, et plus ou moins énergique, exercée sur la lumière par un milieu quelconque, qui a été pour Bouguer, et ensuite pour Lambert, le sujet de travaux fort intéressants, bien que le défaut d'expériences précises s'y fasse sentir. Enfin, l'in-

fluence photométrique de la couleur a donné lieu à quelques observations exactes, mais dépourvues, par le même motif, de conclusions précises, si ce n'est la fixation du *maximum* de clarté au milieu du spectre solaire. En résumé, les physiciens n'ont pas dépassé notablement, dans cette première partie, le terme où conduit spontanément l'observation vulgaire, abstraction faite de tout ce qui se rattache à la géométrie.

Il en est autrement à l'égard de la catoptrique, et surtout de la dioptrique. Les notions relatives à ces deux ordres de phénomènes sont ramenées à un très petit nombre de lois uniformes, très simples et très précises.

La loi de la catoptrique, déjà connue des anciens, consiste en ce que, quelles que soient la forme et la nature du corps réflecteur, ainsi que la couleur et l'intensité de la lumière, l'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence, et situé dans le même plan normal. D'après cette seule loi, l'analyse des effets produits par toutes les espèces de miroirs est réduite à de simples problèmes géométriques, qui pourraient conduire à de longs et pénibles calculs, si les cas très faciles du plan, de la sphère et du cylindre circulaire droit n'étaient pas, en réalité, les plus nécessaires à examiner. Toutefois, dans ces cas élémentaires, la détermination des images présenterait d'assez grandes difficultés, si l'on y cherchait une précision, qui n'est pas nécessaire. Cette détermination repose sur la théorie des *caustiques*, créée par Tschirnaüs.

Le seul principe exact, qui soit établi dans la théorie physiologique de la vision, consiste en ce que l'œil rapporte toujours la position d'un point au lieu d'où lui paraissent diverger les rayons lumineux qui en émanent, quelques déviations qu'ils aient éprouvées avant de parvenir à l'organe. D'après ce principe, l'appréciation rigoureuse de

l'image d'un point quelconque, vu à l'aide d'un miroir donné, exige la considération des deux surfaces *caustiques*, contenant le système des points d'intersection des rayons réfléchis consécutifs, qui correspondent aux rayons dirigés du point primitif vers toutes les parties du miroir. En effet, ces deux surfaces étant déterminées, il suffirait de leur mener de l'œil une tangente commune, pour avoir la direction suivant laquelle on apercevra le point proposé. Quant à la position précise de l'image sur cette droite, dans le cas où les deux points de contact sont du même côté de l'organe, on la détermine en prenant le milieu de la distance de ces deux points. Il en est de même à l'égard des images que produisent les lentilles, et dont la détermination repose sur la considération des caustiques par réfraction.

Toute réflexion lumineuse sur un corps quelconque est accompagnée de l'absorption d'une partie de la lumière incidente, ce qui donne lieu, en catoptrique, à une seconde question. Mais l'imperfection de la photométrie rejaillit sur cette étude. On ne sait pas si ce décroissement d'intensité est le même sous toutes les incidences; si sa valeur est indépendante du degré de clarté; ni quelle est, à cet égard, l'influence de la couleur. Tout ce qu'on connaît, c'est que l'absorption de la lumière paraît plus grande par réflexion que par transmission, d'où est résulté, dans ces derniers temps, l'usage des phares lenticulaires, si heureusement introduit par Fresnel.

Enfin l'étude de la réflexion donne lieu, pour toutes les substances diaphanes, à un dernier ordre de recherches. Dans de tels corps, la réflexion accompagne toujours la réfraction. On peut donc examiner suivant quelles lois s'accomplit la répartition entre la lumière transmise et la lumière réfléchie. On sait seulement que celle-ci est d'au-

tant plus abondante, que l'incidence est plus oblique, et que la réflexion commence à devenir totale à partir d'une certaine inclinaison, propre à chaque substance, et mesurée exactement pour plusieurs corps. Cette inclinaison paraît être d'autant moindre que la substance est plus réfringente.

La dioptrique est la partie la plus précise de l'optique. La loi de la réfraction simple, découverte par Snellius et par Descartes, consiste dans la proportionnalité des sinus des angles que le rayon réfracté et le rayon incident, toujours contenus dans un même plan normal, forment avec la perpendiculaire à la surface réfringente. Le rapport fixe de de ces deux sinus, quand la lumière passe du vide dans un milieu quelconque, constitue le coefficient optique le plus important de chaque corps, et tient un rang dans l'ensemble de ses caractères physiques. Les physiciens en ont dressé des tables qui peuvent rivaliser de précision avec les tables de pesanteur spécifique. Si la lumière passe d'un milieu dans un autre, le rapport de réfraction dépend de la nature des deux milieux. Mais, en un cas quelconque, le passage inverse lui donne toujours une valeur réciproque, comme l'expérience l'a montré. L'étude des réfractions consécutives, à travers un nombre quelconque d'intermédiaires, terminés par des surfaces communes, a fait connaître la loi suivante : la déviation définitive est la même que si la lumière eût immédiatement passé du premier milieu dans le dernier. C'est en vertu de cette loi que les tables de réfraction contiennent seulement les valeurs du rapport de réfraction propres au cas où la lumière pénétrerait du vide dans chaque substance. La simple division de ces nombres les uns par les autres suffit, dès lors, pour qu'on puisse en déduire les rapports effectifs, qui conviennent à toutes les comparaisons binaires qu'on juge à propos d'établir.

Tant qu'un corps n'éprouve aucune altération chimique, et que sa densité seule vient à changer, son rapport de réfraction varie proportionnellement à la densité. C'est pourquoi les physiciens, pour obtenir des caractères plus fixes, ont préféré, au rapport de réfraction proprement dit, son quotient par la densité, qu'ils ont nommé *pouvoir réfringent*. Ce quotient ne paraît pas rester invariable, quand le corps passe par divers états d'agrégation. Les variations du pouvoir réfringent sont assez prononcées, pour que les partisans du système vibratoire aient pu en tirer un de leurs arguments contre le système émissif, qui semblait exiger la fixité numérique d'un tel caractère, bien que le vague inhérent à ces hypothèses eût permis, sans doute, aux newtoniens d'adapter leur thèse à cette modification expérimentale. Il est à craindre qu'une révision aussi scrupuleuse ne renverse également la loi relative au pouvoir réfringent d'un mélange quelconque, et qui consiste en ce que le produit de ce nombre par le poids du mélange, ou le produit équivalent du rapport de réfraction par son volume, est toujours la somme des produits analogues, propres à toutes les parties intégrantes. Cette relation constituerait un théorème très important, si l'on pouvait compter sur sa réalité, et l'étendre à toutes les combinaisons, au lieu de la borner aux simples mélanges gazeux.

La loi de la réfraction a été complétée par les découvertes de Newton sur l'inégale réfrangibilité des couleurs élémentaires. Il résulte de la décomposition de la lumière dans un prisme que le rapport du sinus d'incidence, bien que constant pour chaque couleur, varie de l'une à l'autre partie du spectre solaire. L'accroissement total qu'il éprouve, depuis les rayons rouges jusqu'aux violets, mesure la *dispersion* propre à chaque substance, et complète la détermination de son pouvoir réfringent dans les tables

usuelles, où l'on ne peut insérer que la réfraction moyenne. En comparant ainsi les changements qu'éprouve le pouvoir dispersif, quand on passe d'un corps à un autre, on a reconnu que ces variations sont loin d'être proportionnelles, comme Newton l'avait cru, à celles du pouvoir réfringent. Ce défaut de correspondance, découvert, au milieu du siècle dernier, par Dollond, constitue une notion capitale, puisqu'il en résulte la possibilité de l'achromatisme, par la compensation des actions opposées dues à deux substances différentes.

Outre la réflexion et la réfraction, la lumière peut éprouver une autre modification importante, dont l'étude, ébauchée par Grimaldi et par Newton, constitue, depuis les recherches de Young et celles de Fresnel, une des parties essentielles de l'optique. Cette modification, connue sous le nom de *diffraction*, consiste dans la déviation, toujours accompagnée d'une dispersion plus ou moins prononcée, que subit la lumière, lorsqu'elle passe très près des extrémités d'un corps quelconque. La diffraction se manifeste par les franges inégales et diversement colorées, les unes extérieures, les autres intérieures, qui entourent les ombres produites dans la chambre obscure. Le fameux principe des *interférences*, découvert par Young, constitue la plus importante notion de cette théorie. Ce principe n'a été apprécié que depuis l'usage que Fresnel en a fait pour expliquer plusieurs phénomènes et, entre autres, celui des anneaux colorés. La loi des interférences consiste en ce que, dans l'action mutuelle de deux faisceaux lumineux émanés d'un même point et ayant suivi, par une cause quelconque, deux routes distinctes, mais peu inclinées l'une à l'autre, les intensités propres aux deux lumières se neutralisent et s'ajoutent alternativement, en faisant croître par degrés égaux et très rapprochés, dont la valeur est dé-

terminée, la différence de longueur entre les chemins que parcourent en totalité les deux faisceaux. Il est fort regrettable que ce principe n'ait pas été dégagé de conceptions chimériques sur la nature de la lumière.

L'esprit de cet ouvrage m'interdit l'étude de la double réfraction, propre à plusieurs cristaux, et dont la loi a été découverte par Huyghens, sous une forme géométrique fort élégante, où l'on passe de la réfraction ordinaire à cette nouvelle déviation, par la seule substitution d'un ellipsoïde à une sphère. Il en est de même des phénomènes dévoilés par Malus, sous le nom de *polarisation*, qui se rapportent aux modifications qu'éprouve la lumière, lorsqu'elle a été réfléchie par un corps quelconque, sous une certaine inclinaison, propre à chaque substance, et qui paraît dépendre uniquement de son rapport de réfraction.

TRENTE-QUATRIÈME LEÇON

Sommaire — Considérations générales sur l'électrologie.

L'invention de la machine électrique est aussi ancienne que celle de la machine pneumatique; mais c'est seulement un siècle plus tard que l'étude de l'électricité a commencé à prendre un caractère scientifique, grâce aux travaux de Dufay et de Symner sur la distinction des deux électricités, à l'expérience de Musschembroëk sur la bouteille de Leyde et, peu après, à la découverte de Franklin. Enfin, c'est uniquement depuis les travaux de Coulomb que cette étude présente un aspect rationnel, comparable à celui des autres branches de la physique.

La complication supérieure et la formation récente de l'électrologie en expliquent l'imperfection scientifique. A l'égard des observations, aucune étude n'offre autant de phénomènes curieux; mais les faits seuls ne constituent pas la science, qui n'est autre chose que la systématisation des phénomènes observés, d'après certaines lois bien constatées. Or, à cet égard, malgré l'imperfection des autres branches de la physique, l'électrologie est encore la moins avancée.

L'étude actuelle des phénomènes électriques permet rarement de prévoir ce qui se passerait dans des circonstances qui ne seraient pas entièrement identiques à celles dont l'influence a été déjà observée.

Dans aucune autre partie de la physique, l'influence

des hypothèses arbitraires n'est aussi étendue ; mais une intervention aussi complète est, par cela même, moins dangereuse. Les physiciens, même les moins philosophes, doivent reconnaître la stérilité de ces hypothèses illusoires, dans lesquelles la plupart ne voient aujourd'hui qu'une sorte d'appareil mnémonique, propre à faciliter la liaison des souvenirs. Néanmoins l'empire de ces hypothèses exerce une influence pernicieuse. C'est ainsi que la conception des fluides électriques et magnétiques tend à fortifier celle du fluide nerveux, et contribue au maintien des plus absurdes rêveries sur ce qu'on appelle le *magnétisme animal.*

En raison de la nature plus compliquée de ses phénomènes, l'électrologie comporte une moindre application des mathématiques. Aussi un tel moyen a-t-il peu participé au perfectionnement de cette étude. Toutefois, il faut distinguer les deux manières, l'une illusoire, l'autre réelle, dont cette application a été conçue en électrologie.

Les uns, en effet, l'ont fondée sur les fluides imaginaires, en transportant à l'action mutuelle de leurs molécules les lois de la mécanique. Le corps réel ne constitue alors qu'un simple *substratum*, nécessaire à la manifestation du phénomène, mais inutile à sa production, qui se passe tout entière dans le fluide. De tels travaux sont frappés d'inanité, comme le principe qui leur sert de base.

En d'autres cas, l'élaboration mathématique a reposé sur quelques lois élémentaires, constatées par l'expérience, abstraction faite des hypothèses chimériques. Telles sont les recherches d'Ampère et celles de ses successeurs sur l'exploration des phénomènes électro-magnétiques, où l'on a appliqué les lois de la dynamique abstraite à certains cas d'action mutuelle entre des conducteurs électriques ou des aimants. Dans cette importante spécialité, les travaux

d'Ampère ont offert un exemple de cette combinaison judicieuse entre l'esprit physique et l'esprit mathématique, que j'ai tant recommandée.

Examinons la composition des différentes parties de l'électrologie. Réduite à sa partie physique et abstraite, elle comprend trois ordres de recherches. Dans le premier, on étudie la production des phénomènes électriques, leur manifestation et leur mesure; dans le second, la comparaison de l'état électrique propre aux diverses parties d'une même masse, ou à divers corps contigus; dans le troisième, les lois des mouvements qui résultent de l'électrisation. On doit classer, comme une quatrième section, l'application des connaissances précédentes à l'étude des phénomènes magnétiques, qui en est inséparable.

Tous les corps ne sont pas également électriques; cet état est même passager, comme l'état sonore. Il faut examiner dans quelles circonstances il s'établit ou se détruit, par l'action des corps les uns sur les autres.

Les principales causes d'électrisation sont : les compositions et les décompositions chimiques, les variations de température, le frottement, la pression et le simple contact.

Les actions chimiques constituent les sources électriques les plus générales et les plus abondantes. Dans la pile de Volta, l'action chimique est reconnue, depuis les travaux de Wollaston, comme la principale cause de l'électrisation.

En second lieu, se placent les actions thermologiques, bien que, jusqu'à ces derniers temps, leur puissance électrique n'ait été reconnue que dans le cas de la tourmaline échauffée. On sait maintenant que de notables différences de température entre des barreaux consécutifs de divers

métaux suffisent pour déterminer un état électrique très prononcé, et d'autant plus intense que les éléments y sont plus nombreux.

La prépondérance de ces deux moyens d'électrisation rend fort délicate l'appréciation de tous les autres. C'est ainsi que, malgré l'état électrique que le frottement semble développer avec tant d'énergie, on ne sait si le frottement, comme tel, contribue d'une manière notable à l'électrisation, ou si celle-ci ne résulte pas des effets thermométriques, et même chimiques, dont le frottement est toujours accompagné. Mais cette remarque est surtout applicable à la production de l'état électrique par le simple contact des corps hétérogènes, d'où l'immortel inventeur de la pile avait fait résulter l'énergie de cet instrument, tandis qu'il est bien reconnu que l'action chimique y a la principale part.

Une foule d'autres causes moins importantes peuvent produire l'état électrique, entre autres les changements dans le mode d'agrégation, la fusion des solides, et surtout l'évaporation des liquides, enfin le simple mouvement, comme le montre la belle expérience d'Arago relative à l'influence de la rotation d'un disque métallique sur une aiguille aimantée, non contiguë, quoique voisine.

La cessation graduelle de l'état électrique a été moins étudiée que sa formation. On peut poser en principe que l'électrisation, une fois établie, persisterait indéfiniment, comme l'état thermométrique, si le corps pouvait être rigoureusement soustrait à toute influence extérieure, ou strictement *isolé*, soit de l'atmosphère, soit de la masse du globe. Les lois de la déperdition sont très peu connues. Coulomb est le seul qui s'en soit occupé, dans ses expériences sur la dissipation graduelle de l'électricité le long des supports isolants de la machine électrique, ou à tra-

vers un air plus ou moins humide. Il a analysé l'influence de l'état hygrométrique de l'atmosphère sur la déperdition électrique.

A chaque mode d'électrisation correspond une classe d'instruments destinés à produire ou à maintenir l'état électrique. Il serait déplacé de les considérer ici. Mais il faut mentionner les instruments destinés à la manifestation et surtout à la mesure de l'état électrique, c'est-à-dire les électroscopes et les électromètres. L'amélioration de ces instruments est plus nécessaire que celle des machines électriques; car de bons indicateurs permettent d'utiliser de très faibles puissances électriques.

Parmi les électroscopes, il faut surtout distinguer, comme adaptés aux recherches délicates, ceux qui, sous le nom de *condensateurs*, sont destinés à rendre sensibles, par une ingénieuse accumulation graduelle, de très faibles effets électriques.

Le plus parfait des électromètres consiste dans la balance électrique de Coulomb, où l'intensité des attractions et des répulsions électriques est mesurée, avec une admirable précision, d'après l'important principe de l'équilibre de torsion, par le nombre d'oscillations que l'indicateur exécute, en un temps donné, autour de sa situation statique. C'est à l'aide de cet instrument que Coulomb découvrit la loi relative à la variation de l'action électrique, répulsive ou attractive, inversement au carré de la distance. Lorsque la science s'est enrichie de l'électro-magnétisme, cette étude a amené une nouvelle classe d'électromètres, dont la première idée, due à Schweigger, a été perfectionnée par Nobili. Ils consistent dans les divers *multiplicateurs*, où l'action d'un conducteur métallique sur une aiguille aimantée est amplifiée par des circonvolutions très rapprochées, presque parallèles.

Considérons la seconde partie de l'électrologie, c'est-à-dire la *statique électrique*. Il faut écarter avec soin toute idée mécanique sur l'équilibre du prétendu fluide électrique, et cesser de penser à la mesure des divers degrés d'épaisseur de la couche imaginaire dont quelques géomètres ont voulu recouvrir les corps électrisés. Il faut attacher à l'expression d'*équilibre* électrique un sens analogue à celui dans lequel Fourier prenait l'équilibre de la chaleur.

En examinant l'équilibre électrique dans chaque corps isolé, Coulomb a établi, comme première loi, la tendance constante de l'électricité, suivant le style métaphorique encore usité, à se porter immédiatement à la surface; ce qui signifie, en termes rationnels, que, après un instant jusqu'ici inappréciable, l'électrisation est toujours limitée à la surface des corps, de quelque manière qu'elle ait été produite. La répartition de l'état électrique entre les diverses parties de cette surface dépend, d'après les expériences de Coulomb, de la forme des corps. Elle est uniforme pour la sphère, et inégale pour toute autre figure, mais soumise à des lois régulières, dont l'analyse présente des difficultés presque insurmontables. Néanmoins, Coulomb a constaté un fait important, en comparant l'état électrique des extrémités d'un ellipsoïde graduellement allongé. Il a reconnu que l'électrisation des extrémités augmente à mesure que la figure s'allonge, en diminuant sur le reste du corps; il en a déduit l'explication de ce remarquable pouvoir des pointes, si bien dévoilé par Franklin.

Les lois de l'équilibre électrique entre plusieurs corps contigus constituent une recherche plus difficile. Coulomb ne les a étudiées que dans le cas de diverses masses sphériques. Il a trouvé que la nature des substances n'exerce

aucune influence sur la répartition électrique qui s'établit entre elles, et dont le mode dépend seulement de leur figure et de leur grandeur. L'état électrique de chaque surface est plus ou moins persévérant, et se manifeste avec plus ou moins de rapidité, suivant le degré de conductibilité du corps. L'action mutuelle de deux sphères égales a été analysée par Coulomb, qui a découvert que l'état électrique, toujours nul au contact, et à peine sensible à vingt degrés de là, augmente ensuite rapidement de soixante à quatre-vingt-dix degrés, et continue à croître encore, quoique plus lentement, jusqu'à cent quatre-vingts degrés, où se trouve son *maximum*.

La troisième partie de l'électrologie est qualifiée de *dynamique électrique*, parce qu'elle a pour objet l'étude des mouvements qui résultent de l'électrisation. Malgré sa fondation récente, cette section est, grâce aux travaux d'Ampère, celle dont l'état scientifique est le plus satisfaisant.

L'analyse de ces effets si variés a été ramenée par Ampère à un seul phénomène, à l'action directe et mutuelle de deux fils conducteurs, électrisés par des piles voltaïques. C'est donc à cette action que nous devons borner notre examen philosophique.

Deux conducteurs ainsi disposés tendent toujours, quand ils sont suffisamment mobiles, à se placer dans des directions parallèles entre elles; et, après y être parvenus, ils s'attirent ou se repoussent, suivant que les deux courants électriques sont de même sens ou de sens contraire. Mais, pour observer avec exactitude les lois de ce phénomène principal, il est nécessaire de soustraire les deux fils à l'action directrice analogue qu'exerce sur eux, en vertu de son état électrique, la masse générale du globe terrestre. Après avoir découvert cette action, Ampère a imaginé des dispo-

sitions, propres à garantir les observations de cette perturbation générale, soit en plaçant chaque conducteur dans le plan où l'influence de la terre tendrait à le ramener, soit même en neutralisant complètement cette influence par l'opposition des effets égaux qu'elle produirait sur les deux parties du conducteur convenablement modifié. Il devient, dès lors, facile de saisir les lois du phénomène. Ces lois sont relatives à l'influence de la direction, ou à celle de la distance.

Quant à la direction, il faut distinguer deux cas, suivant que l'on compare deux éléments conducteurs, situés dans le même plan, ou dans des plans différents. Pour le premier cas, lintensité de l'action dépend seulement de l'angle formé par chacun des deux éléments avec la ligne qui joint leurs milieux. Elle est nulle en même temps que cet angle, et augmente avec lui, en atteignant son *maximum*, lorsqu'il devient droit, et en changeant d'ailleurs de signe en même temps que lui. Tous les phénomènes, directs ou indirects, paraissent être exactement représentés, si l'on fait varier cette intensité proportionnellement au sinus de l'inclinaison, suivant la formule adoptée par les successeurs d'Ampère. Quand les deux conducteurs ne sont pas dans un même plan, l'action dépend en outre de l'inclinaison mutuelle des plans menés par chacun d'eux et par la ligne commune de leurs milieux; la marche de cette seconde relation est totalement différente. La perpendicularité de ces deux plans détermine l'absence d'action, soit attractive, soit répulsive : il y a attraction, tant que l'angle est aigu, et l'attraction augmente à mesure qu'il diminue, son *maximum* ayant lieu au moment de la coïncidence. Quand l'angle est obtus, l'action devient répulsive, et présente une intensité d'autant plus grande que chaque plan s'approche davantage du prolongement de

l'autre, situation qui produit le *maximum* de répulsion. Cette action paraît être proportionnelle au cosinus de l'angle des deux plans.

Ampère a supposé, par analogie avec la loi de Coulomb, que l'action des deux éléments conducteurs est réciproque au carré de la distance de leurs milieux. Cette simple analogie ne pouvait suffire. Toutefois, il était aisé de démontrer mathématiquement, comme le fit Laplace, que, dans l'hypothèse adoptée par Ampère, l'action d'un conducteur rectiligne, de longueur indéfinie, sur une aiguille aimantée, devait varier en raison inverse de leur plus courte distance. Or, cette conséquence a été vérifiée par Savart et Biot.

Une telle loi tendrait à présenter la marche des actions électriques comme analogue, au point de vue mathématique, à celle de la gravitation. Mais nous venons de voir la grande influence exercée, dans la dynamique électrique, par la direction mutuelle, dont la gravitation est indépendante. On conçoit aisément que, par suite de ce caractère propre aux forces électriques, leur composition analytique doive être plus difficile que celle des gravitations moléculaires, dont la complication est elle-même presque inextricable, sauf dans les cas les plus simples. Aussi la dynamique électrique n'a-t-elle été étudiée mathématiquement que suivant une seule dimension par les successeurs d'Ampère, et surtout par Savary. Cette étude offrirait même de grands obstacles, si l'on n'avait égard à une dernière notion, établie par Ampère, et qui consiste en ce que, dans une étendue infiniment petite, et tant que la distance n'est pas sensiblement changée, l'action électrique est identique pour deux éléments conducteurs aboutissant aux mêmes extrémités, quelle que soit d'ailleurs leur différence de forme. Cette propriété introduit de pré-



cieuses simplifications analytiques, par la faculté qui en résulte de substituer, dans les calculs électriques, à l'action de tout élément curviligne, celle, dès lors équivalente, de l'ensemble des différentielles de ses coordonnées quelconques, ce qui établit une analogie remarquable entre les décompositions électriques et les décompositions dynamiques ordinaires.

Tel est l'ensemble des notions d'après lesquelles on procède à l'étude des actions produites par des fils conducteurs, contournés et disposés de diverses manières. Le cas le plus intéressant se rapporte aux conducteurs pliés en hélice, surtout lorsque leurs spires sont très rapprochées : Ampère en a montré l'importance pour imiter, dans les expériences purement électriques, les phénomènes propres aux corps aimantés.

La destination scientifique essentielle de la dynamique électrique consiste dans l'explication des phénomènes magnétiques, dont l'étude constitue la quatrième branche de l'électrologie, depuis la découverte, faite par Œrstedt, de l'influence exercée par un conducteur voltaïque sur une aiguille aimantée.

L'ensemble des expériences, qui ont été faites dans la direction tracée par Œrsdedt, a mis hors de doute l'identité des effets magnétiques et électriques. La propriété la plus vulgaire des aimants, leur puissance attractive à l'égard du fer, a été constatée par Arago, pour des conducteurs voltaïques de nature quelconque. Ce même physicien a reconnu la possibilité d'aimanter une aiguille d'acier, en l'entourant d'un conducteur voltaïque plié en hélice, ou même en l'électrisant par des procédés ordinaires, indépendants de l'action galvanique. Ces nouveaux modes d'aimantation ont été l'objet d'un judicieux travail de Savary. Enfin Ampère a rattaché à l'électrologie le plus

important caractère des phénomènes magnétiques, la direction de l'aiguille aimantée, après avoir découvert l'action directrice exercée par la terre sur un conducteur voltaïque, dont le plan tend toujours à se placer perpendiculairement à la situation de l'aiguille aimantée. D'un autre côté, pour compléter un tel parallèle, la plupart des phénomènes électriques ont pu être imités à l'aide des aimants. Faraday a produit ainsi de véritables étincelles électriques. En un mot, par la combinaison de ces diverses observations, Ampère a été conduit à interpréter tous les phénomènes magnétiques, en concevant la surface d'un aimant quelconque recouverte d'une suite de circuits voltaïques fermés, perpendiculaires à son axe.

Dans cette théorie, il ne resterait à expliquer qu'un seul caractère de la vertu magnétique, sa relation exclusive à un petit nombre de substances déterminées. Sans doute, il ne serait pas scientifique de vouloir remonter jusqu'à la propriété spécifique primordiale, de même qu'on ne saurait chercher pourquoi tel corps est un bon ou un mauvais conducteur de l'action électrique. Toutefois, les phénomènes électriques étant généraux, la doctrine électromagnétique laissera quelque chose de capital à désirer, tant qu'on n'aura pas rattaché la constitution des aimants à quelque autre condition électrique, susceptible de généralité. Le progrès des observations tend, il est vrai, à affaiblir la différence qui existe entre les substances propres à l'aimantation, et celles qui ne le sont pas. Nous sommes autorisés à penser, à cet égard, qu'il n'y a que des différences de degrés. Il demeure néanmoins incontestable qu'on n'aperçoit aucune relation entre le caractère électrique des substances ferrugineuses et leur prépondérance magnétique. Il y a là une lacune dans l'électro-magnétisme.

Pour faire rentrer dans la dynamique électrique le phénomène de la direction de l'aiguille aimantée, il suffit de concevoir la terre, recouverte à sa surface, comme tout autre aimant, d'une suite de circuits voltaïques, parallèles à l'équateur magnétique. Ampère attribuait un tel état électrique aux températures inégales et périodiquement variables des divers points de la surface terrestre. L'expérience d'Arago, sur l'influence magnétique du mouvement de rotation, porte à penser que le mouvement diurne de la terre contribue à son électrisation. Enfin, il y aurait peut-être lieu d'admettre une certaine constitution électrique, propre à notre globe. Quoi qu'il en soit, je ne puis envisager les lois relatives à la distribution du magnétisme à la surface de notre planète. La théorie magnétique, propre à la physique abstraite, se borne à caractériser et à assujettir à des mesures précises les objets sur lesquels doit porter l'observation des naturalistes, savoir : l'intensité relative de l'action magnétique, estimée d'après le nombre d'oscillations que l'aiguille aimantée exécute, en un temps donné, autour de sa position d'équilibre; et la direction de cette action, définie par les deux éléments rigoureusement appréciables, connus sous les noms de *déclinaison* et d'*inclinaison*. On commence de à entrevoir quelques lois empiriques sur les valeurs normales de ces deux angles dans les différents lieux, et l'on présume que la tangente de l'inclinaison est toujours double de celle de la latitude magnétique; mais cette re cherche est à peine ébauchée. Il en est ainsi, à plus forte raison, des variations périodiques de grandeur et de durée qu'éprouve, en chaque lieu, la direction de l'aigulle aimantée, soit en déclinaison, soit en inclinaison, et qui paraissent jusqu'ici inexplicables. Toutefois, je ne dois pas négliger a tentative de Duperrey, pour rattacher l'ensemble de ces

variations aux changements réguliers qu'éprouve l'état thermométrique du globe. Il serait désirable que cette conception, en harmonie avec la théorie d'Ampère, fût confirmée par une discussion approfondie des observations relatives au magnétisme terrestre.

TRENTE-CINQUIÈME LEÇON

Sommaire. — Considérations philosophiques sur l'ensemble de la chimie.

Le dernier aspect sous lequel la philosophie doit étudier l'existence des différentes substances se rapporte aux modifications qu'elles peuvent éprouver dans leur composition, en vertu de leurs réactions moléculaires. Ce nouvel ordre de phénomènes, sans lequel les plus importantes opérations de la nature seraient incompréhensibles, est le plus complexe de tous ceux que peut manifester le monde inorganique. Dans aucun acte de leur existence, les corps inertes ne paraissent aussi rapprochés de l'état vital, que quand ils exercent les uns sur les autres cette perturbation qui caractérise les effets chimiques. L'esprit de toute philosophie théologique ou métaphysique consistant à concevoir tous les phénomènes comme analogues à celui de la vie, le seul connu par un sentiment immédiat, on s'explique comment cette philosophie a exercé, sur l'étude des phénomènes chimiques, une plus opiniâtre domination, que sur toute autre classe de phénomènes inorganiques.

L'observation directe et spontanée ne s'applique qu'aux phénomènes les plus compliqués, comme les combustions végétales, les fermentations, etc. Les phénomènes les plus faciles à explorer ne se produisent que dans des circonstances artificielles. Dans l'enfance de la chimie, la création

de sujets d'observation vraiment convenables a dû être très difficile. Malgré leur persévérante activité, les anciens scrutateurs de la nature n'auraient pas été conduits à la découverte des principaux phénomènes chimiques, sans la stimulation qu'entretenaient en eux les espérances illimitées, dues à leurs notions chimériques sur la composition de la matière.

Ce qui précède explique la tardive et incomplète positivité des conceptions chimiques. Cette science constitue la branche la moins avancée de la philosophie inorganique. En introduisant, dans des actes chimiques déjà bien explorés, quelques modifications, même légères et peu nombreuses, il est rarement possible de prédire avec justesse les changements qu'elles doivent produire; et néanmoins, sans cette condition, il n'existe point de *science;* il y a seulement *érudition*, quelles que soient l'importance et la multiplicité des faits recueillis. Penser autrement, c'est prendre une carrière pour un édifice.

L'infériorité de la chimie doit être en partie attribuée à l'éducation défectueuse de la plupart des savants qui s'y livrent. Une judicieuse analyse philosophique contribuerait au perfectionnement de cette science. Nous devons en définir l'objet général.

Il est aisé de caractériser les phénomènes chimiques : tous présentent une altération plus ou moins complète, mais toujours appréciable, dans la constitution intime des corps considérés, c'est-à-dire une composition ou une décomposition, et le plus souvent l'une et l'autre.

Par ce caractère, la chimie se distingue de la physique, qui la précède, et de la biologie, qui la suit. L'ensemble de ces trois sciences a pour objet d'étudier l'activité moléculaire de la matière, dans ses divers modes. L'action chimique présente quelque chose de plus que la simple

action physique, et quelque chose de moins que l'action vitale.

Pour compléter cette notion des phénomènes chimiques, il est utile d'y ajouter deux considérations, relatives à la nature du phénomène et à ses conditions générales.

Toute substance est susceptible d'une activité chimique plus ou moins variée : c'est pourquoi les phénomènes chimiques ont été classés parmi les phénomènes généraux. Mais ils offrent un contraste avec les phénomènes physiques, en ce qu'ils présentent, en chaque cas, quelque chose de spécifique, ou d'électif, suivant l'expression de Bergmann. Les propriétés physiques constituent le fondement de toute existence matérielle. C'est par les propriétés chimiques que les individualités se prononcent.

En second lieu, parmi les conditions variées, propres au développement des phénomènes chimiques, on a pu remarquer, de tout temps, la nécessité du contact immédiat des particules antagonistes et, par suite, celle de l'état fluide, soit gazeux, soit liquide, de l'une au moins des substances considérées.

On peut résumer les considérations précédentes, en définissant la chimie comme ayant pour but général d'*étudier les lois des phénomènes de composition et de décomposition, qui résultent de l'action moléculaire et spécifique des diverses substances naturelles ou artificielles, les unes sur les autres*.

Il est à craindre que l'imperfection de cette science ne comporte pas, de longtemps, une définition plus précise. Mais, pour caractériser le véritable esprit de la chimie, il importe d'en considérer la définition la plus rationnelle.

A cet effet, en rattachant toujours la considération de *science* à celle de *prévoyance*, on doit se proposer, dans

toute recherche chimique, étant données les propriétés des substances simples ou composées, placées dans des circonstances bien définies, de déterminer exactement en quoi consistera leur action, et quelles seront les principales propriétés des nouveaux produits. Si de telles solutions étaient obtenues, les trois applications fondamentales de la chimie, soit à l'étude des phénomènes vitaux, soit à l'histoire naturelle du globe, soit enfin aux opérations industrielles, seraient rationnellement organisées. Cette conception du problème chimique, bien que supérieure à l'état actuel de la science, n'est pas moins le but vers lequel tendent tous les efforts des chimistes, puisque les questions simples et peu nombreuses, à l'égard desquelles ce résultat a été atteint, sont regardées comme les parties les plus avancées de la chimie.

Toutes les données de cette science devraient, en dernier lieu, pouvoir se réduire à la connaissance des propriétés essentielles des corps simples, qui conduirait à celle des divers principes immédiats, et, par suite, aux combinaisons les plus complexes et les plus éloignées.

Nous pouvons donc, en résumé, définir la chimie, le plus rationnellement possible, comme ayant pour objet final : *étant données les propriétés de tous les corps simples, trouver celles de tous les composés qu'ils peuvent former.*

La considération de ce but, qui est rarement atteint, me semble très utile pour donner aux recherches une marche plus philosophique. Toute science est plus ou moins inférieure à sa définition. Mais une définition précise est néanmoins le premier symptôme d'une consistance scientifique, et la meilleure mesure des progrès accomplis. C'est ce qui m'a déterminé à insister sur ce sujet.

La loi que j'ai établie relativement à l'harmonie qui existe entre l'accroissement de complication des divers ordres de

phénomènes, et l'extension des moyens d'exploration, se vérifie pour la chimie. C'est ici que *l'observation* proprement dite reçoit son complet développement. La chimie y fait concourir simultanément tous les sens de l'homme.

Quant à *l'expérience*, elle est, malgré les apparences, moins appropriée à la nature des recherches chimiques, qu'à celle des questions physiques. Car les effets chimiques dépendent ordinairement d'un trop grand concours d'influences diverses, pour qu'il soit facile d'en éclairer la production par de véritables expériences, en instituant deux cas parallèles, qui soient exactement identiques dans toutes leurs circonstances, sauf celle qu'on veut apprécier, ce qui est la condition de toute expérimentation irrécusable.

Enfin, le troisième mode d'exploration, la *comparaison*, pourrait commencer à acquérir, dans les recherches chimiques, une véritable efficacité. Je n'ai pas besoin d'en signaler d'autre indice que l'existence des familles naturelles, bien que la classification correspondante à ce principe soit loin d'être bien établie. Peut-être, en indiquant cette relation, mon esprit se tient-il trop au-delà de l'état présent de la science; mais il ne faut pas oublier que la chimie est une science naissante. C'est en devançant les phases de ce développement, que l'étude de la philosophie peut hâter les progrès des sciences.

Quels que soient les moyens employés pour l'exploration chimique, leur emploi est ordinairement susceptible d'une vérification appropriée à la nature de la chimie. Cette ressource résulte de la confrontation de *l'analyse* et de la *synthèse*.

Tout corps, qui a été décomposé, doit être conçu comme susceptible d'une recomposition, d'ailleurs plus ou moins difficile et quelquefois presque impossible à réaliser. Or, si cette opération inverse reproduit la substance primitive,

la démonstration chimique acquiert la plus incontestable certitude. Malheureusement l'extension de la chimie a plus porté sur les facultés analytiques que sur les moyens synthétiques : en sorte que ces deux voies sont loin de conserver entre elles une exacte harmonie.

Pour caractériser les cas où cette harmonie est nécessaire à l'établissement d'une conviction inébranlable, il faut distinguer deux genres d'analyse : une analyse préliminaire, consistant dans la simple séparation des principes immédiats, et une analyse finale, conduisant à la détermination des *éléments* proprement dits. Cette dernière analyse est le complément de toute étude chimique ; l'usage de la première est, cependant, plus important et plus étendu. On peut, dans l'analyse élémentaire, se dispenser d'une vérification synthétique ; car on déduit toujours, de la composition des réactifs employés, comparée à celle des produits obtenus, la composition inconnue de la substance proposée. Il en est tout autrement, quand il s'agit de déterminer les principes immédiats : leurs éléments pouvant toujours produire entre eux d'autres combinaisons de différents ordres, on n'est jamais certain, dans cette analyse, qu'un ou plusieurs des prétendus principes immédiats, qu'elle a fournis, ne doivent pas leur origine aux réactions provoquées par l'opération analytique elle-même. La synthèse peut seule alors, en reconstruisant, avec les matériaux trouvés, la substance proposée, décider la question d'une manière irrécusable ; à moins que, grâce à la faible énergie des réactifs, ou à la puissance des inductions analogiques, les résultats directs de l'analyse ne comportent aucun doute raisonnable.

Pour compléter l'aperçu de ce principe, on doit remarquer l'existence d'une certaine harmonie entre la possibilité d'appliquer la méthode synthétique et l'obligation d'y

recourir. Cela résulte de ce que les combinaisons deviennent moins tenaces, à mesure que l'ordre de composition des particules constituantes s'élève davantage. Or le degré de facilité de la recomposition doit, sans doute, correspondre à celui avec lequel la séparation s'est opérée. Ainsi, l'analyse élémentaire, la seule dans laquelle on puisse se dispenser de la contre-épreuve synthétique, obligerait aux recompositions les plus difficiles, souvent même impossibles, pour peu que les éléments soient nombreux, par suite des réactions très énergiques qui y sont ordinairement nécessaires. Au contraire, les cas d'analyse immédiate, n'exigeant que de faibles antagonismes, n'opposent pas de grands obstacles aux opérations synthétiques, qui sont alors presque indispensables.

Après avoir considéré le but de la chimie et les moyens d'exploration de cette science, nous sommes conduits à en examiner la position encyclopédique, c'est-à-dire à en justifier le rang dans la hiérarchie scientifique.

Ce cas me paraît l'un des plus propres à constater que ma classification ne repose pas sur des considérations arbitraires. Aucune position encyclopédique ne se présente avec plus de spontanéité. Par les phénomènes électro-chimiques, la chimie touche à la physique, dont elle constitue un simple prolongement; et, à son autre extrémité, par l'étude des combinaisons organiques, elle adhère à la biologie, dont elle établit les fondements.

Considérons la chimie relativement aux sciences qui la précèdent, en commençant par la physique.

Les phénomènes chimiques sont plus compliqués que les phénomènes physiques; l'étude des premiers est subordonnée à celle des seconds. Les uns et les autres sont rigoureusement généraux; mais l'ordre de généralité des faits chimiques est inférieur à celui des faits physiques. En

comparant ceux-ci aux faits astronomiques, j'ai démontré que leur généralité est moindre, parce que, quoique propres à tous les corps, ils ne s'y manifestent pas dans toutes les circonstances, leur développement étant soumis à certaines conditions. Le même principe est applicable ici. Avec de simples modifications, les propriétés physiques appartiennent à toutes les substances. Chaque corps ne manifeste, au contraire, ses propriétés chimiques que dans un état tellement restreint, qu'il a fallu une longue série d'essais laborieux pour parvenir à le réaliser. En un mot, la nature nous offre de nombreux effets physiques, qui ne sont accompagnés d'aucun effet chimique, tandis que nul phénomène chimique ne peut avoir lieu sans la coexistence de certains phénomènes physiques. Les agents chimiques les plus puissants sont empruntés à la physique. On ne saurait donc concevoir la chimie, sans lui donner la physique pour base.

De cette relation résulte une subordination indirecte, mais nécessaire, de la chimie à l'astronomie, et même à la science mathématique.

Toute tentative par laquelle on se propose de faire rentrer les questions chimiques dans le domaine des doctrines mathématiques doit être réputée antipathique à la nature des phénomènes, et ne peut découler que d'hypothèses arbitraires sur la constitution intime des corps. Si, par une aberration heureusement impossible, l'analyse mathématique acquérait, en chimie, la même prépondérance qu'en physique, elle déterminerait une rétrogradation, en substituant des conceptions vagues à des notions positives, et un verbiage algébrique à l'exploration des faits.

La subordination directe de la chimie à l'astronomie est également très faible, mais néanmoins plus prononcée. Elle est presque insensible dans la chimie *abstraite*, seule

cultivée aujourd'hui. Mais, quand les progrès de la philosophie permettront le développement de la chimie *concrète*, c'est-à-dire l'application des connaissances chimiques à l'histoire naturelle du globe, on éprouvera, sans doute, le besoin de combiner, pour expliquer les phénomènes, les considérations chimiques et les considérations astronomiques. La géologie actuelle doit nous faire pressentir la manifestation future d'une semblable nécessité, qu'un vague instinct avait probablement révélée aux philosophes de l'âge théologique, au milieu de leurs rapprochements entre l'astrologie et l'alchimie.

Si les relations de la chimie avec la science mathématique, et même avec l'astronomie, sont peu considérables au point de vue de la doctrine, il n'en saurait être ainsi relativement à la méthode. Une suffisante habitude de l'esprit mathématique et de la philosophie astronomique exercerait la plus salutaire influence sur les savants voués à l'étude de la chimie.

Il serait superflu de considérer la liaison de la chimie avec les sciences qui la suivent, et surtout avec la biologie. Un tel examen sera mieux à sa place dans l'étude de cette dernière science, qui s'appuie sur la chimie, soit comme point de départ, soit comme principal moyen d'investigation.

La position encyclopédique de la chimie, ainsi vérifiée, conduit à fixer le degré de perfection que comporte cette science, comparée aux autres. Sous le double aspect de la méthode et de la doctrine, le degré de perfection de la chimie est inférieur à celui de la physique, et supérieur à celui de la biologie.

Quant à la méthode, la physique est plus rapprochée que la chimie de l'état positif. Si la première présente encore, dans ses hypothèses, un caractère métaphysique,

la seconde est, à certains égards, essentiellement métaphysique. La doctrine des *affinités*, jusqu'à présent classique, est d'une nature encore plus ontologique que celle des fluides et des éthers imaginaires. Si ces derniers ne sont que des entités matérialisées, les affinités vulgaires sont des entités complètement pures, aussi vagues et indéterminées que celles de la philosophie scolastique du moyen âge. Les solutions qu'on en déduit présentent le caractère des explications métaphysiques, la simple et naïve reproduction, en termes abstraits, de l'énoncé même du phénomène. Le développement des observations chimiques, qui doit bientôt discréditer une aussi vaine philosophie, n'a fait jusqu'ici que la modifier de manière à en dévoiler la nullité. Quand les affinités étaient regardées comme absolues et invariables, leur emploi présentait une apparence imposante; mais, depuis que les faits ont forcé de concevoir les affinités comme variables d'après une foule de circonstances diverses, leur usage est devenu, par ce seul changement, d'une inanité plus manifeste et presque puérile. Ainsi, pour fixer les idées, on sait que le fer décompose l'eau à une certaine température. Néanmoins, on a reconnu ensuite que, sous la seule influence d'une plus haute température, l'hydrogène décompose l'oxyde de fer. Que peut signifier, dès lors, l'ordre quelconque d'affinité qu'on croira devoir établir entre le fer et l'hydrogène pour l'oxygène? Si l'on fait varier cet ordre avec la température, comment peut-on contester la nature purement verbale de cette prétendue explication?

L'empire de l'éducation, et, surtout, l'état correspondant du développement général de l'humanité, dominent tellement la marche individuelle des esprits, même les plus éminents, que Berthollet, dans l'ouvrage où il a renversé l'ancienne doctrine des affinités invariables

ou *électives*, n'a pu se soustraire complètement aux habitudes d'ontologie chimique, et a maintenu l'usage des vaines conceptions d'affinité, rendues encore plus vagues par les modifications mêmes qu'il a dû leur faire subir. Pour constater combien ces habitudes sont encore enracinées, il suffit de signaler l'étrange et absurde doctrine de l'*affinité prédisposante*, dont l'usage est resté classique, comme l'indiquent les traités les plus récents, et entre autres celui de Berzélius. Lorsque, par exemple, l'action de l'acide sulfurique détermine, à la température ordinaire, la décomposition de l'eau par le fer, de façon à dégager l'hydrogène, on attribue ce phénomène à l'affinité de l'acide sulfurique pour l'oxyde de fer qui *tend* à se former. Or, peut-on imaginer rien de plus métaphysique, et même de plus incompréhensible, que l'action sympathique d'une substance sur une autre qui n'existe pas encore, et la formation de celle-ci en vertu de cette mystérieuse affection? Il faut convenir que, à côté d'une telle conception, les étranges fluides des physiciens sont quelque chose de rationnel et de satisfaisant.

On doit sentir, par ce qui précède, l'importance du plan que j'ai indiqué pour l'éducation des chimistes. On ne peut méconnaître que la doctrine des affinités n'est qu'une tentative pour concevoir la nature intime des phénomènes chimiques, aussi inacessible que les essences analogues, qu'on cherchait autrefois, à l'égard des phénomènes plus simples. Or, comment les chimistes pourraient-ils se pénétrer convenablement de l'esprit positif, si ce n'est par l'étude des seules sciences où il soit pleinement développé?

Il me reste à signaler les propriétés philosophiques les plus élevées de la chimie, relativement à son action sur l'éducation de la raison humaine.

On pourrait dire d'abord, à l'égard de la méthode, que la chimie présente à l'esprit humain de grandes ressources pour étudier, en général, l'art de l'expérimentation; mais la physique lui est supérieure sur ce point. La chimie peut surtout enseigner l'art de l'observation proprement dite. De plus, il existe, dans le système de la méthode positive, une partie fort importante, quoique peu appréciée, que la chimie me semble destinée à perfectionner. Il s'agit, non pas de la théorie des classifications, assez mal entendue par les chimistes, mais de l'art des nomenclatures rationnelles, dont la chimie, par la nature même de son objet, présente les plus parfaits modèles.

Parmi les sciences dans lesquelles la multitude des sujets considérés excite à la formation des nomenclatures, la chimie est la seule dont les phénomènes soient assez simples, assez uniformes et assez déterminés, pour que la nomenclature rationnelle en puisse être à la fois claire, rapide et complète. Toutes les considérations chimiques sont dominées par la notion de la composition. Le but de la chimie est de tout rallier à ce caractère suprême. Ainsi, le nom de chaque corps, en faisant connaître sa composition, peut indiquer un résumé de son histoire chimique. Plus la chimie fera de progrès, plus cette propriété de sa nomenclature devra se développer. D'un autre côté, le dualisme y étant la constitution la plus commune, c'est la condition la plus favorable à la formation d'une nomenclature rapide, et néanmoins expressive. Aussi la chimie en a-t-elle présenté, de tout temps, un système plus ou moins grossier, mais nullement comparable à celui qui a été formé par Guyton-Morveau.

Ainsi, la chimie est éminemment propre à développer l'un de ces moyens fondamentaux dont l'ensemble cons-

titue le pouvoir général de l'esprit humain. Dans les sciences plus compliquées, la formation des nomenclatures, quoique plus difficile, présente cependant un puissant intérêt. J'ai voulu montrer la nécessité de puiser, dans la chimie, les principes et l'esprit de l'art des nomenclatures scientifiques.

Les propriétés philosophiques de la chimie sont encore plus éclatantes et plus essentielles, au point de vue de la doctrine.

J'ai déjà signalé le caractère d'opposition à toute philosophie théologique, qui est caractérisé par ces deux propriétés des différentes sciences : 1° prévision des phénomènes; 2° modification volontaire exercée sur eux. J'ai également indiqué que, plus la faculté de prévoir diminue, par suite de la complication croissante des phénomènes, plus la faculté de modifier est augmentée, par la variété des moyens d'action qui résulte de cette complication même.

Ainsi le développement de la puissance humaine dans l'ordre des effets chimiques doit compenser l'infériorité de la chimie en prévoyance rationnelle, pour faire constater que cette classe de phénomènes ne saurait être régie par aucune volonté providentielle. Mais je crois devoir indiquer une autre voie, par laquelle la chimie est destinée à contribuer à l'affranchissement du génie humain, en rectifiant les notions primitives sur l'économie de la nature terrestre.

Depuis l'école d'Aristote, les philosophes ont dû penser que les mêmes substances élémentaires se reproduisent dans les grandes opérations naturelles. Mais ce vague aperçu métaphysique n'ayant pu être réalisé, l'esprit humain est resté sous l'empire universel du dogme théologique des destructions et des créations absolues. En effet, tant qu'on ne pouvait avoir égard aux produits gazeux, un grand nombre

de phénomènes devaient inspirer l'idée d'anéantissement ou de production de matière. Il a fallu la décomposition de l'air et celle de l'eau, l'analyse des substances végétales et animales, peut-être même l'analyse des alcalis proprement dits et des terres, pour établir le principe de la perpétuité de toute matière, et pour remplacer les idées théologiques de destruction et de création, par les notions positives de décomposition et de recomposition. A l'égard des phénomènes vitaux, la connaissance des éléments de la substance des corps vivants et l'examen de leurs principales fonctions ont démontré qu'il ne peut exister de matière organique entièrement hétérogène à la matière inorganique, et que les transformations vitales sont subordonnées, comme toutes les autres, aux lois des phénomènes chimiques. L'analyse chimique me paraît avoir rempli, à cet égard, sa fonction essentielle. C'est par la voie, plus difficile mais plus lumineuse, de la synthèse, que la chimie doit compléter ce vaste ensemble de démonstrations.

Je dois enfin envisager la division de la chimie.

Cette science est trop rapprochée de son berceau, pour que la coordination de ses parties principales se manifeste d'une manière non équivoque. On s'est plus préoccupé de multiplier les observations, que de les classer.

La division de la chimie, en *inorganique* et en *organique*, ne peut pas être conservée. On ne saurait admettre que, dans la chimie abstraite, les combinaisons puissent être classées d'après leur origine. Le développement des recherches chimiques montre la nullité d'une telle division, puisque la première partie empiète constamment sur la seconde, qui serait déjà presque absorbée, si elle ne se fût alimentée aux dépens de la biologie. En un mot, la chimie organique présente un caractère bâtard, moitié chimique, moitié biologique.

Le principe de la division rationnelle de la chimie ne saurait être cherché ailleurs que dans l'ordre des idées de décomposition. En suivant toujours la complication graduelle des phénomènes, cet ordre d'idées ne peut donner lieu qu'à deux motifs de distinctions chimiques : 1° la pluralité croissante des principes constituants, médiats ou immédiats, selon que les combinaisons sont binaires, ou ternaires, etc. ; 2° le degré de composition plus ou moins élevé des principes immédiats, dont chacun, dans le cas, par exemple, d'un dualisme continuel, peut être décomposable, un plus ou moins grand nombre de fois consécutives, en deux autres. Il faut d'abord décider lequel de ces deux points de vue doit être choisi comme prépondérant. A mes yeux, la considération du degré de composition est supérieure à celle de la multiplicité des principes, en ce qu'elle caractérise mieux l'esprit et le but de la science chimique.

TRENTE-SIXIÈME LEÇON

Sommaire. — Considérations générales sur la chimie *inorganique.*

Quelle que soit la classification de la chimie, on commencera toujours par l'histoire des différents corps simples. Au reste, presque tous les chimistes présentent cette étude comme la partie préliminaire de leurs systèmes de chimie.

Il y a, néanmoins, une exception, dans le plan de Chevreul, qui fait suivre l'étude de chaque élément de celle de toutes les combinaisons, soit binaires, soit ternaires, etc., qu'il forme avec ceux qui ont été précédemment examinés, en se bornant, toutefois, aux composés du premier ordre. Ce plan a l'avantage de faire mieux connaître les corps simples, dès l'origine. Mais l'histoire d'un élément quelconque reste encore plus ou moins incomplète, excepté celle du dernier : on établit ainsi une inégalité factice et très prononcée entre les études chimiques des différentes substances élémentaires.

Quelque plan qu'on adopte, comme chaque corps agit sur presque tous les autres, l'inconvénient didactique qu'a voulu prévenir Chevreul me paraît inévitable. Aucune histoire chimique ne peut être complète dans une première étude de l'ensemble de la chimie ; elle ne peut le devenir que si, à cet enseignement provisoire, on fait succéder une révision définitive. Du reste, il n'y a pas de

science pour l'étude de laquelle ce système d'un double enseignement ne soit très avantageux. Il serait convenable, pour éviter les doubles emplois, de réduire d'abord l'étude de chaque corps simple à l'exposition des propriétés qui le distinguent suffisamment de tout autre.

En présence du nombre considérable, et toujours croissant, des corps simples, plusieurs philosophes, dominés par une doctrine métaphysique, ont pensé *à priori* que la plupart de ces substances devaient être les composés d'un plus petit nombre d'autres. Telle est, en Allemagne, l'opinion des *naturistes*, et de leur chef Oken. Cette hypothèse ne peut s'appuyer que sur le prétendu principe de l'économie et de la simplicité de la nature, dont l'origine théologique devrait suffire pour le rendre suspect. Dans ces spéculations illusoires, l'entendement érige, à son insu, ses désirs irréfléchis en lois nécessaires. Mais ceux qui se livrent à la recherche positive des lois propres aux phénomènes de composition et de décomposition n'en sont pas moins forcés de concevoir comme simples tous les corps qui n'ont pu être décomposés par aucune voie, sans pouvoir affirmer, toutefois, que ces substances doivent rester nécessairement indécomposables. Telle est la règle admise comme le premier axiome de la philosophie chimique.

L'aperçu de cette règle me semble devoir être attribué à Aristote : sa doctrine des quatre éléments est la première tentative qu'on ait faite pour concevoir la composition intime des corps. Avant lui, toutes les écoles s'accordaient à ne reconnaître qu'une seule substance élémentaire, et ne disputaient entre elles que sur le choix du principe. Ce progrès doit être regardé comme l'origine de la chimie, qui serait impossible, s'il n'existait qu'un seul élément, toute idée de composition et de décomposition étant par suite annulée.

Les *naturistes* se méprennent étrangement, en voulant se fortifier de l'autorité d'Aristote, qui a fait, pour son temps, l'inverse de ce qu'ils tentent pour le leur. Ils veulent simplifier leur conception de la nature, sans s'inquiéter de la réalité. Aristote, au contraire, n'hésita pas à compliquer l'idée abstraite qu'on se formait auparavant de la matière, afin de la rendre plus réelle.

D'autres philosophes contemporains, entre autres Cuvier, dont la direction était plus positive, ont puisé, dans l'histoire naturelle, une objection spécieuse, et néanmoins insuffisante, contre la simplicité des éléments admis par les chimistes. Cette objection consiste à opposer l'abondance de quelques éléments dans la nature, à la dissémination presque parcellaire du plus grand nombre. Dès lors, en posant pour principe que les différents éléments doivent être à peu près également répandus dans la constitution intime de notre planète, on arrive à présumer que le perfectionnement de l'analyse chimique conduira à ranger les derniers parmi les substances composées, dont la formation aurait exigé un concours, rarement réalisé, de circonstances favorables.

On peut admettre comme assez plausible la répartition, si non uniforme, du moins plus égale, des divers éléments, dans l'ensemble du globe, que ne l'indique l'exploration de la surface. Mais il n'en résulte pas la conséquence qu'on en a déduite : car l'examen ne porte que sur les couches superficielles, sans que l'on puisse rien préjuger de la presque totalité de la masse.

La multiplicité des éléments actuels a conduit à s'occuper de leur classification. La *hiérarchie* des substances élémentaires ne doit pas être uniquement déterminée par la considération de leurs caractères essentiels,

mais aussi par celle des caractères de leurs composés.

La division, encore classique, des éléments, en comburants et en combustibles, et surtout la subdivision de ceux-ci en métalliques et en non métalliques, sont trop artificielles, pour que les chimistes puissent les maintenir, si ce n'est provisoirement.

Ampère, dans son essai de 1816, montra une connaissance insuffisante de la théorie des classifications. Mais cette tentative mit en évidence les conditions du problème.

Peu d'années après, Berzélius a proposé une classification supérieure. Il a compris, le premier, la nécessité de parvenir finalement à une série unique.

La conception de Berzélius résulte de la considération des phénomènes électro-chimiques. Son principe consiste à disposer les éléments dans un ordre tel, que chacun soit électro-négatif relativement à ceux qui le précèdent, et électro-positif par rapport à ceux qui le suivent. Mais la prépondérance chimique des caractères électriques ne paraît pas assez bien établie, pour fournir les bases de toute classification naturelle.

Il reste donc beaucoup à faire à cet égard; mais Berzélius a posé le problème. Quand la solution en aura été obtenue, la chimie aura fait un pas immense vers l'état rationnel qui convient à sa nature scientifique. Car, d'après une hiérarchie des éléments, la nomenclature des diverses substances suffira pour donner une indication de l'issue propre à chaque événement chimique.

Toutefois, je ne pense pas que cette question puisse être résolue, tant qu'on l'isolera de la recherche d'un système de classification chimique, qui me semble prématurée, parce que les conditions préliminaires de méthode et de doctrine sont loin d'être remplies. Un tel système devant

constituer le résumé de la philosophie chimique, je crois devoir développer ma pensée à ce sujet.

La méthode a besoin d'un double perfectionnement, que les chimistes doivent emprunter à la science des corps vivants. Il faut d'abord y acquérir une connaissance approfondie de la théorie des classifications naturelles; et ensuite étudier, à la même école, l'esprit général de la méthode comparative. Telles sont les deux améliorations que la philosophie chimique doit puiser dans la philosophie biologique. L'une est nécessaire pour poser le problème de la classification chimique; l'autre, pour le résoudre.

En second lieu, relativement à la doctrine, la formation de la classification chimique ne peut pas être entreprise, tant qu'on n'aura pas décidé la question de prépondérance entre l'ordre de composition des principes immédiats, et leur degré de pluralité. Or, un tel problème n'a même pas été posé. Nous pouvons, néanmoins, le supposer résolu, en traitant le premier point de vue comme supérieur au second. Mais deux conditions plus spéciales me paraissent nécessaires.

La première consiste à faire disparaître la distinction des diverses substances en organiques et en inorganiques.

La seconde condition se rapporte à un autre perfectionnement, que doit subir la doctrine chimique, et qui consisterait à soumettre toutes les combinaisons à la loi du dualisme, érigée en principe. Mais cette amélioration n'est pas aussi indispensable que la précédente.

Il importe d'autant plus de faire prédominer la considération relative à l'ordre de composition des principes immédiats sur celle de leur degré de pluralité, que la première est claire et incontestable, tandis que l'autre est toujours plus ou moins obscure. L'une se réduit à la simple

appréciation d'un fait analytique ou synthétique ; la seconde présente sans cesse un caractère hypothétique, puisqu'on prononce sur le mode d'agglomération des particules élémentaires, qui nous est inaccessible. Ainsi un chimiste peut établir, avec certitude, que tel sel est un composé du second ordre, et que tels acides, ou tels alcalis, sont du premier ordre; car l'analyse et la synthèse peuvent démontrer, sans équivoque, que chacun de ces derniers corps est composé de deux substances élémentaires et que les principes immédiats du premier sont, à leur tour, décomposables en deux éléments. Mais, à l'autre point de vue, quand l'analyse définitive d'une substance quelconque y a constaté l'existence de trois ou de quatre éléments, comme, par exemple, à l'égard des matières végétales ou animales, on ne peut, sans se permettre une hypothèse hasardée, affirmer que cette combinaison est réellement ternaire ou quaternaire, au lieu d'être simplement binaire. Car on ne saurait garantir que, par une analyse préliminaire, moins violente que cette analyse finale, on ne résoudrait pas la substance proposée en deux principes immédiats du premier ordre, dont chacun serait susceptible d'une nouvelle décomposition binaire.

Si, pour fixer les idées, un chimiste s'avisait d'appliquer à l'analyse du salpêtre des moyens trop énergiques, les résultats de cette opération destructive l'autoriseraient, d'après les errements actuels, à concevoir cette substance comme une combinaison ternaire d'oxygène, d'azote et de potassium. Cependant une telle conclusion serait fausse, puisque la substance peut être aisément reconstruite par une combinaison directe entre l'acide nitrique et la potasse, dont une analyse moins perturbatrice eût opéré la séparation. Pourquoi ne pas penser qu'il

peut en être ainsi de toute combinaison classée comme ternaire ou quaternaire?

Une considération, relative au point de vue synthétique, peut montrer que, dans l'étude des combinaisons considérées comme ternaires ou quaternaires, on ne distingue pas assez l'analyse immédiate de l'analyse élémentaire : c'est l'impossibilité, dans la plupart des cas, de vérifier par la synthèse les résultats analytiques propres à ces substances. La synthèse immédiate est caractérisée par sa facilité, tandis que la synthèse élémentaire est toujours très difficile. Ainsi, l'impossibilité d'opérer la recomposition constitue un motif de présumer que l'analyse n'a pas été immédiate. On fait, par exemple, ressortir l'impossibilité de reproduire, par la synthèse, les substances végétales ou animales : on l'a même érigée en une sorte de principe empirique. Mais cette prétendue impossibilité ne tiendrait-elle pas à ce qu'on s'obstine à opérer une synthèse élémentaire, où il faudrait procéder par une synthèse immédiate, dont les matériaux devraient être, en beaucoup de cas, préalablement découverts? Cette remarque se vérifie pour une foule de combinaisons, dont le dualisme n'est pas douteux, et avec la seule différence que les principes immédiats sont mieux connus. Si, pour suivre l'exemple du nitre précédemment choisi, on entreprenait de le recomposer, par la combinaison directe de l'oxygène, de l'azote et du potassium, on n'y parviendrait pas plus que quand il s'agit de reproduire les substances organiques, en unissant, tout d'un coup, leurs trois ou quatre éléments. Les obstacles qu'on fait valoir dans ce dernier cas seraient aussi puissants à l'égard du premier. Pour prendre un exemple plus frappant, j'indiquerai l'expérience par laquelle Wöhler est parvenu à reproduire l'urée. Eût-il pu

obtenir un tel succès, si, d'après le préjugé ordinaire, il avait tenté de combiner directement l'oxygène, l'hydrogène, le carbone et l'azote, qui concourent à former la constitution élémentaire de cette substance, au lieu d'en unir seulement les deux principes immédiats, jusqu'alors inconnus en cette qualité ? Avons-nous un seul motif rationnel de penser qu'il n'en est pas ainsi dans tous les autres cas ?

Les chimistes peuvent donc, sans contredire aucune observation positive, et en se conformant aux plus puissantes analogies, attribuer une entière généralité au principe du dualisme de toute conbinaison, à condition de regarder comme très imparfaite l'analyse des substances ternaires ou quaternaires, et surtout celle des substances organiques, dont les principes immédiats resteraient ainsi à découvrir. Il est vrai qu'on ne peut concevoir ces principes inconnus qu'en imaginant, entre l'oxygène, l'hydrogène, le carbone et l'azote, de nouvelles combinaisons binaires, du premier et du second ordre, dont la réalisation est aujourd'hui impossible. Cette supposition, bien que peu compatible avec les habitudes actuelles, n'entraîne aucune difficulté scientifique. Car il suffit d'admettre que les procédés analytiques sont trop violents et trop grossiers pour séparer les principes immédiats, sans les décomposer. L'objection du nombre ne peut être prépondérante. Nous connaissons, en effet, cinq combinaisons distinctes entre l'azote et l'oxygène. La notion d'un seul oxyde d'hydrogène qui, pendant quarante ans, avait semblé inébranlable, a fait place à celle de deux composés très caractérisés. Le carbone et l'azote, qui ne paraissaient pas susceptibles d'être combinés, forment aujourd'hui le cyanogène.

Toutefois, le dualisme universel et indéfini ne pourrait être soutenu, si les chimistes ne circonscrivaient pas le

sens propre du mot *substance* à l'idée d'une *combinaison* réelle. Car on citerait, dans la chimie biologique, plusieurs cas où le défaut de dualisme est irrécusable. Mais, à moins de confondre la notion de *dissolution*, et même celle de *mélange*, avec celle de combinaison, on ne saurait envisager comme une substance chimique *sui generis* un assemblage de substances hétérogènes, dont l'agglomération est presque toujours mécanique, tels que la sève, le sang, l'urine, un calcul biliaire ou urinaire, etc., dans lesquels le nombre des prétendus principes immédiats peut, en quelque sorte, être tout à fait illimité.

Afin de résumer cette discussion, je ferai remarquer qu'on peut la réduire à établir que la chimie devrait profiter, pour simplifier ses notions fondamentales, du degré d'indétermination que la nature de ses recherches laisse sur la constitution intime des corps. Je ne propose pas le dualisme comme une loi réelle de la nature; mais je le proclame un artifice destiné à simplifier les conceptions relatives aux éléments des corps.

Telles sont les conditions de méthode et de doctrine qui sont nécessaires à la chimie, pour qu'on puisse y procéder à la construction d'un système de classification naturelle.

Il n'y a pas de science, sauf l'astronomie, dont les phénomènes présentent une aussi parfaite homogénéité, et qui, par conséquent, comporte une pareille systématisation. Or, l'unité de la chimie consiste dans la formation d'une classification naturelle, qui ne peut être obtenue, tant que toutes les combinaisons ne seront pas assujetties, sans distinction d'origine, à un ordre fixe de considérations homogènes, et ramenées à un dualisme fondamental.

Je dois signaler, dans la chimie actuelle, les deux points

de doctrine qui me semblent indiquer le dogmatisme vers lequel doit tendre l'ensemble de la science.

Je citerai d'abord la loi des doubles décompositions salines, découverte par Berthollet, et complétée par Dulong. Réduite au cas de la double solubilité, considéré par Berthollet, elle consiste dans ce fait général : deux sels solubles se décomposent toutes les fois que leur réaction peut produire un sel insoluble, ou, seulement même, moins soluble que chacun des premiers. Tout esprit philosophique doit remarquer ce grand théorème, qui peut seul donner une idée de ce qui constitue, en chimie, une véritable *loi*. Il est relatif au sujet propre de la chimie, c'est-à-dire à l'étude des phénomènes de composition et de décomposition. Il établit une relation entre deux classes de phénomènes, jusqu'alors indépendantes. Enfin, comme criterium décisif, il permet, dans certains cas, malheureusement trop restreints, d'atteindre à la destination finale de toute science, à la prévision des phénomènes d'après leurs liaisons positives.

Berthollet a fait ressortir la nullité de l'explication métaphysique, admise jusqu'alors, d'après Bergmann, pour les phénomènes de décomposition réciproque, par l'antagonisme imaginaire des doubles affinités. Mais il a méconnu lui-même l'esprit de toute philosophie positive, quand il a tenté d'expliquer la loi qu'il venait de découvrir. On ne peut expliquer une loi qu'en la faisant rentrer dans une autre plus générale. Or celle que nous considérons ici est, jusqu'alors, seule dans son genre : elle ne comporte donc aucune explication réelle.

Je crois devoir, enfin, mentionner l'ensemble très satisfaisant des notions acquises sur l'influence de l'air et de l'eau dans la production des phénomènes chimiques naturels, ou artificiels.

Tous les phénomènes chimiques s'accomplissent ordinairement dans l'air; tous exigent, presque toujours, l'intervention de l'eau, dont la plupart des liquides ne peuvent être entièrement privés. Il est, dès lors, évident qu'aucune réaction ne peut être étudiée, si l'on n'est d'abord en état d'analyser la participation générale de ces deux fluides. La théorie chimique de l'air et celle de l'eau doivent donc être conçues comme une introduction nécessaire. Au point de vue historique, la double analyse de l'air et de l'eau a caractérisé le premier pas capital de la chimie moderne.

L'influence de l'air était moins difficile à établir que celle de l'eau; car, comme simple mélange, l'air n'exerce que l'action qui résulte de ses deux gaz élémentaires. Il s'ensuit que l'étude chimique de l'air se réduit à son analyse.

Pendant un demi-siècle, on n'a constaté aucun changement dans la composition de l'air; mais cette composition peut être altérée par l'influence des nombreuses forces perturbatrices qui agissent incessamment sur un tel mélange. Leur antagonisme et celui des actions végétales et animales les neutralisent en partie ; mais cet équilibre ne peut être ni rigoureux, ni constant. Déjà les considérations géologiques ont conduit à présumer que, à des époques très reculées, la composition de l'air a dû être différente. Les chimistes eux-mêmes, entre autres de Saussure, ont constaté quelques légères variations périodiques dans la proportion d'acide carbonique aux différentes saisons. D'ailleurs, nos moyens analytiques sont imparfaits; car les chimistes ne savent encore saisir aucune distinction positive dans la composition de l'air des localités les mieux caractérisées. L'étude des variations relatives à la composition du milieu atmosphérique constitue l'un des problèmes les plus importants et les plus difficiles de l'histoire naturelle ; elle peut conduire à des indications sur les

limites de durée des espèces vivantes, et surtout de la race humaine. Mais un tel ordre de recherches est étranger à la chimie; car ces faibles variations ne sauraient exercer aucune influence notable sur les phénomènes chimiques habituellement explorés. Voilà pourquoi, sans doute, les chimistes s'en inquiètent si peu. Le blâme ne devrait tomber que sur les naturalistes. N'oublions pas, *toutefois*, que, d'après les principes établis au commencement de cet ouvrage, aucune étude concrète ne saurait être suivie d'une manière scientifique, sans avoir été organisée d'après une combinaison de toutes les sciences abstraites. Cette règle est sensible dans la question qui nous occupe, et dont l'étude exige des connaissances physiques, chimiques, physiologiques et même astronomiques.

L'étude chimique de l'eau nécessite un *ensemble* de recherches plus étendu, et n'en est pas moins indispensable. Car l'eau, étant une véritable combinaison, peut exercer des effets chimiques, qui lui soient propres, indépendamment de ceux de ses éléments, et de son importance comme dissolvant. De là résultent trois aspects sous lesquels on doit l'étudier.

L'analyse de l'eau, confirmée par la synthèse, constitue la plus admirable de ces découvertes qui ont caractérisé les premiers pas de la chimie moderne. Toutefois, la notion d'une nouvelle combinaison plus oxygénée, entre les deux éléments de l'eau, tend à soulever des questions encore indécises, sur le genre d'influence chimique, qu'on suppose à sa décomposition et à sa recomposition, dans une foule de phénomènes, et, plus spécialement, sur le mode d'union de l'oxygène et de l'hydrogène, dans toutes les substances liquides, qui ne peuvent être obtenues sans eau.

L'action dissolvante de l'eau a été le sujet de laborieuses recherches, qui ne peuvent présenter aucune importante

lacune. Il faut remarquer avec plus de soin qu'on ne le fait, la belle expérience de Vauquelin, dans laquelle ce chimiste a montré que l'eau, saturée d'un sel, reste susceptible de se charger d'un autre, et acquiert même ainsi la singulière propriété de dissoudre une nouvelle quantité du premier. Cette expérience me paraît devoir devenir la base de recherches sur les lois de la solubilité, dont l'étude est encore empirique.

Les chimistes ont été longtemps à concevoir que l'eau pût agir d'une manière chimique. Cette conbinaison, si éminemment neutre, semblait inoffensive. Proust apensé que cette neutralité devait faire présumer, pour l'eau, l'existence de certaines affections chimiques, indépendantes de sa composition. C'est ce qui a conduit ce chimiste à créer l'étude des *hydrates*, envisagés comme une sorte de sels nouveaux, où l'eau joue, à l'égard des alcalis, le rôle d'acide hydrique. L'examen de ces combinaisons forme la troisième et dernière partie de l'étude de l'eau, considérée comme un préliminaire indispensable aux études chimiques.

TRENTE-SEPTIÈME LEÇON

Sommaire. — Examen philosophique de la doctrine chimique des proportions définies.

Cette doctrine, en la supposant même complète, et quelle qu'en soit l'importance, ne peut exercer qu'une influence secondaire sur la solution du problème général de la chimie, c'est-à-dire sur l'étude des lois relatives aux phénomènes de composition et de décomposition. Lorsque des substances quelconques sont placées en relation chimique dans des circonstances déterminées, la théorie des proportions définies ne fait pas prévoir à quelles séparations et à quelles combinaisons nouvelles la réaction générale donnera lieu. Elle suppose, au contraire, cette question résolue ; elle évalue la quantité précise de chacun des nouveaux produits, et l'exacte proportion de leurs éléments. Ainsi, cette doctrine rend rationnelle, dans ses détails numériques, une solution qui, sous son aspect le plus important, reste presque toujours empirique.

Les fondateurs de la chimie moderne se sont peu occupés de cette étude, pour ne s'attacher qu'à la recherche des lois de la composition et de la décomposition. Mais les difficultés d'un tel problème ont amené les chimistes à se rejeter sur l'étude secondaire des proportions définies, qui n'acquerra toute sa valeur scientifique que quand elle sera rattachée à un ensemble de lois, dont elle formera le complément numérique.

Cette théorie rend les analyses plus faciles et plus précises : en restreignant à un très petit nombre de proportions distinctes les combinaisons des mêmes substances, elle diminue toute incertitude sur le résultat de chaque conflit chimique.

Si les corps pouvaient se combiner suivant toute proportion, l'existence des lois de composition et de décomposition serait plus difficile à concevoir. Aussi les chimistes contemporains, qui ont fondé la théorie des proportions chimiques, ont-ils simplifié le problème, dont la solution est réservée à leurs successeurs. En outre, cette doctrine offre le type du genre de rationalité que doit acquérir la chimie. Tels sont les deux motifs, l'un relatif à la doctrine, l'autre, à la méthode, pour lesquels je consacre une leçon à cette théorie.

Après avoir caractérisé l'objet de la doctrine des proportions définies, et sa relation avec le système total de la chimie, il faut en examiner le développement pendant le premier quart du siècle actuel. Arrêtons-nous d'abord au point de départ, qui est résulté de la double influence d'un phénomène fondamental, découvert par Richter, et d'une discussion spéculative, établie par Berthollet.

Pendant la seconde moitié du siècle dernier, plusieurs chimistes, entre autres, Bergmann, avaient remarqué que, dans la décomposition mutuelle de deux sels neutres, les deux nouveaux sels sont également neutres. Richter généralisa ce phénomène et en tira une loi, qui consiste en ce que les quantités pondérables des divers alcalis, susceptibles de neutraliser un poids donné d'un acide quelconque, sont proportionnelles à celle qu'exige la neutralisation du même poids de tout autre acide. Cette loi constitue la base de la doctrine des proportions chimiques. Elle a permis, dès l'origine, de déterminer, pour chaque substance, un

coefficient chimique invariable, indiquant suivant quelles proportions elle peut se combiner avec chacune de celles qui ont été ainsi caractérisées. Richter dressa, pour les acides et les alcalis, mais d'après une expérimentation trop restreinte, une première table de ce qu'on a nommé plus tard les *équivalents* chimiques.

Berthollet combattit le principe exclusif des proportions définies. Néanmoins, ce fut lui, qui, le premier, fixa l'attention sur la considération des proportions dans l'ensemble des phénomènes chimiques. Quelques années après la découverte de Richter, il établit, dans sa *Statique chimique*, l'existence nécessaire des proportions définies pour certains composés de tous les ordres. Il assigna les conditions de cette propriété, qu'il attribuait à une condensation des éléments combinés, ou à la précipitation graduelle d'un composé insoluble ; en un mot, à toutes les causes susceptibles de soustraire le produit de la réaction chimique, à mesure qu'il se forme, à l'influence ultérieure des agents primitifs. Cette belle théorie a été indispensable à la fondation de l'étude des proportions chimiques. On n'a pas, en effet, assez remarqué que la découverte de Richter ne pouvait suffire ; car ce chimiste n'avait considéré que les sels neutres.

Telle est la double influence qui a produit le développement de la chimie numérique. Ce développement doit être ensuite attribué à la conception systématique de Dalton, et aux expériences de Berzélius, de Gay-Lussac et de Wollaston, qu'il me reste à caractériser.

Dalton est l'auteur de la théorie atomique. Le principe de cette théorie consiste à concevoir les corps élémentaires comme formés d'atomes indivisibles, dont les différentes espèces, en se réunissant, le plus souvent une à une, par groupes peu nombreux, constituent les atomes composés

du premier ordre, toujours mécaniquement insécables, mais alors chimiquement divisibles, et qui, à leur tour, par une suite d'assemblages analogues, font naître tous les autres ordres de compositions. Ce principe conduit nécessairement à la notion des proportions déterminées; mais, suivant l'observation de Berzélius, cette déduction serait illusoire, si les combinaisons n'étaient pas restreintes à un très petit nombre d'atomes : car, en supposant que ce nombre, même limité, pût être fort grand, les divers assemblages binaires deviendraient tellement multipliés, que l'on aurait presque l'équivalent des combinaisons en proportions quelconques. En résumé, sans cette restriction capitale, la conception atomique représenterait les deux doctrines chimiques opposées des proportions indéfinies ou définies. Mais Dalton avait établi que, dans toute combinaison, l'un des principes immédiats entre constamment pour un seul atome, et l'autre, également pour un seul, ou pour un nombre qui excède rarement six. Ces limites ont semblé trop étroites aux successeurs de Dalton, qui n'ont pu, sans les reculer, y faire rentrer toutes les combinaisons. Avec ce complément, la conception atomique représente l'ensemble de la doctrine des proportions définies. Toutefois, la partie qui en dérive le plus naturellement, c'est la théorie des multiples successifs, découverte par Dalton, et qui consiste en ce que, si deux substances peuvent se combiner en plusieurs proportions distinctes, les quantités pondérables de l'une d'elles, qui correspondent, dans les divers composés, à un même poids de l'autre, doivent suivre la série des nombres entiers, puisque les composés résultent ainsi de l'union d'un atome de la seconde substance avec un, deux ou trois atomes de la première.

Inspiré par les travaux de Richter et de Berthollet, et

surtout guidé par la conception de Dalton, Berzélius entreprit, le premier, une vaste étude expérimentale des points importants de la chimie numérique. Il perfectionna la loi de Richter, qu'il lia à la théorie atomique, en montrant que, dans les différents sels neutres formés par un acide avec les divers alcalis, non seulement la quantité d'oxygène de l'acide est proportionnelle à la quantité d'oxygène de l'alcali, mais encore le rapport de Richter, conçu sous cette forme, est exprimé par un nombre entier très simple. Il reconnut plus tard que ce nombre est égal à celui des atomes d'oxygène propres à la composition de l'acide. Berzélius a étendu cette loi à tous les composés du second ordre; mais il a surtout perfectionné l'étude numérique des composés du premier ordre, qui avait été ébauchée par Proust. En comparant la composition des sulfures métalliques et celle des oxydes correspondants, il découvrit une loi, analogue à celle de Richter pour les sels, et consistant en ce que la quantité de soufre des premiers est constamment proportionnelle à la quantité d'oxygène combinée, dans les seconds, avec un même poids du radical. Cette loi est maintenant regardée, par induction, comme applicable à tous les composés du premier ordre, auxquels l'ensemble de leurs phénomènes permet d'attribuer le même degré de neutralité chimique. Enfin, les séries analytiques de Berzélius ont vérifié, pour les divers degrés, soit d'oxydation, soit de sulfuration d'un radical quelconque, la loi des multiples successifs, découverte par Dalton.

Peu de temps après, Gay-Lussac confirma cette théorie, en suivant une marche nouvelle. Il fit l'analyse numérique des composés gazeux; il vérifia ainsi le principe de la doctrine des proportions définies, qu'il étendit à tous les cas possibles par la loi suivante : tous les corps, à l'état gazeux,

se combinent dans des rapports numériques de volume invariable et extrêmement simples. Gay-Lussac et, après lui, plusieurs autres chimistes ont appliqué cette découverte à la détermination rationnelle de la pesanteur spécifique des gaz, avec une exactitude souvent comparable à celle de l'évaluation expérimentale.

Il faut ranger enfin, parmi les travaux qui ont constitué la doctrine des proportions chimiques, ceux de Wollaston. Il transforma la théorie atomique en celle des *équivalents* chimiques, qui offre un énoncé plus positif. Nous devons remarquer surtout les belles recherches de ce chimiste sur la composition numérique des sels acides, dont la conclusion a été étendue, par analogie, aux sels alcalins, et a formé ainsi le complément de la découverte de Richter sur les sels neutres.

Pour apprécier le perfectionnement qui est nécessaire à la doctrine des proportions définies, il faut examiner les principales difficultés que lui oppose l'ensemble des phénomènes chimiques.

Il est d'abord évident que les substances diffèrent aussi bien par la proportion que par la nature de leurs principes constituants.

En second lieu, il existe toujours, entre deux substances quelconques, un minimum et un maximum de saturation réciproque, en deçà et au delà desquels toute combinaison devient impossible. D'après ce point de départ, la discussion entre les deux doctrines opposées se réduit à décider si le passage du minimum au maximum de saturation peut s'effectuer au moyen de nuances presque insensibles, ou si, au contraire, il s'opère par un petit nombre de degrés bien déterminés.

Enfin, la possibilité et même l'existence des proportions définies intermédiaires sont encore admises par tous les

chimistes. La question consiste à savoir si, en dehors des composés déterminés, assujettis à des proportions fixes, entre les deux limites de toute combinaison, il existe une série continue d'autres composés intermédiaires, à caractères moins prononcés; en un mot, si la proportion définie constitue la règle, ou seulement l'exception, comme Berthollet avait tenté de l'établir.

La solution d'une telle question n'a pas l'importance qu'on y attache. Sans doute, en restreignant à un petit nombre les combinaisons possibles, la doctrine des proportions définies tend à simplifier le problème général de la chimie; mais il ne faudrait pas croire que, sans cette simplification, la solution en fût impossible.

Il est néanmoins indispensable de considérer jusqu'à quel point le principe des proportions définies peut être regardé comme établi.

La première objection a été tirée du phénomène de la dissolution, qui est évidemment possible en une infinité de proportions différentes. On a répondu, à cette objection, par des distinctions, plus subtiles que réelles, entre l'état de dissolution et celui de combinaison. Sans doute, on peut signaler, entre les deux états, cette différence, que le premier maintient intactes les propriétés chimiques de chaque substance, tandis que le second les altère. Mais, à tout autre égard, il est impossible de ne pas regarder le phénomène de la dissolution comme étant vraiment chimique. La dissolution présente, comme la combinaison, le caractère spécifique et électif, propre aux affections chimiques. Elle est toujours susceptible, ainsi que la combinaison, d'une limite supérieure de saturation, bien qu'elle ne comporte pas de limite inférieure. Par ces deux propriétés, la dissolution diffère du mélange, qui ne peut exclure aucune proportion. Quant au caractère de maintien

ou de l'altération des propriétés chimiques de la substance dissoute ou combinée, il est peut-être moins décisif qu'on ne le pense. Ceux qui regardent la dissolution comme le plus faible degré de la combinaison peuvent répondre que, dans toute combinaison peu énergique, et dans laquelle la saturation est très imparfaite, les propriétés du principal agent doivent être à peine dissimulées. Quand, par exemple, un alcali très puissant forme un sous-sel avec un acide très faible, les propriétés essentielles du premier ne sont pas beaucoup plus altérées par une telle combinaison que par une simple dissolution, comme on le voit surtout dans les sous-carbonates alcalins. D'un autre côté, comment juger si la dissolution a maintenu, sans altération, les propriétés d'une substance, dans les cas nombreux où cette substance ne peut manifester son activité chimique qu'après avoir été dissoute? On manque alors du second terme de la comparaison. Je considère l'extension du principe des proportions définies aux phénomènes de la dissolution, comme la seule réponse à l'objection. Or, cette extension ne me semble pas impossible. Car, en l'admettant, il suffirait, pour la concilier avec les phénomènes ordinaires, d'envisager tous les degrés successifs de concentration du liquide comme de simples mélanges du petit nombre de dissolutions définies qu'on aurait établies, soit entre elles, soit avec le dissolvant, à la manière des mélanges habituels de l'eau avec l'alcool, ou l'acide sulfurique. Du reste, il deviendrait nécessaire, pour rendre cette étude rationnelle, de la combiner avec celle des phénomènes analogues, relatifs à l'absorption des gaz par les liquides ou par les solides poreux. Ces modes d'union moléculaire résistent souvent à des influences capables de détruire certaines combinaisons. Pourquoi ne seraient-ils pas, comme elles, soumis à la règle des proportions définies, si cette règle est une loi de la nature?

On peut appliquer ce qui précède au cas des alliages métalliques. Ici, l'on ne saurait contester l'existence d'une véritable combinaison, et, néanmoins, presque toutes les proportions s'y trouvent réalisées entre certaines limites. La supposition d'un mélange serait le seul moyen de maintenir le principe ; ce qui paraît difficile à concevoir. Cette question ne peut être décidée que par une suite d'expériences.

Mais l'obstacle le plus sérieux consiste dans l'étrange anomalie que présentent jusqu'ici les substances organiques.

D'après Berzélius, les proportions ne seraient pas réellement *définies*, dans l'acception actuelle des chimistes, si, pour représenter la composition numérique de certaines substances, on était forcé d'y supposer un *nombre très* élevé d'atomes élémentaires, qui n'exclurait pas, en d'autres cas, l'existence de tous les nombres inférieurs à l'égard des mêmes éléments. Or, c'est ce qui a lieu dans la chimie organique, où l'on voit souvent un élément entrer, tantôt pour cent cinquante ou deux cents atomes, tantôt pour deux ou trois, et offrir ensuite la plupart des degrés intermédiaires. Les divers composés de ce genre présentant d'ailleurs les mêmes éléments essentiels, l'ensemble de leur composition numérique réalise, à l'égard de ces éléments, presque toutes les proportions imaginables. Aussi les chimistes conviennent-ils, plus ou moins franchement, que les substances organiques échappent au principe des proportions définies. Mais un tel aveu équivaut à reconnaître que ce principe n'est pas une loi de la nature, ou que cette loi convient à tous les éléments, excepté à l'oxygène, à l'hydrogène, au carbone et à l'azote. Car, autrement, la séparation établie entre la chimie inorganique et la chimie organique ne pourrait pas avoir une aussi profonde in-

fluence. Une loi réelle doit être indépendante de cette vicieuse division scolastique. Toute la chimie est nécessairement inorganique, c'est-à-dire homogène. Ainsi, l'exception que présentent les substances organiques doit, si elle est irrévocable, ruiner la doctrine des proportions définies, et la rabaisser à l'assemblage empirique de remarque sanalytiques d'un usage plus ou moins commode.

Les considérations, présentées dans les deux leçons précédentes, montrent la nécessité de supprimer la distinction de la chimie en organique et en inorganique. Je crois avoir détruit la principale ressource actuelle, qui consiste à regarder les composés organiques comme ternaires ou quaternaires, et à limiter aux seuls composés binaires la loi des proportions définies. J'ai établi la nécessité et la possibilité de ramener toute combinaison à la conception du dualisme.

Si l'on ne pouvait réaliser cette double amélioration qu'en renonçant à la doctrine des proportions définies, on ne devrait pas hésiter; car les progrès qui seront obtenus, en chimie, par l'homogénéité des conceptions et par le dualisme systématique, sont plus importants que le perfectionnement des études chimiques au simple point de vue numérique. D'ailleurs, il n'y a pas incompatibilité entre ces deux sortes de progrès. J'espère prouver que la dissolution de la chimie organique et l'extension du dualisme à tous les composés organiques offrent les seuls moyens de généraliser complètement la loi des proportions définies.

En incorporant au système de la chimie tous les composés organiques susceptibles de la stabilité nécessaire, on sera conduit, par la même opération philosophique, à réunir au domaine de la biologie, soit végétale, soit animale, l'étude des substances secondaires qui ne doivent

leur existence passagère et variable qu'au développement des phénomènes vitaux. La seconde classe des matières organiques se compose, en majeure partie, de véritables mélanges, comportant toutes les proportions imaginables, qui sont seulement limitées par les conditions vitales. Quant aux substances dans lesquelles on doit admettre des combinaisons réelles, il faudra les concevoir assujetties à la loi des proportions définies. Mais la complication de tels composés, et surtout leur instabilité, ne permettront peut-être jamais de les étudier avec succès au point de vue numérique, qui, d'ailleurs, n'offre, en biologie, qu'un intérêt secondaire. Cette distinction diminue la difficulté qu'on éprouve à étendre aux composés organiques la loi des proportions définies. Néanmoins, la chimie comprendrait encore un si grand nombre de ces composés, qu'une *telle* extension ne saurait être réalisée, sans que le point de vue chimique ordinaire, à l'égard de ces substances ternaires ou quaternaires, n'ait d'abord été changé. Or, l'établissement du dualisme rigoureux remplit ce dernier office; c'est ce qui me reste à expliquer.

Si les substances organiques devenaient de simples composés binaires du second ordre, ou, tout au plus, du troisième, dont les principes immédiats seraient seuls formés par la combinaison directe, et toujours binaire, de ces trois ou quatre éléments, on parviendrait à représenter exactement toutes les variétés numériques, que constate l'analyse élémentaire, en se bornant à concevoir, pour chaque degré de combinaison, un très petit nombre de proportions distinctes et bien définies.

Considérons d'abord le cas ternaire, qui est propre aux composés d'origine végétale.

Les trois éléments dont ils sont formés, c'est-à-dire l'oxygène, l'hydrogène et le carbone, peuvent être unis en

trois sortes de combinaisons binaires. En combinant de nouveau deux à deux ces premiers composés, on obtient trois classes de composés du second ordre. Or, dans l'état présent de la chimie, chacun des termes de ces diverses formules correspond à deux corps bien distincts, tels que l'eau et le deutoxyde d'hydrogène, l'oxyde de carbone et l'acide carbonique, l'hydrogène carboné et le gaz oléfiant. Ainsi, en n'admettant qu'une seule proportion pour la combinaison binaire de ces corps, on pourvoirait à la composition numérique de douze substances, aujourd'hui ternaires. Mais, d'un autre côté, il paraît impossible de ne pas concevoir au moins trois proportions différentes pour toute combinaison binaire ; l'une constituant la neutralisation parfaite, et les autres, les deux limites extrêmes de la saturation réciproque. On peut ainsi parvenir, par un dualisme invariable, à représenter trente-six compositions distinctes, sans dépasser le second ordre. Enfin, il n'y aurait rien d'étrange à concevoir une troisième combinaison entre l'oxygène et le carbone, ou entre celui-ci et l'hydrogène, qui, de nos jours, en fournissent deux, après avoir été longtemps regardés comme n'en admettant qu'une seule. Le dualisme permettrait ainsi d'assujettir à la loi des proportions définies quatre-vingt-un composés du second ordre, formés d'oxygène, d'hydrogène et de carbone ; ce qui serait, sans doute, plus que suffisant pour représenter l'analyse élémentaire de toutes les substances de la chimie végétale.

Passons maintenant au cas quaternaire, qui s'applique à la chimie animale.

Les classes principales de composés du second ordre semblent d'abord devoir être ici plus nombreuses ; mais la condition de faire concourir les quatre éléments à la fois ne permet également que trois classes, qui fourniraient

quatorze compositions diverses, avec une seule proportion, et quarante-deux, en admettant les trois rapports. Mais, en appliquant, à tous les degrés, la règle de la triple combinaison binaire, les formules précédentes comprendraient quatre-vingt-dix-neuf composés du second ordre, envisagés maintenant comme quaternaires. L'analyse des substances animales n'en exige pas sans doute un aussi grand nombre. Du reste, les matières animales ayant subi, par rapport aux matières végétales, un plus haut degré d'élaboration vitale, il serait philosophique de reconnaître, à leur égard, la possibilité d'un ordre de composition supérieur.

Dans cette hypothèse, sans dépasser le troisième ordre, on pourrait représenter, entre l'oxygène, l'hydrogène, le carbone et l'azote, plus de dix mille composés prétendus quaternaires, tous formés d'après un dualisme invariable, et tous assujettis à la loi des proportions définies. Sans doute, la nature ne saurait permettre la réalisation de toutes ces combinaisons; mais j'ai cru devoir poursuivre, jusqu'à cette limite, les conséquences de ma conception, afin de caractériser les ressources de cette théorie nouvelle pour la généralisation des lois de la chimie numérique. Je serais satisfait si quelques chimistes croyaient, d'après cette indication sommaire, pouvoir contribuer au perfectionnement de leur science, en suivant la voie que je viens de leur ouvrir, et dans laquelle ma destination philosophique m'interdit l'espoir de marcher moi-même.

TRENTE-HUITIÈME LEÇON

Sommaire. — Examen philosophique de la théorie électro-chimique.

Dès l'origine de la chimie moderne, l'influence chimique de l'électricité a commencé à se manifester dans plusieurs phénomènes, et surtout dans l'expérience de la recomposition de l'eau par la combinaison de l'oxygène et de l'hydrogène, déterminée à l'aide de l'étincelle électrique. Mais la puissance de cet agent ne pouvait attirer fortement l'attention des chimistes, avant que la découverte de Volta en eût dévoilé la principale énergie. Depuis cette époque, de nombreux phénomènes ont permis de constater que l'électricité est un agent chimique plus universel, et plus puissant que la chaleur, soit pour la décomposition, soit même pour la combinaison. Toutefois, il y a lieu de craindre qu'on n'en exagère l'influence sur le système de la chimie.

L'objet de cette leçon est de montrer la nécessité de maintenir l'originalité de la chimie, sans atténuer, néanmoins, l'importance de ses rapports avec l'électrologie. Il faut, pour cela, examiner la filiation des idées qui ont conduit à la théorie électro-chimique actuelle, telle que Berzélius l'a systématisée.

Le premier effet chimique important, obtenu par l'influence voltaïque, consiste dans la décomposition de l'eau, réalisée par Nicholson en 1801. Cette découverte est le

point de départ des études électro-chimiques. La conception, proposée alors par Grothuss, afin d'expliquer l'observation de Nicholson, d'après la polarité électrique des molécules, contient le germe de la théorie actuelle.

Avertis de la puissance analytique de la pile, les chimistes l'appliquèrent à la décomposition des substances qui avaient résisté jusque-là aux divers moyens connus. Ces essais produisirent la découverte de Davy sur l'analyse des alcalis proprement dits et des terres. La théorie de Lavoisier avait fait prévoir ce résultat, en établissant que toute base salifiable provient de la combinaison de l'oxygène avec un métal. Il est vrai que la découverte de Berthollet sur la composition de l'ammoniaque avait diminué, à ce sujet, la confiance des chimistes; mais cette exception ne pouvait prévaloir contre l'ensemble des analogies.

L'observation de Nicholson avait commencé *l'électro*-chimie. La découverte de Davy détermina une impulsion générale. Berzélius réalisa la décomposition voltaïque de tous les sels, et ensuite celle de la plupart des oxydes et des acides. Il divisa toutes les substances en électro-négatives et en électro-positives, ce qui établit la distinction générale entre les acides et les alcalis, qu'il serait difficile de fonder autrement.

Malgré les travaux de Berzélius, une dernière condition était nécessaire pour donner à cette branche de la chimie son caractère scientifique. Cette lacune fut comblée par Becquerel, qui considéra l'action voltaïque au point de vue synthétique, et l'employa à réaliser de nouvelles combinaisons, auparavant impossibles.

Cette seconde face de l'électro-chimie a obligé de modifier le mode d'expérimentation. L'énergie de la pile de Volta déterminait le plus souvent la décomposition des principes immédiats qu'on voulait unir. Il a donc fallu recourir à

l'action prolongée de puissances électriques très faibles. Becquerel a presque toujours opéré à l'aide d'un seul élément voltaïque, et en saisissant chaque corps dans l'état le plus favorable à la combinaison, c'est-à-dire à l'état *naissant*.

Les travaux de ce chimiste auront un jour une certaine importance, relativement à l'histoire naturelle du globe, pour expliquer un grand nombre d'origines minérales, quand le temps sera venu d'aborder avec succès un tel ordre de questions concrètes. Au point de vue abstrait, nous devons remarquer que ces travaux ont perfectionné la méthode chimique, en créant de puissants moyens de recomposition, d'autant plus précieux, que les progrès de la synthèse chimique sont loin d'être en harmonie avec ceux de l'analyse. Enfin, les recherches de Becquerel ont complété l'électro-chimie, qui étant à la fois synthétique et analytique, ne peut plus que s'étendre et se développer.

Pour mieux apprécier la théorie électro-chimique, il est nécessaire de considérer le phénomène qui en a été le sujet primitif.

L'étude de la combustion est le point central des considérations chimiques. Cette remarque n'est pas seulement applicable à l'état théologique de la chimie; elle convient surtout à la constitution de son état métaphysique, qui est caractérisée par la transformation de la combustibilité, sous le nom de phlogistique, en une entité matérialisée, quoique insaisissable. Quand la chimie a commencé à passer à l'état positif, sous l'influence du génie de Lavoisier, cette révolution a consisté dans l'établissement d'une nouvelle théorie de la combustion. C'est la nécessité de modifier cette théorie, qui a conduit à la conception électrique des phénomènes chimiques.



La théorie pneumatique de Lavoisier sur la combustion avait en vue deux objets essentiels, fort hétérogènes : 1° l'analyse du phénomène de la combustion ; 2° l'explication des effets de chaleur et de lumière qui en constituent, pour le vulgaire, le plus important caractère. L'une et l'autre condition furent remplies, d'après l'état des connaissances acquises. Toute combustion, brusque ou graduelle, fut regardée comme consistant dans la combinaison du corps combustible avec l'oxygène. Quand le corps était simple, il devait donc en résulter un oxyde, le plus souvent susceptible de devenir la base d'un sel, et, si l'oxygène était prépondérant, un véritable acide, principe d'un certain genre de sels. Le dégagement de chaleur et de lumière fut attribué à la condensation de l'oxygène, et, accessoirement à celle du combustible. Il importe de juger séparément ces deux parties de la théorie antiphlogistique.

Au premier point de vue, cette théorie présente un caractère plus philosophique qu'au second. Il était rationnel d'analyser le phénomène de la combustion, dont la nature chimique ne pouvait être contestée, afin de saisir ce qu'il offrait de commun à tous les cas. Comme cet examen ne pouvait être d'abord complet, les conclusions pouvaient pécher par une trop grande généralité, comme on l'a constaté depuis ; mais, restreintes à leurs limites naturelles, elles formaient un ensemble de vérités, qui restera toujours une partie essentielle de la science chimique.

Il en était autrement de l'explication de la chaleur et de la lumière dégagées. La solution de cette question, qui appartient à la physique, ne pouvait avoir aucune influence sur la conception des phénomènes chimiques. Une telle explication, pour ne pas dégénérer en une tentative de pénétrer la nature intime du feu et son mode de production, devait consister à établir l'analogie de chaque mani-

festation du feu avec une autre plus générale. Personne ne voudrait admettre une source unique de chaleur, à laquelle il faudrait ramener toutes les autres. Dès lors, si l'on reconnaît plusieurs sources distinctes, pourquoi la combustion, ou toute action chimique très prononcée, ne constituerait-elle pas un cas irréductible? Pourquoi une source de chaleur aussi puissante serait-elle regardée comme secondaire, et le frottement, comme la source principale?

Nous sommes donc amenés à conclure que Lavoisier eût mieux fait de ne pas tenter d'expliquer les effets de chaleur et de lumière de la combustion. Il eût été ainsi dispensé de supposer une condensation, qui n'est pas la conséquence nécessaire de ce phénomène, et qui a été souvent trouvée en défaut. Sans doute, la science serait plus parfaite, si cet effet pouvait être rattaché à la loi, découverte antérieurement par Black, sur le dégagement de chaleur propre à tout passage d'un corps quelconque d'un certain état à un autre plus dense.

Une des conséquences de l'analyse de Lavoisier consistait en ce que tout acide et toute base salifiable devaient résulter d'une combustion, c'est-à-dire de la combinaison d'un élément avec l'oxygène. Or, Berthollet découvrit d'abord que l'ammoniaque est uniquement formé d'hydrogène et d'azote, et, peu de temps après, il établit que le gaz hydrogène sulfuré, dans lequel l'oxygène n'existe pas davantage, présente néanmoins toutes les propriétés d'un acide. Les chimistes, ainsi avertis de l'exagération de Lavoisier au sujet de la prépondérance chimique de l'oxygène, ont multiplié les exceptions, à l'égard des alcalis et surtout des acides. En outre, la théorie de la combustion a été un peu modifiée, en ce qu'on a constaté qu'un dégagement de chaleur et de lumière n'est pas toujours l'indice certain d'une combinaison avec l'oxygène. Le chlore, le

soufre et plusieurs autres corps ont été reconnus susceptibles d'opérer de vraies combustions. Enfin, le phénomène du feu n'est plus attribué à aucune combinaison spéciale, mais, en général, à toute action chimique très intense et très vive.

Néanmoins, les vérités découvertes par Lavoisier ont conservé leur valeur, si non leur généralité. Bien qu'il existe des acides et des alcalis sans oxygène, il est incontestable que la plupart d'entre eux sont oxygénés; de même, quoique l'oxygène ne soit pas indispensable à la combustion, il en demeure le principal agent.

Quant à la théorie de la combustion, elle a été détruite, dès qu'on a voulu la soumettre à un examen direct.

L'explication de Lavoisier est chimérique à l'égard des combustions dont les produits sont gazeux. Non seulement on n'y remarque pas une condensation; mais encore on y observe une dilatation très considérable.

Dans l'inflammation de la poudre, tous les matériaux de cette réaction chimique sont solides, à l'exception de l'oxygène atmosphérique, dont la participation n'est pas numériquement considérable. Tous les produits essentiels sont des gaz très dilatés, sauf un résidu solide, presque négligeable, et, malgré un ensemble de conditions aussi défavorables, d'après la théorie antiphlogistique, le phénomène s'accomplit avec un intense échauffement. Les composés fulminants donnent lieu à une contradiction encore plus prononcée, surtout dans le cas où une substance liquide, ou même solide, se décompose presque spontanément à la température ordinaire, en deux principes gazeux, en produisant néanmoins un échauffement très notable, et quelquefois une véritable inflammation.

Nous allons maintenant procéder à un examen direct de



la conception électro-chimique, qui se trouve ainsi convenablement préparé.

Suivant cette théorie, le feu, produit dans la plupart des fortes réactions chimiques, devrait être attribué à une décharge électrique, qui s'opérerait au moment de la combinaison, par la neutralisation mutuelle des deux états électriques opposés, propres aux deux substances considérées, dont l'une serait toujours électro-positive, et l'autre électro-négative. Malgré l'accord des chimistes et des physiciens sur la présence des effets électriques dans tous les phénomènes chimiques, cette électricité n'est pourtant admise le plus souvent que par une simple analogie : si elle existe réellement, elle doit être très peu intense, pour avoir pu échapper à l'exploration délicate de l'électrologie actuelle. Quand Berzélius, pour mieux caractériser sa théorie électrique du feu chimique, a rapproché ce phénomène de la production de l'éclair et du tonnerre, il a donné lieu à une comparaison défavorable pour sa conception. L'enchaînement de preuves positives, d'après lequel Franklin a démontré la nature électrique de ce grand phénomène atmosphérique, contraste avec les considérations hasardées et insuffisantes sur lesquelles Berzélius a voulu fonder une opinion analogue, à l'égard d'une multitude de phénomènes plus variés et plus complexes. L'explication antiphlogistique avait le mérite d'être plausible dans quelques cas particuliers, comme dans celui de la combustion du fer ou du zinc dans l'oxygène pur; mais l'explication électrique n'est établie d'une manière positive dans aucun phénomène convenablement analysé. En considérant l'ensemble des phénomènes sans aucune préoccupation spéculative, je pense que, dans la plupart des combustions artificielles ou naturelles, il n'y a ni condensation ni électrisation. En un mot, l'action

chimique constitue, à mes yeux, une des sources de la chaleur et de la lumière, et ne saurait comporter, en cette qualité, aucune explication positive.

L'idée vague d'*attraction*, qui s'attache à toute considération électrique, a suffi pour faire confondre l'auxiliaire du phénomène, ou, si l'on veut, son agent physique général, avec le phénomène lui-même.

Mais y a-t-il réellement aucune comparaison scientifique à établir entre la tendance de deux corps à rester mécaniquement adhérents l'un à l'autre, après un certain mode d'électrisation, et la disposition à unir intimement toutes leurs molécules intérieures ou extérieures, par suite d'une véritable action chimique? Berzélius a franchement déclaré que la cohésion ne comporte aucune explication électrique. Mais l'affinité, c'est-à-dire la tendance à la combinaison, n'est pas mieux expliquée par la théorie électro-chimique. Les phénomènes électriques sont généraux, et ne présentent, d'un corps à un autre, que des différences d'intensité; les phénomènes chimiques sont, au contraire, spéciaux ou électifs. On doit donc renoncer à toute tentative de faire rentrer, dans une branche quelconque de la physique, l'ensemble de la chimie. Berzélius croit avoir égard aux différences spécifiques des diverses substances chimiques, en concevant, pour les corps élémentaires, un certain ordre électrique, suivant lequel ces éléments seraient toujours, les uns à l'égard des autres, électro-positifs, ou électro-négatifs. Mais l'existence d'un tel ordre, et surtout sa permanence, semblent contraires aux notions les plus certaines de l'électrologie, où l'on voit le plus léger changement, soit dans le mode, soit dans les circonstances de l'électrisation, déterminer souvent, entre les mêmes corps, le renversement de l'antagonisme électrique.

Les composés organiques opposent à cette théorie des obstacles insurmontables. Berzélius croit pouvoir expliquer cette anomalie, en alléguant le défaut de permanence d'une telle classe de combinaisons. Mais, en principe, un composé quelconque me semble devoir être regardé comme stable, s'il est soustrait à toute cause extérieure de décomposition. Une semblable justification est donc illusoire. On ne saurait non plus recourir au dualisme, qui diminuerait la difficulté essentielle, mais qui ne pourrait suffire à lever les objections principales. D'ailleurs l'obstacle fondamental consistant dans l'identité des éléments opposés à la variété électrique, le dualisme ne saurait permettre de le surmonter.

En faisant même abstraction de ces difficultés, on n'aurait encore nullement éclairci la notion des phénomènes chimiques, par leur vaine assimilation aux actions électriques; car on n'aurait établi ainsi aucune harmonie intelligible entre les prétendues causes et les effets réels. Dans les expériences de Becquerel, il serait impossible de comprendre comment les faibles puissances électriques, qu'il emploie le plus souvent, pourrait être les causes des combinaisons énergiques, qui s'y effectuent, si l'on faisait abstraction de tout effet spécifique et spontané, inhérent aux substances combinées. De tels phénomènes me semblent propres à faire ressortir l'influence purement auxiliaire de l'électricité dans les effets chimiques, où elle agit à la manière de la chaleur. Si l'on s'obstinait à vouloir sauver la théorie électro-chimique, on ne ferait que restaurer, sous une forme nouvelle, l'entité primitive de l'*affinité*.

En résumé, l'influence chimique de l'électricité, comme celle de la pesanteur et surtout comme celle de la chaleur, ne saurait être méconnue. Mais je crois devoir rejeter la

conception par laquelle on a tenté de transformer tous les phénomènes chimiques en de simples phénomènes électriques. La théorie de Lavoisier, surtout en la réduisant à l'analyse du phénomène de la combustion, me paraît supérieure, malgré ses imperfections, à celle qu'on a voulu lui substituer.

La conception électrique pourra, néanmoins, exercer, d'une manière indirecte, une heureuse influence, en poussant à l'établissement du dualisme chimique.

Enfin, la théorie électro-chimique, et surtout l'ensemble des phénomènes qui y ont donné lieu, tendent à fixer l'attention des chimistes sur un nouvel aspect de leur science, jusqu'ici trop négligé. Il s'agit de l'influence exercée par le temps dans la production des effets chimiques. Non seulement le temps augmente la masse des produits de la réaction chimique, par la combinaison successive des diverses parties des deux principes, qui, le plus souvent, ne peuvent agir toutes à la fois; mais encore la durée, suffisamment prolongée, des mêmes influences chimiques détermine des formations, qui n'auraient pas eu lieu sans cela. A cet égard, la théorie chimique du temps constitue, dans la science, une lacune essentielle. Or, les phénomènes électro-chimiques, et surtout ceux que Becquerel a si bien examinés, me paraissent propres à rendre une telle influence plus sensible. Je n'ai pas besoin d'insister sur cette indication, dont le sujet se rattache aux plus hautes questions de la géologie chimique, tout en constituant un élément indispensable des conceptions de la chimie abstraite.

TRENTE-NEUVIÈME LEÇON

Sommaire. — Considérations générales sur la chimie *organique*.

J'ai déjà établi la nécessité de faire disparaître la division de la chimie en organique et en inorganique. L'objet de cette leçon est de faire apprécier l'importance d'une telle réforme, et d'indiquer le principe, d'après lequel il faudrait décomposer cet ensemble factice, pour en répartir les éléments entre la chimie et la biologie.

A l'égard des études chimiques, cette vaine séparation tend à rompre, et même à déguiser, la plupart des analogies essentielles. Rien ne ressemble plus, en effet, aux acides, aux alcalis et aux sels végétaux ou animaux, que les acides, les alcalis et les sels inorganiques.

Au point de vue des études biologiques, indûment comprises dans la chimie organique, les inconvénients sont plus graves, quoique moins sentis. C'est pourquoi il importe de les signaler.

L'origine de cette confusion tient à ce que beaucoup de questions biologiques exigent des recherches chimiques, ordinairement très étendues et très difficiles : les chimiste s'en sont emparés, et les ont réunies mal à propos à leur domaine scientifique.

La partie biologique de la chimie organique, ayant été ainsi formée par des empiètements successifs, ne peut pas être exactement circonscrite. Non seulement elle embrasse

l'analyse de tous les éléments anatomiques, solides ou fluides, et celle de tous les *produits* de l'organisme; mais encore, si ses usurpations continuaient, elle tendrait à comprendre l'étude des plus importants phénomènes, relatifs à ce que Bichat a nommé la *vie organique*, c'est-à-dire aux fonctions de nutrition et de sécrétion, les seules qui soient communes à l'ensemble des corps vivants. La physiologie serait alors réduite à l'étude des fonctions de la vie animale, et à celle des lois du développement de l'être vivant, ce qui serait très funeste à ses progrès.

Les chimistes sont impropres à l'examen des questions, soit d'anatomie, soit de physiologie végétale ou animale. Au point de vue anatomique, ils méconnaissent la division, si bien établie par de Blainville, entre les *éléments* de l'organisme et ses *produits*. A plus forte raison, ne distinguent-ils pas les parenchymes des organes. Ces inconvénients sont encore plus prononcés dans les problèmes physiologiques, dont les chimistes ne sauraient apprécier les conditions essentielles. Nous avons déjà reconnu des inconvénients analogues au sujet de l'application de l'analyse mathématique aux questions de physique. Les remarques présentées alors sur la nécessité de subordonner la considération de l'instrument à celle de l'usage, et de confier la direction du premier à ceux qui connaissent les conditions du second, peuvent être reproduites avec plus de force.

Il est nécessaire d'indiquer quelques exemples, qui feront ressortir l'importance d'une meilleure organisation des travaux.

Dans l'ordre anatomique, les recherches entreprises par les chimistes ont besoin d'être révisées par les biologistes. On doit en excepter toutefois la belle série des travaux de Chevreul sur les corps gras. Dans l'analyse chimique du

sang ou de la sève, et de presque tous les autres éléments anatomiques, solides ou fluides, un seul cas, pris au hasard, est ordinairement présenté par les chimistes comme un type suffisant. Ils ne comprennent pas la nécessité de soumettre leur opération à un examen comparatif, non seulement suivant chaque espèce d'organisme, envisagée à l'état normal, mais aussi selon le degré de développement de l'être vivant, son sexe, son tempérament, son mode d'alimentation, le système de ses conditions extérieures d'existence, et beaucoup d'autres modifications, que les biologistes peuvent seuls apprécier. Aussi de semblables analyses ne correspondent-elles à rien, en anatomie, si ce n'est au seul cas précis qui a été considéré, et que le chimiste a presque toujours négligé de caractériser suffisamment. En même temps, cette manière de procéder détermine, entre les différents chimistes, des divergences inévitables, par suite de la diversité des types qu'ils ont choisis. Les discussions qui en résultent ne sont d'aucune utilité, parce que les chimistes attribuent ces discordances apparentes aux divers moyens analytiques employés, au lieu d'y voir la confirmation des variations que la biologie eût annoncées d'avance. Il en est de même à l'égard des produits sécrétés et excrétés, tels que l'urine, ou la bile. Les parties de l'organisme, dans lesquelles le produit a été recueilli, et les modifications qu'il a pu y éprouver par un séjour plus ou moins prolongé, après sa production, viennent encore compliquer le problème, à l'insu des chimistes. C'est pourquoi ces analyses, bien que fréquemment renouvelées, sont incohérentes et insuffisantes.

En considérant les cas d'anatomie végétale, Raspail a protesté contre la multiplicité des principes organiques, et surtout des alcalis végétaux. Il a démontré que cette prétention d'envisager comme distinctes un grand nombre

de ces substances tenait, le plus souvent, à ce que les chimistes n'avaient pas égard aux degrés successifs d'élaboration d'un même principe immédiat, dans le développement général de la végétation, ou qu'ils confondaient les matières proposées, avec leurs enveloppes anatomiques. La trop faible attention accordée à ces vues systématiques me fait un devoir de signaler l'influence qu'elles doivent exercer sur le perfectionnement de la chimie organique. Personne n'a aussi bien senti que Raspail la nécessité d'y de subordonner le point de vue chimique au point de vue biologique.

Les recherches entreprises pour analyser les principaux phénomènes de la vie organique font encore mieux ressortir l'inaptitude des chimistes. Ils n'ont pu fixer, en biologie, aucun point de doctrine, et n'ont fourni que de simples matériaux, que les biologistes ne peuvent utiliser, avant de les avoir soumis à une nouvelle élaboration. Je dois me borner à en indiquer les exemples les plus remarquables.

Les belles expériences de Priesley, de Sennebier et de de Saussure, relatives à l'action chimique mutuelle des végétaux et de l'air atmosphérique, ont éclairé l'ensemble de l'économie végétale. Mais les études postérieures ont démontré que cette recherche n'est pas aussi simple que l'avaient supposé les chimistes, en analysant isolément une seule partie du phénomène général de la végétation. L'absorption de l'acide carbonique et l'exhalation de l'oxygène, bien que très importantes dans l'action des feuilles, ne constituent qu'un aspect du double mouvement vital. Cette action est partiellement compensée par l'action inverse que produisent la germination des semences, la maturation des fruits, et même le simple passage des feuilles, de la lumière à l'obscurité. Elle ne peut donc

suffire à expliquer la composition élémentaire des substances végétales, ni à déterminer le genre d'altération que la végétation fait éprouver à l'atmosphère. Mais c'est surtout dans l'analyse des phénomènes de la physiologie animale que l'insuffisance des études faites par les chimistes doit ressortir.

On peut citer, à cet égard, l'examen des phénomènes chimiques de la respiration, envisagée dans les animaux supérieurs. A l'origine de la chimie moderne, il semblait que l'absortion pulmonaire de l'oxygène de l'air et sa transformation en acide carbonique devaient suffire à expliquer la conversion du sang veineux en sang artériel; mais on a reconnu que la fonction est beaucoup plus compliquée. Les travaux des chimistes présentent des conclusions contradictoires sur presque toutes les questions qui s'y rapportent. On ignore, par exemple, si la quantité d'acide carbonique formée correspond à la quantité d'oxygène absorbée, ou si elle est supérieure ou inférieure. La différence entre l'air inspiré et l'air expiré n'est pas encore établie. Il en est de même de la participation de l'azote atmosphérique. Les divergences sont plus prononcées relativement à l'appréciation des changements qu'éprouve la composition du sang. Cette question caractérise la confiance naïve avec laquelle les chimistes abordent les sujets physiologiques, sans avoir mesuré, ni même soupçonné, les difficultés qui s'y rattachent.

L'étude de la chaleur animale donne lieu à des remarques analogues. On a d'abord expliqué ce grand phénomène en considérant l'appareil pulmonaire comme le foyer d'une véritable combustion. Mais un examen approfondi du sujet a prouvé aux physiologistes l'insuffisance d'un tel aperçu, pour satisfaire aux conditions du problème. La coopération de l'influence pulmonaire est

encore, à cet égard, incertaine ; il est, du moins, constaté que cette action ne doit pas seule être envisagée dans l'analyse d'un phénomène, auquel concourent toutes les fonctions vitales. Il y a même lieu de penser que la respiration constitue une source de refroidissement. Sans doute on doit avoir égard, dans l'étude de la chaleur animale, aux phénomènes chimiques déterminés par le mouvement vital. Mais leur influence, qui se combine avec beaucoup d'autres, surtout dans les organismes supérieurs, ne peut être bien appréciée que par les physiologistes.

Il me suffira d'indiquer un dernier exemple.

Il est évident, en principe, que tout corps vivant, quelle que soit son origine, doit se trouver, à la longue, composé des éléments chimiques propres aux différentes substances dont il se nourrit. Cette comparaison, établie d'une manière générale, n'offre aucune difficulté.

Mais il n'en est pas ainsi, dès qu'on veut poursuivre, d'une manière un peu détaillée, cette comparaison, qui engendre alors une multitude d'objections, jusqu'à présent insolubles. La plus importante consiste en ce que l'azote est tout aussi abondant dans les tissus des animaux herbivores que dans ceux des carnassiers, bien que les aliments solides des premiers en soient presque entièrement dépourvus. Berzélius a indiqué, pour résoudre cette difficulté, son opinion particulière sur la nature de l'azote, qui, d'après lui, ne constitue pas un véritable élément, mais une sorte d'oxyde métallique. Cette hypothèse n'explique pas plus le phénomène, que l'opinion, proposée par Raspail, d'après laquelle l'azote serait, en quelque sorte, adventice dans toutes les matières animales, qui ne contiendraient jamais cet élément qu'à l'état ammoniacal. La difficulté subsiste dans toute sa force primitive. Le mouvement

vital a été jusqu'à présent très peu considéré sous cet aspect ; il offre, néanmoins, une foule de cas analogues. Telle est, par exemple, la question relative à la présence du carbonate et surtout du phosphate de chaux dans le tissu osseux. Cependant l'ensemble des aliments ne paraît presque jamais pouvoir donner lieu à la formation de ces deux sels.

La discussion précédente démontre suffisamment qu'il faut supprimer la chimie organique, pour en réunir les différentes parties, les unes, à la chimie, les autres, à la biologie.

Il nous reste à examiner le principe qui devra présider à cette répartition.

Tout se réduit à établir une séparation entre l'état de mort et l'état de vie, ou entre la stabilité et l'instabilité des combinaisons. Parmi les divers composés, appelés aujourd'hui organiques, les uns ne doivent leur existence qu'au mouvement vital ; ils varient constamment, et ne sont presque toujours que de simples mélanges : tels sont, par exemple, le sang, la lymphe, la graisse. Ils appartiennent à la biologie. Les autres forment les principes immédiats des premiers : ce sont des substances mortes, permanentes, indépendantes de la vie, et ayant tous les caractères des véritables combinaisons. Leur place naturelle est dans la chimie. Tels sont les acides organiques, l'alcool, l'albumine, l'urée.

La connaissance de ces combinaisons est un préliminaire indispensable à l'examen chimique des phénomènes vitaux. Mais une telle propriété ne peut justifier la qualification d'*organique*, pour cette partie de la chimie. Autrement on serait conduit à reconnaître le même caractère, dans la théorie de l'oxygène, de l'hydrogène, du carbon et de l'azote, et même dans l'étude de beaucoup d'autres

substances acides, alcalines ou salines, sans lesquelles l'anatomie et la physiologie chimiques seraient inintelligibles. Quant aux phénomènes chimiques, communs aux composés de cette classe, il importe de les faire ressortir. Les plus généraux constituent la partie, si imparfaite encore, des différentes espèces de fermentation. La propriété de fermenter, malgré son importance, n'a pas une plus haute valeur scientifique que la propriété de brûler. On avait d'abord accordé une influence exagérée au phénomène de la combustion, dans les substances inorganiques. Pourquoi n'en serait-il pas ainsi du phénomène de la fermentation, dans les substances organiques? Il y aurait une vaine présomption à vouloir assigner, dès à présent, la position définitive de ces derniers composés, dans le système rationnel de la chimie. Une telle question serait prématurée; mais nous pouvons affirmer que ces diverses combinaisons seront plus ou moins séparées les unes des autres, et intercalées parmi les combinaisons inorganiques.

Pour distinguer ce qui doit être incorporé à la chimie, il suffirait de se demander si l'examen scientifique de la question proposée peut être effectué par le seul emploi de connaissances chimiques, ou s'il exige aussi le concours de considérations biologiques.

Les deux parties de la chimie organique qui se rapportent, l'une, à l'étude des substances végétales, l'autre à celle des substances animales, se répartiront très inégalement : la première fournira davantage à la chimie ; la seconde, à la biologie.

Un premier aperçu pourrait faire croire à la différence inverse ; car, c'est à l'égard des végétaux que les considérations chimiques sont les plus importantes. Après qu'on a dépassé les rangs inférieurs de la hiérarchie zoologique,

les fonctions chimiques, bien que constituant toujours la base de la vie, sont subordonnées à un ordre supérieur de nouvelles actions vitales. Néanmoins, en vertu du degré plus élevé d'élaboration que reçoit la matière dans l'organisme animal, comparé à l'organisme végétal, la partie chimique de la physiologie animale présente plus d'étendue et de complication que celle qui correspond à la physiologie végétale, où manque, par exemple, toute la série des phénomènes de la digestion, et où l'assimilation et les sécrétions sont aussi très simplifiées. La végétation constitue la principale source des composés organiques, que l'organisme animal ne fait le plus souvent qu'emprunter à l'organisme végétal, en les modifiant, plus ou moins, soit par leurs combinaisons mutuelles, soit par de nouvelles influences extérieures. Ainsi, le domaine de la chimie doit être surtout augmenté par l'étude des substances végétales.

La nécessité d'assujettir les composés organiques à la loi du dualisme a été assez constatée, pour qu'il soit inutile d'y revenir. Je crois, néanmoins, devoir indiquer un nouvel aspect, sous lequel cette conception peut contribuer au perfectionnement des théories chimiques, par l'établissement d'une harmonie plus satisfaisante entre la composition des diverses substances organiques et l'ensemble de leurs propriétés.

En considérant ces substances comme ternaires ou quaternaires, l'identité de leurs trois ou quatre éléments ne permet d'expliquer leur multiplicité que par la diversité des proportions de leurs principes. Cette conception conduit, dans un grand nombre de cas, à expliquer les différences très prononcées, qui existent entre deux substances organiques, par une très faible inégalité de leurs compositions numériques, de manière à choquer souvent l'en-

semble des analogies chimiques. En outre, la chimie organique offre déjà des exemples, où l'on ne peut saisir aucune différence de composition entre deux substances, que leurs principales propriétés ne permettent pas de regarder comme identiques : tels sont, le sucre et la gomme. La manière actuelle de philosopher entraîne les chimistes à supposer une très légère inégalité de composition numérique, dont leurs moyens analytiques ne peuvent constater l'existence. Un tel expédient ne fait que reculer la difficulté, sans la résoudre. Le dualisme appliqué aux composés organiques, dissipera ces anomalies ; car, en distinguant l'analyse immédiate de l'analyse élémentaire, il permettra de résoudre le paradoxe général de la diversité réelle de deux substances composées des mêmes éléments, unis suivant les mêmes proportions. En effet, ces substances isomères différeraient alors par leurs analyses immédiates, tout en fournissant, dans l'analyse élémentaire, des résultats identiques ; ce qu'il est très facile de concilier, en procédant à peu près comme je l'ai fait pour la loi des proportions définies. Les chimistes ont déjà remarqué la possibilité de représenter exactement la composition, numérique de l'alcool ou celle de l'éther, d'après plusieurs formules binaires, distinctes les unes des autres, et néanmoins équivalentes à l'égard de l'analyse élémentaire, en combinant, tantôt le gaz oléfiant avec l'eau, tantôt l'hydrogène carboné avec l'acide carbonique ou avec le deutoxyde d'hydrogène. Or, si ces combinaisons fictives devenaient réalisables, elles donneraient lieu à des substances distinctes, qui pourraient même différer beaucoup par l'ensemble de leurs propriétés chimiques, tout en coïncidant par leur composition élémentaire. On conçoit par exemple, que le sulfite, formé par un métal au plus haut degré d'oxydation, pourrait produire, à l'analyse

finale, des résultats identiques à ceux que fournirait le sulfate du même métal moins oxydé, sans que personne eût néanmoins la pensée de confondre ces deux composés. Il suffirait donc de transporter le même esprit dans l'étude des combinaisons organiques, par l'établissement d'un dualisme universel, pour dissiper toutes ces anomalies paradoxales.

QUARANTIÈME LEÇON

Sommaire. — Considérations philosophiques sur l'ensemble de la biologie.

L'étude de l'homme et celle du monde constituent le double sujet des conceptions philosophiques. Chacune de ces deux études peut être appliquée à l'autre et lui servir de point de départ. De là résultent deux manières de philosopher différentes, et même opposées, selon qu'on procède de la considération de l'homme à celle du monde, ou de la connaissance du monde à celle de l'homme. La philosophie théologique ou métaphysique prend pour principe, dans l'explication des phénomènes du monde, le sentiment immédiat des phénomènes humains. La philosophie positive, au contraire, subordonne la conception de l'homme à celle du monde. En faisant prédominer la considération de l'homme, on est conduit à attribuer tous les phénomènes à des *volontés* correspondantes, d'abord naturelles, et ensuite surnaturelles, ce qui constitue le système théologique. L'étude directe du monde a pu seule produire et développer la grande notion des lois de la nature, fondement de toute philosophie positive. Cette étude, en s'étendant graduellement à des phénomènes de moins en moins réguliers, a dû être enfin appliquée à l'étude de l'homme et de la société, dernier terme de son entière généralisation.

Bien que cette question ne soit pas à sa place, j'ai dû l'indiquer ici par anticipation, pour faire ressortir l'esprit de la philosophie positive, et pour signaler, en même temps, l'imperfection de sa constitution scientifique actuelle. A l'égard de toute autre science, une telle considération concernerait seulement la position encyclopédique, sans en affecter directement le caractère essentiel. Mais pour la biologie, cette subordination à la science du monde constitue le fondement de la positivité. La biologie a commencé à prendre un caractère scientifique, depuis l'époque, presque contemporaine, où les phénomènes vitaux ont été regardés comme assujettis aux lois générales, dont ils ne présentent que de simples modifications. Leur indépendance, à cet égard, n'est plus soutenue que par les métaphysiciens. Néanmoins, le sentiment naissant du véritable point de vue spéculatif, auquel la vie doit être étudiée, a été jusqu'ici assez peu énergique pour n'avoir pu déterminer aucun changement dans l'ancien système de culture de la biologie.

L'importance de cet ouvrage est donc plus grande pour cette science que pour toute autre : il s'agit, en effet, d'en fixer le caractère.

Cette opération doit non seulement soustraire sans retour l'étude des corps vivants aux diverses influences métaphysiques, mais encore préserver cette étude des empiétements exagérés de la philosophie inorganique. Depuis un siècle environ, la biologie a été ballottée entre la métaphysique, qui s'efforcait de la retenir, et la physique qui tendait à l'absorber ; entre l'esprit de Stahl, et l'esprit de Boerhaave.

La complication des phénomènes biologiques et leur culture récente en expliquent l'imperfection relative. L'influence de la philosophie métaphysique, ou même

théologique, continue à y faire rechercher ces notions absolues, auxquelles on a renoncé à l'égard des phénomènes moins compliqués. Depuis près d'un siècle, on dispense la physique de pénétrer le mystère de la pesanteur, dont elle doit seulement dévoiler les lois ; ce qui n'empêche pas qu'on ne reproche journellement à la biologie de ne rien nous apprendre sur l'essence intime de la vie, du sentiment et de la pensée.

Après ce préambule, nous devons considérer la biologie sous les mêmes aspects que les sciences précédentes : il faut donc caractériser son objet et circonscrire le champ de ses recherches.

Le développement spontané de l'intelligence humaine tend à déterminer le passage de chaque branche de connaissances, de l'état théologique et méthaphysique à l'état positif. Mais ce passage serait trop lent, s'il n'était pas accéléré par une stimulation inévitable, je veux parler de l'impulsion qui résulte des besoins de l'application. C'est ce qui a fait dire à la plupart des philosophes que toute science naît d'un art correspondant.

La liaison des sciences aux arts a une très grande importance pour le développement; mais cette liaison tend, à ralentir leur marche, dès que les sciences sont parvenues à un certain degré d'extension. Notre force de spéculation a plus de portée que notre capacité d'action : il serait donc absurde d'astreindre la première à régler son essor sur celui de la seconde. A la science, il appartient de connaître et par suite de prévoir; à l'art, de pouvoir et par suite d'agir. Tout en dérivant d'un art, dans sa positivité naissante, chaque science ne peut comporter un développement ferme et rapide, qu'en étant conçue et cultivée, abstraction faite de toute idée d'art. Cette vérification est peu sensible à l'égard des mathématiques et de l'astro-

nomie, vu l'époque trop reculée de leur formation. Mais il en est autrement de la physique, et surtout de la chimie, à la naissance desquelles nous avons, pour ainsi dire, assisté. Nous sentons combien leur relation aux arts a été essentielle à leurs premiers pas, et combien ensuite leur séparation d'avec eux a contribué à la rapidité de leurs progrès.

Ces réflexions sont applicables à la biologie. Aucune science n'a eu sa marche aussi étroitement liée au développement de l'art correspondant. La biologie doit prendre, comme les autres sciences, un essor franchement spéculatif, libre de toute adhérence directe, soit à l'art médical, soit à toute autre application. Il faut surtout isoler la physiologie de la médecine, pour assurer l'originalité de son caractère, et pour constituer la philosophie organique, à la suite de la philosophie inorganique. Depuis Haller, cette séparation s'accomplit en Allemagne et en France ; mais elle n'est pas encore assez parfaite pour rendre l'essor de la biologie libre et rapide. La prolongation de son adhérence à l'art médical s'oppose à ce que la biologie soit cultivée par les intelligences les plus capables d'en diriger les progrès spéculatifs. Sauf un très petit nombre de précieuses exceptions, cette étude est livrée aux médecins : ils y sont rendus impropres par leurs occupations importantes et par leur éducation imparfaite. Ceux qui rejetteraient comme absurde la pensée de confier aux navigateurs la culture de l'astronomie finiront probablement par trouver étrange l'usage d'abandonner les études biologiques aux loisirs des médecins.

Le seul motif spécieux qu'on puisse alléguer en faveur d'une telle confusion consiste dans la crainte que la théorie, livrée à son libre élan, ne perde de vue les besoins de la pratique, dont cette séparation tendrait à ralentir ainsi le

perfectionnement essentiel. Mais la science pourrait encore moins concourir au progrès de l'art, si ce dernier, en s'efforçant de la retenir adhérente, s'opposait, par cela même, à son développement. D'ailleurs, l'expérience éclatante et unanime des autres sciences doit dissiper, à ce sujet, toute inquiétude sérieuse.

A l'égard des sciences plus avancées, cette discussion eût été superflue; mais elle était nécessaire, au sujet de la biologie, pour mieux motiver l'aspect purement spéculatif sous lequel une telle science doit être ici considérée. Examinons dès lors directement le véritable objet de la biologie abstraite. L'étude des lois vitales constituant le sujet essentiel de la biologie, il faut d'abord analyser en elle-même la notion de la *vie*, envisagée au point de vue philosophique.

Bichat est le premier qui ait tenté d'établir cette notion sur une base positive. Mais il ne sut pas réaliser une sage application du principe qu'il avait posé. Subissant à son insu l'influence de l'ancienne philosophie, dont il s'efforçait de sortir, il continua à se préoccuper de la fausse idée d'un antagonisme absolu entre la nature morte et la nature vivante, et il choisit cette lutte chimérique pour le caractère essentiel de la vie. Il convient de nous arrêter à l'examen de cette erreur, qui peut contribuer à éclaircir la question.

Cette conception supprime l'un des deux éléments inséparables, dont l'harmonie constitue l'idée générale de *vie*. Cette idée suppose, en effet, non seulement un être organisé de manière à comporter l'état vital, mais encore un certain ensemble d'influences extérieures, propres à en assurer l'accomplissement. Si, comme le supposait Bichat, tout ce qui entoure les corps vivants tendait réellement à les détruire, leur existence serait inintelligible. Où pourraient-ils puiser la force nécessaire pour surmonter, même temporairement, un tel obstacle? Dans tous les

degrés de l'échelle biologique, l'altération et la cessation de la vie sont, sans doute, aussi fréquemment déterminées par des modifications de l'organisme que par l'influence des circonstances ambiantes. Si, par exemple, un certain degré de froid ou de sécheresse ralentit, et quelquefois suspend, la vie de tel animal atmosphérique, un retour convenable de la chaleur et de l'humidité ranime ou rétablit son existence. Or, dans l'un et l'autre cas, l'influence provient du milieu. Pourquoi ne pas avoir égard au concours, aussi bien qu'à l'antagonisme?

La conception de Bichat présente, en outre, en un sens inverse de la réalité, l'une des différences capitales qui séparent les corps vivants des corps inertes. En effet, les phénomènes inorganiques continuent à se produire dans presque toutes les circonstances extérieures au milieu desquelles les corps peuvent être placés, ou, du moins, ils admettent des limites de variation très écartées. Ces limites deviennent d'autant plus distantes, qu'on remonte la série scientifique. Ainsi, on trouve aux phénomènes de la pesanteur et de la gravitation une rigoureuse universalité, quels que soient les corps, et même les circonstances. C'est donc là que se manifeste la plus haute indépendance par rapport au système ambiant. Le mode d'existence des corps vivants est, au contraire, caractérisé par une très étroite dépendance à l'égard des influences extérieures. Plus on s'élève dans la hiérarchie organique, plus cette dépendance augmente. Toutefois, si des fonctions plus variées multiplient les relations extérieures, l'organisme, en s'élevant ainsi, réagit de plus en plus sur le système ambiant, de manière à le modifier en sa faveur. On doit donc distinguer, à ce sujet, la multiplicité des actions extérieures, et les limites normales de leur intensité. Un coup d'œil général sur la hiérarchie biologique vérifie cette

double relation. Ainsi, au dernier rang, se trouvent les végétaux, et les animaux fixés, qui, ne pouvant presque aucunement modifier la constitution du milieu correspondant, subissent la fatale influence des plus légères altérations. Leur existence serait impossible, si elle n'était pas liée au concours d'un très petit nombre d'actions extérieures. De même, à l'autre extrémité, on voit les animaux supérieurs, et surtout l'homme, qui ne sauraient vivre qu'à l'aide de l'ensemble le plus complexe de conditions extérieures favorables, soit atmosphériques, soit terrestres, sous les divers aspects physiques et chimiques, mais qui, par une compensation non moins indispensable, sont susceptibles de supporter des limites de variation plus étendues, en vertu de leur plus grande aptitude à réagir sur le système ambiant. On ne pourrait donc induire aucun argument favorable à l'idée d'une prétendue indépendance des corps vivants par rapport au monde extérieur, puisque, quand la dépendance est moindre en un sens, elle est plus complète en un autre. Cette opinion est donc contradictoire à la notion même de la vie. On comprend qu'elle ait pu séduire Bichat, à une époque où la physiologie était bornée à l'examen de l'homme ; mais il est aisé de prévoir combien ce point de départ vicieux a dû altérer toutes ses conceptions physiologiques.

Depuis que le développement de l'anatomie comparée a permis de fonder la notion abstraite de la vie sur des bases positives, plusieurs philosophes allemands ont généralisé cette notion, dont ils ont fait l'équivalent de celle d'activité spontanée. Mais il n'est pas moins nécessaire de restreindre le nom de *vie* aux seuls êtres vivants, que de lui attribuer une acception assez étendue pour pouvoir s'appliquer à tous les organismes.

Je ne connais d'autre tentative, qui satisfasse aux con-

ditions d'une définition philosophique de la vie, que celle de de Blainville, qui a proposé de caractériser ce grand phénomène par un double mouvement intestin, à la fois général et continu, de composition et de décomposition. Cette définition me paraît ne laisser rien à désirer, si ce n'est une indication plus explicite des deux conditions, inséparables de l'état vivant, un *organisme* déterminé et un *milieu* convenable. Sauf cette modification, elle remplit les prescriptions inhérentes à la nature du sujet; car elle énonce le seul phénomène qui soit rigoureusement commun l'ensemble à des êtres vivants, considérés dans toutes leurs parties constituantes et dans tous leurs modes de vitalité, en excluant, par sa composition même, tous les corps réellement inertes.

Il semble, au premier abord, que la définition de de Blainville n'a pas égard à la distinction, faite par Aristote et par Buffon, et si fortement établie par Bichat, entre la vie *organique* et la vie *animale*, et qu'elle se rapporte entièrement à la vie végétative. Mais cette objection n'aboutit qu'à faire ressortir la profondeur de la définition proposée; car, dans l'immense majorité des êtres qui en jouissent, la vie *animale* n'est qu'un simple perfectionnement, ajouté à la vie *organique*, et propre, soit à lui procurer des matériaux par une intelligente réaction sur le monde extérieur, soit même à en préparer ou à en faciliter les actes par les sensations, les diverses locomotions, ou l'innervation, soit enfin à la mieux préserver des influences défavorables. Dans les organismes supérieurs eux-mêmes, où la vie animale est la plus développée, la vie organique, qui en est la base et le but, reste encore la seule entièrement commune à tous les tissus dont ils sont composés. En même temps, suivant la belle observation de Bichat, elle est aussi la seule qui s'exerce d'une manière continue,

la vie animale étant, au contraire, essentiellement intermittente. Tels sont les motifs qui confirment la définition de la vie, introduite par de Blainville. Il faut, néanmoins, concevoir la considération de l'animalité, et même de l'humanité, comme l'objet le plus important de la biologie.

Cette analyse du phénomène général de la vie nous rend plus facile une définition de la science biologique. En effet, l'idée de vie supposant un organisme approprié et un milieu convenable, c'est de l'action réciproque de ces deux éléments que résultent tous les phénomènes vitaux, sans exception. Le problème doit donc consister à lier la double idée d'*organe* et de *milieu* avec l'idée de *fonction*.

La biologie positive a pour but de rattacher constamment le point de vue anatomique au point de vue physiologique ou, en d'autres termes, l'état statique à l'état dynamique. Placé dans des circonstances données, un organisme défini doit toujours agir d'une manière déterminée, et, en sens inverse, la même action ne saurait être produite par des organismes vraiment distincts. Il y a donc lieu de conclure alternativement, ou l'acte d'après le sujet, ou l'agent d'après l'acte. Le système ambiant pouvant toujours être regardé comme connu, d'après l'ensemble des autres sciences, le double problème biologique peut être posé en ces termes : *étant donné l'organe ou la modification organique, trouver la fonction ou l'acte, et réciproquement*. Cette définition fait ressortir le but de prévision, que j'ai représenté comme la destination de toute *science*, opposée à la simple *érudition*.

Pour vérifier la rationalité d'une telle destination, il n'est pas indispensable que ce but soit toujours atteint. Il suffit que les points de doctrine, à l'égard desquels il a pu être réalisé, constituent les parties de la science les plus par-

faites. Or, c'est ce que personne, sans doute, ne contestera.

Ma définition s'écarte des habitudes ordinaires : je n'ai pas égard à la distinction vulgaire, établie entre l'anatomie et la physiologie. Je ne reconnais pas de motifs suffisants pour maintenir, entre les deux faces, rationnellement inséparables, d'un problème unique, une séparation, qui provient de ce que la physiologie faisait partie, autrefois, de la philosophie métaphysique.

La même définition comprend aussi la théorie générale des milieux organiques, et de leur action sur l'organisme, envisagée d'une manière abstraite.

Pour apprécier la destination philosophique de la biologie, il faut ajouter que cette relation permanente entre les idées d'organisation et les idées de vie doit être établie, autant que possible, d'après les lois du monde inorganique, convenablement modifiées par les propriétés spéciales des tissus vivants. Toutes les fois, en effet, qu'il se produit, dans l'organisme, un acte vraiment mécanique, physique ou chimique, l'explication d'un tel phénomène serait imparfaite, si l'on ne la rattachait pas aux lois des phénomènes analogues, qui doivent s'y vérifier, quelle que soit d'ailleurs la difficulté d'y réaliser leur exacte application. Il faut éviter d'exagérer cette tendance; car, un grand nombre de phénomènes vitaux n'ont aucun analogue parmi les phénomènes inorganiques. La biologie ne peut alors y saisir que le phénomène fondamental, afin d'y rattacher les autres. A cet égard, la distinction de la vie en organique et en animale a une grande importance; car, en principe, tous les actes de la vie organique sont essentiellement physiques et chimiques, ce qui ne saurait être pour les actes de la vie animale, du moins à l'égard des phénomènes primordiaux, et surtout en ce qui concerne les fonctions nerveuses et cérébrales.

Ma définition de la biologie caractérise, non seulement l'objet de la science, mais encore son sujet, c'est-à-dire le champ qu'elle doit embrasser. Ce n'est pas seulement dans un organisme unique, mais dans tous les organismes connus, et même possibles, que la biologie doit chercher à établir une harmonie constante entre le point de vue anatomique et le point de vue physiologique. Il ne peut exister de notions satisfaisantes que celles qui sont communes à la hiérarchie entière des êtres vivants. Du reste, l'étude de l'homme y doit toujours dominer, soit comme point de départ, soit comme but. En effet, on ne saurait étudier tout autre organisme que dans l'espoir des lumières qui doivent en résulter pour une plus exacte connaissance de l'homme lui-même. D'un autre côté, la notion de l'homme, étant la seule immédiate, constitue la seule unité d'après laquelle nous puissions apprécier tous les autres systèmes organiques.

Après avoir caractérisé le but et l'objet de la biologie, et circonscrit le champ de ses recherches, nous pourrons en examiner les autres aspects,en commençant par les moyens d'investigation qui lui sont propres.

C'est ici l'occasion de vérifier la loi que j'ai établie sur l'accroissement des ressources scientifiques, en raison de la complication des phénomènes.Les phénomènes biologiques sont plus compliqués que tous les précédents. Mais leur étude comporte l'ensemble le plus étendu des moyens intellectuels.

Parmi les trois modes de l'art d'observer, l'observation proprement dite acquiert ici une extension supérieure. La biologie comporte, comme la chimie, l'emploi combiné des cinq sens. Elle présente même, à cet égard, un accroissement très important.

Cet accroissement consiste d'abord dans l'usage des

appareils artificiels, destinés à perfectionner les sensations, surtout en ce qui concerne la vision. Au point de vue statique, ces appareils permettent de mieux apprécier une structure, dont les détails les moins perceptibles peuvent acquérir une importance capitale. Moins efficaces, au point de vue dynamique, ils conduisent quelquefois à observer directement le jeu élémentaire des moindres parties organiques, base ordinaire des principaux phénomènes vitaux. Ces perfectionnements artificiels sont bornés à la vision, qui continue à être ici, comme pour les autres phénomènes, le fondement de l'observation scientifique. On doit néanmoins remarquer les appareils imaginés pour le perfectionnement de l'audition, et qui, destinés d'abord aux explorations pathologiques, conviennent également à l'étude de l'organisme à l'état normal. Grossiers encore, et ne pouvant pas être comparés aux appareils microscopiques, ils donnent une idée des améliorations possibles de l'audition artificielle. Il faut même concevoir, par analogie, que tous les autres sens, et même le toucher, sont probablement susceptibles de donner lieu à de semblables artifices, ce qui achèverait le système, à peine ébauché, des moyens factices d'observation directe.

En second lieu, les ressources de l'observation biologique sont supérieures à celles de l'observation chimique, sous un autre aspect, inhérent à la nature des phénomènes. Car, d'après la position relative des deux sciences, le biologiste peut disposer de l'ensemble des procédés chimiques et même des procédés physiques, conformément à la la règle philosophique suivante : toute doctrine peut être convertie en une méthode à l'égard des sciences qui la suivent dans la hiérarchie scientifique, sans pouvoir l'être jamais envers celles qui l'y précèdent. La biologie com-

mence à utiliser cette importante propriété. C'est surtout dans les observations anatomiques qu'on a déjà fait un heureux usage des procédés chimiques, pour mieux caractériser les divers tissus élémentaires et les principaux produits de l'organisme, en suivant, à cet égard, les lumineuses indications de Bichat. Il faut savoir éviter, dans ce genre d'observations, ces minutieux détails numériques qui surchargent trop souvent les analyses chimiques des tissus organiques. Enfin, pour achever d'indiquer l'accroissement des moyens d'observation, il faut noter que les substances qui composent les corps organisés sont presque toujours plus ou moins alibiles. L'examen des effets alimentaires peut donc devenir, au point de vue anatomique, un utile complément de l'exploration chimique et de la gustation, dont il est un appendice naturel.

Considérons maintenant l'expérimentation, qui s'applique plus spécialement aux phénomènes physiologiques, et dont l'appréciation est plus importante et plus difficile.

L'expérimentation consiste, en général, à introduire, dans chaque condition proposée, un changement défini, afin d'apprécier la variation correspondante du phénomène lui-même. La rationalité et le succès de cet artifice reposent sur ces deux suppositions : 1° que le changement introduit soit compatible avec l'existence du phénomène étudié ; 2° que les deux cas comparés ne diffèrent qu'à un seul point de vue. Or, la nature des phénomènes biologiques doit rendre presque impossible la réalisation de ces deux conditions, et surtout celle de la seconde. Aussi, sauf un petit nombre d'heureuses exceptions, les expériences physiologiques ont-elles jusqu'ici suscité des embarras scientifiques supérieurs à ceux qu'on se proposait d'éviter par leur emploi.

Pour compléter cette appréciation, je dois y introduire

une nouvelle considération, qui pourrait contribuer à mieux diriger l'emploi d'un tel moyen. En effet, les phénomènes vitaux dépendent de deux ordres distincts de conditions, les unes relatives à l'organisme, les autres au système ambiant : de là résultent deux modes différents d'appliquer à ces phénomènes la méthode expérimentale, en introduisant, tantôt dans l'organisme, et tantôt dans le milieu, des perturbations déterminées. L'altération du milieu tend constamment, il est vrai, à troubler l'organisme, en sorte que cette division peut paraître impraticable. Mais il faut remarquer que l'étude de cette réaction constituerait elle-même une partie essentielle de l'analyse proposée.

Jusqu'ici, les principales expériences appartiennent presque exclusivement à la première catégorie, c'est-à-dire qu'elles sont relatives à une perturbation artificielle de l'organisme, et non pas du milieu, sans qu'on se soit, d'ailleurs, occupé le plus souvent de maintenir le milieu dans un état invariable. Or, ce mode d'expérimentation est le moins rationnel. En effet, la vie est bien moins compatible avec l'altération des organes qu'avec celle du système ambiant; et, de plus, le consensus des différents organes entre eux est plus intime que leur harmonie avec le milieu. Sous l'un et l'autre aspect, on ne saurait imaginer, en ce genre, d'expériences moins susceptibles d'un vrai succès scientifique que celles de vivisection. La mort souvent rapide et le trouble de l'économie organique les rendent, en général, impropres à fournir une solution positive. Je fais d'ailleurs abstraction des motifs qui, au point de vue social, doivent faire réprouver une pareille légèreté, qui laisse contracter à la jeunesse des habitudes de cruauté, aussi funestes à son développement moral qu'inutiles à son développement intellectuel.



La seconde classe d'expériences physiologiques, dans lesquelles on modifie seulement le système des circonstances extérieures, me paraît mieux appropriée à la nature des phénomènes vitaux. On est alors beaucoup plus maître de circonscrire exactement la perturbation factice, dont il s'agit d'apprécier l'influence physiologique, et qui porte sur un système susceptible d'une plus complète connaissance. En même temps, son action sur l'organisme peut être ménagée de manière que le trouble général de l'économie vienne moins altérer l'observation de l'effet principal. Enfin, une expérimentation de ce genre comporte une suspension volontaire, qui permet de rétablir l'état normal, si favorable à la rationalité des inductions, en rendant le parallèle plus direct et plus par fait.

Dans l'application de la méthode expérimentale aux divers organismes, la nature des difficultés change plus que leur intensité : plus l'organisme est élevé, plus il est artificiellement modifiable. A ce point de vue, le champ de l'expérimentation physiologique acquiert une extension croissante, à mesure qu'on remonte la hiérarchie biologique. Mais, d'un autre côté, la difficulté d'une rationnelle institution des expériences augmente proportionnellement, en sorte que la facilité d'expérimenter est plus que compensée par l'embarras qu'on éprouve à le faire avec succès. Au contraire, les organismes inférieurs présentent des conditions plus favorables, quoiqu'on soit plus restreint, surtout à l'égard des circonstances extérieures, dont les variations admissibles sont plus limitées. D'ailleurs, comme on s'éloigne davantage du type humain, le jugement est rendu plus incertain, surtout en ce qui concerne la vie animale. Néanmoins, l'expérimentation est plus convenable dans ce dernier cas, qui est plus rapproché de

la constitution scientifique propre à la physique inorganique, à laquelle l'art des expériences est essentiellement destiné.

Il faut, pour que cette question soit envisagée dans son ensemble, indiquer l'exploration pathologique comme offrant à la biologie l'équivalent de l'expérimentation proprement dite.

Autant la nature des phénomènes physiologiques se refuse, en général, à l'expérimentation purement artificielle, autant elle comporte l'usage le plus étendu et le plus heureux de cette expérimentation spontanée, qui résulte d'une judicieuse comparaison entre les divers états anormaux de l'organisme et son état normal : c'est ce qu'on peut aisément établir.

Quelle est, en réalité, la propriété essentielle de toute expérience directe? C'est d'altérer l'état naturel de l'organisme, de façon à présenter, sous un aspect plus évident, l'influence propre à chacune des conditions de ses différents phénomènes. Or, ce même but n'est-il pas atteint, d'une manière plus satisfaisante et aussi étendue, par l'observation des maladies, considérées au simple point de vue scientifique? Suivant le principe de la pathologie positive, dû au génie de Broussais, l'état pathologique ne diffère pas radicalement de l'état physiologique. Il ne constitue qu'un simple prolongement des limites de variations, soit supérieures, soit inférieures, propres à chaque phénomène de l'organisme normal. Il ne peut jamais produire de phénomènes vraiment nouveaux, n'ayant pas, à un certain degré, leurs analogies purement physiologiques. La notion exacte de l'état physiologique doit donc fournir le point de départ de toute théorie pathologique; et réciproquement, l'examen des phénomènes pathologiques est propre à perfectionner les études relatives à l'état normal.

Une expérience faite sur un corps vivant n'est pas autre chose qu'une maladie plus ou moins violente, brusquement produite par une intervention artificielle. Or, l'invasion successive d'une maladie, le passage lent et graduel d'un état presque entièrement normal à un état pathologique pleinement caractérisé offre de précieux documents aux biologistes. Il en est ainsi du phénomène réciproque, qui présente une sorte de vérification de l'analyse primitive. D'ailleurs ce mode d'exploration est applicable, non seulement à l'homme, mais encore aux animaux, et même aux végétaux, qu'on a trop longtemps négligés. Il est fort honorable pour l'homme d'être ainsi parvenu à faire tourner au profit de son instruction l'étude des nombreux dérangements qu'entraîne malheureusement la perfection de son organisme. Il est vraiment déplorable que la constitution des grands établissements médicaux laisse une telle source d'instruction presque entièrement stérile, faute d'observations suffisamment complètes et d'observateurs convenablement préparés.

L'exploration pathologique doit être assujettie à la distinction précédemment établie. En effet, les perturbations peuvent provenir de dérangements spontanés de l'organisme, ou de troubles produits dans le système extérieur des conditions d'existence. Les maladies amenées par l'altération du milieu conviennent mieux à l'analyse biologique. Les causes en doivent être d'ordinaire mieux circonscrites et plus connues, la marche plus claire, et l'heureuse terminaison plus facile.

Le moyen général d'exploration biologique qui résulte de l'analyse des phénomènes pathologiques est plus applicable que l'expérimentation directe à l'ensemble de la série organique. Il est donc encore plus utile de l'étendre à tous les degrés de la hiérarchie biologique, lors même

qu'on n'aurait pour but qu'une plus exacte connaissance de l'homme, dont les maladies peuvent être éclairées, d'une manière souvent très heureuse, par l'analyse des dérangements de tous les autres organismes, y compris l'organisme végétal.

Non seulement cette analyse est applicable à tous les organismes, mais encore elle peut embrasser les divers phénomènes du même organisme, ce qui constitue un dernier motif de supériorité. Le mode direct d'expérimentation est, en effet, trop perturbateur et trop brusque pour pouvoir être appliqué avec succès à l'étude des phénomènes qui exigent la plus délicate harmonie d'un système de conditions très variées. J'ai principalement en vue les phénomènes intellectuels et moraux, dont l'étude est si importante et si difficile, et qui ne sauraient être le sujet d'aucune expérimentation un peu énergique L'observation des nombreuses maladies du système nerveux offre un moyen de perfectionner la connaissance de leurs lois; mais l'inaptitude de la plupart des explorateurs n'a pas encore permis d'utiliser beaucoup cette ressource.

On doit ajouter, comme un appendice aux moyens que la biologie peut emprunter à l'analyse pathologique, l'examen des cas de monstruosité. Ces anomalies organiques ont été longtemps le sujet d'une aveugle et stérile curiosité. Mais, depuis que la science tend à les ramener aux lois de l'organisme régulier, leur étude a commencé à devenir un complément du procédé pathologique: de telles exceptions y sont considérées comme de vraies maladies dans l'origine est plus ancienne et moins connue, et la nature plus incurable. A cela près, le moyen tératologique est applicable, comme le moyen pathologique, soit à l'ensemble des

organismes, soit aux divers aspects de chaque organisme, animal ou végétal.

Quel que soit le mode d'expérimentation direct ou indirect, artificiel ou naturel, qu'on emploie dans une étude biologique, on devra remplir les deux conditions suivantes : 1° avoir en vue un but nettement déterminé, c'est-à-dire tendre à éclaircir tel phénomène organique, sous tel aspect spécial; 2° connaître, le plus complètement possible, le véritable état normal de l'organisme correspondant, et les limites de variation dont il est susceptible. Sans la première condition, le caractère du travail serait vague et incertain; sans la seconde, l'institution des expériences n'aurait aucune direction, et leur interprétation, aucune base solide.

Il me reste à considérer la dernière méthode, propre à l'exploration biologique, celle qui s'adapte le mieux à l'étude des corps vivants, qui lui fournit sa source logique, et dont elle doit, plus que toute autre, déterminer le progrès. Il s'agit de la méthode comparative.

Les conditions sur lesquelles doit reposer l'application d'un tel mode d'exploration consistent dans le concours de l'unité du sujet principal avec la grande diversité de ses modifications. Sans la première condition, la comparaison n'aurait aucune base solide; sans la seconde, elle manquerait d'étendue et de fécondité; par leur réunion, elle devient à la fois possible et convenable. Or, d'après la définition de la vie, ces deux caractères sont réalisés dans l'étude des phénomènes biologiques.

Toute la science biologique dérive de la correspondance entre les idées d'organisation et les idées de vie. L'unité du sujet ne saurait donc être plus parfaite, et la variété presque indéfinie de ses modifications, soit statiques, soit dynamiques, n'a pas besoin d'être cons-

tatée. Au point de vue anatomique, tous les organismes, ainsi que toutes leurs parties, présentent un fonds commun de structure et de composition, d'où procèdent successivement les diverses organisations des tissus, des organes et des appareils de plus en plus compliqués. De même, sous l'aspect physiologique, tous les êtres vivants, depuis le végétal jusqu'à l'homme, considérés dans tous les actes et à toutes les époques de leur existence, sont doués d'une vitalité commune, fondement des innombrables phénomènes qui les caractérisent graduellement. L'une et l'autre de ces deux faces du sujet montrent que la similitude, propre aux différents cas, est plus importante que les particularités qui les distinguent. C'est sur cette notion que repose la rationalité de la méthode comparative, appliquée à la biologie.

Au premier aspect, l'obligation imposée à cette science d'embrasser dans son immensité l'ensemble de tous les cas organiques et vitaux, paraît devoir accabler l'intelligence d'insurmontables difficultés. Ce sentiment a dû longtemps retarder le développement de la philosophie biologique. Néanmoins, une telle extension du sujet, loin de constituer, pour la science, un véritable obstacle, devient, au contraire, son plus puissant moyen de perfectionnement, par la lumineuse comparaison qui en résulte. Bornée à la seule considération de l'homme, la biologie ne pouvait faire aucun progrès, même purement anatomique, si ce n'est par rapport à cette anatomie descriptive et superficielle, uniquement applicable à l'art chirurgical. Car, en procédant ainsi, elle abordait la solution du problème le plus difficile par l'examen isolé du cas le plus compliqué. Sans doute, ce point de départ était inévitable et indispensable pour constituer l'unité de la biologie. Le type humain ne pouvait pas être arbitrairement choisi ; il n'a pas été pré-

féré comme étant le mieux connu et le plus intéressant; mais c'est parce qu'il offre le résumé le plus complet de tous les autres cas, dont il permet dès lors de concevoir une coordination rationnelle. Une première analyse de l'homme, à l'état adulte et au degré normal, sert à former la grande unité scientifique, suivant laquelle s'ordonnent les termes successifs de la série biologique. Mais la science de l'homme resterait à l'état d'ébauche, si, après une telle opération préliminaire, on ne reprenait pas l'ensemble de cette étude, en comparant, sous tous les aspects possibles, le terme primordial à tous les autres.

Distinguons maintenant les divers aspects généraux sous lesquels doit être poursuivie la comparaison biologique. Ce sont les suivants : 1° comparaison entre les diverses parties de chaque organisme déterminé ; 2° entre les sexes ; 3° entre les diverses phases que présente l'ensemble du développement ; 4° entre les différentes races ou variétés de chaque espèce ; 5° enfin, et au plus haut degré, comparaison entre tous les organismes de la hiérarchie biologique. Il est, d'ailleurs, sous-entendu que l'organisme sera toujours considéré à l'état normal. Quand les lois relatives à cet état auront été établies, on pourra passer à la pathologie comparée, soit statique, soit dynamique.

Il est important de ne pas multiplier les motifs généraux de comparaison. Autrement, on aurait pu comprendre, parmi les précédents, l'examen des différences que présente chaque partie ou chaque acte organique suivant les circonstances extérieures normales, sous l'influence desquelles l'organisme est placé ; ce qui embrasse à la fois les considérations de climat et de régime. Mais leur entier développement appartient à l'histoire naturelle ; leur ébauche seule convient à la biologie, et forme le com-

plément de l'observation directe; car la méthode comparative doit toujours reposer sur une modification de l'organisme, et non pas du milieu. On pourrait aussi distinguer la comparaison entre les divers tempéraments mais elle a trop peu d'importance, si ce n'est dans l'espèce humaine pour exiger une mention distincte. Parvenue à son maximum d'influence, elle est implicitement comprise dans la considération des races proprement dites, qui ne paraissent être, suivant la judicieuse théorie de de Blainville, que des tempéraments poussés jusqu'à l'extrême limite des variations normales, dont l'organisme correspondant était susceptible, et qui sont rendus plus persistants par l'influence continue d'un milieu fixe et plus prononcé, agissant, pendant une longue suite de générations, sur une espèce, primitivement homogène.

Quel qu'en soit le mode d'application, la méthode comparative consiste à concevoir tous les cas envisagés, comme analogues au point de vue considéré, et à représenter leurs différences comme de simples modifications, déterminées, dans un type abstrait, par l'ensemble des caractères propres à l'organisme ou à l'être correspondant. Les différences secondaires sont ainsi rattachées aux principales, d'après des lois uniformes, qui doivent constituer la philosophie biologique, soit statique, soit dynamique. Si la question est anatomique, on regarde, à partir de l'homme adulte et normal pris pour unité, toutes les autres organisations comme des simplifications successives, par voie de dégradation continue, de ce type primordial, dont les dispositions essentielles doivent se retrouver dans les cas, même les plus éloignés, qui les montrent dégagées de toute complication accessoire. De même, en traitant un problème physiologique, on cherche

surtout à saisir l'identité du phénomène qui caractérise la fonction proposée, à travers les modifications graduelles que présente la série entière des cas comparés, jusqu'à ce que les plus simples d'entre eux aient enfin réalisé, autant que possible, l'isolement, d'abord abstrait, d'un tel phénomène. La notion essentielle, ainsi fixée, peut être revêtue successivement, en sens inverse, des diverses attributions secondaires qui la compliquaient primitivement. La *théorie des analogues*, que quelques naturalistes contemporains ont présentée comme une innovation, ne constitue que le principe de la méthode comparative elle-même.

Parmi les motifs essentiels de comparaison biologique précédemment énumérés, les seuls qui présentent un caractère assez tranché, pour qu'on doive les examiner ici, sont : la comparaison entre les diverses parties d'un même organisme ; celle des différentes phases de chaque développement, et surtout celle de tous les termes distincts de la hiérarchie des corps vivants. Il convient d'apprécier la valeur philosophique de chacun de ces trois modes principaux.

La méthode a dû commencer à s'introduire par le premier. En se bornant même à l'homme, on est frappé de la similitude que présentent, à tant d'égards, ses diverses parties, soit dans leur structure, soit dans leurs fonctions, malgré leurs grandes différences. D'abord, tous les tissus, tous les appareils, en tant qu'organisés et vivants, offrent, d'une manière homogène, ces caractères inhérents aux idées mêmes d'organisation et de vie, auxquelles sont réduits les derniers organismes. Mais, en outre, l'analogie des organes devient de plus en plus prononcée, à mesure que celle des fonctions l'est davantage. Malgré l'extension de la méthode, les biologistes n'ont pas renoncé à employer ce mode originaire de l'art comparatif. C'est ainsi

que Bichat, par la seule considération de l'homme adulte, a découvert l'analogie qui existe entre le système muqueux et le système cutané. De même, on ne saurait douter que l'assimilation, établie par de Blainville, entre le crâne et les autres éléments de la colonne vertébrale, ne pût être suffisamment indiquée par la simple analyse rationnelle de l'organisme humain.

Le second mode général de l'art comparatif, qui consiste dans le rapprochement des divers états par lesquels passe successivement chaque corps vivant, depuis sa première origine jusqu'à son entière destruction, présente un nouvel ordre de ressources.

Il permet d'envisager d'un seul aspect l'ensemble sommaire et rapide de la série des organismes les plus tranchés. Car on conçoit que l'état primitif de l'organisme, même le plus élevé, doive représenter, au point de vue anatomique ou physiologique, les caractères essentiels de l'état complet, propre à l'organisme le plus inférieur, et ainsi successivement. C'est évidemment dans l'espèce humaine, et dans le sexe mâle, que cette analyse a le plus de valeur, puisque l'intervalle entre l'origine et le maximum du développement est alors aussi prononcé qu'on peut le concevoir, tous les organismes ayant à peu près le même point de départ. Malheureusement, l'extrême difficulté d'explorer l'organisation et la vie intra-utérines, qui sont, néanmoins, à ce point de vue, les plus importantes à analyser, entrave la principale application de ce précieux moyen, qui offre surtout une ressource capitale pour la période ascendante de la vie. La période opposée, qui n'est qu'une mort graduelle, présente, à cet égard, peu d'intérêt.

La méthode comparative tire son plus grand développement et son principal caractère philosophique de l'im-

mense parallèle institué entre tous les termes de la série organique, qui constitue son troisième mode général d'exploration.

Chacun doit sentir, d'après l'ensemble des considérations précédentes, qu'il n'y a pas de structure, ni de fonction, dont l'analyse ne puisse être perfectionnée par l'examen judicieux de ce que tous les organismes offrent à cet égard de commun, et de la simplification continue qui fait graduellement disparaître les caractères accessoires, à mesure qu'on descend la hiérarchie biologique, jusqu'à ce qu'on soit parvenu au terme où subsiste seul l'attribut essentiel du sujet proposé. C'est de ce point que la pensée peut procéder, en sens inverse, à la reconstruction successive de l'organe ou de l'acte dans toute sa complication, d'abord inextricable Une telle méthode me paraît offrir, en biologie, un caractère philosophique semblable à celui de l'analyse mathématique, appliquée aux questions de son véritable ressort, où elle présente la propriété de mettre en évidence, dans chaque suite indéfinie de cas analogues, la partie, réellement commune à tous, et qui, avant cette généralisation abstraite, était enveloppée sous les spécialités secondaires de chaque cas isolé.

La méthode comparative a été peu adaptée jusqu'ici aux problèmes physiologiques, où elle est encore plus nécessaire, et tout aussi applicable, sauf une difficulté supérieure. Pour en réaliser les propriétés, il faut lui donner toute l'extension dont elle est susceptible, en assujettissant aux comparaisons, non seulement tous les cas de l'organisme animal, mais, en outre, l'organisme végétal lui-même. Plusieurs phénomènes ne sauraient être autrement analysés, par exemple, ceux de la vie organique, même chez l'homme. L'organisme végétal est propre à leur étude

rationnelle, non seulement parce qu'on peut les y observer seuls, et réduits à leur partie strictement élémentaire, mais encore parce qu'ils y sont nécessairement plus prononcés; car c'est dans le grand acte de l'assimilation végétale que la matière brute passe réellement à l'état organisé. Les transformations ultérieures, qu'elle éprouve de la part de l'organisme animal, sont bien moins tranchées. Ainsi l'organisme végétal est le plus propre à dévoiler les lois élémentaires de la nutrition.

La méthode comparative est applicable à tous les organes et à tous les actes; mais ses ressources sont inégales, puisque sa valeur scientifique diminue, pour les organismes supérieurs, à mesure qu'il s'agit d'appareils et de fonctions d'un ordre plus élevé, dont on trouve la persistance moins prolongée, en descendant l'échelle biologique. Tel est surtout le cas des fonctions intellectuelles et morales, qui, après l'homme, deviennent à peine reconnaissables, dès qu'on a dépassé les premières classes de mammifères. C'est une imperfection de la méthode comparative, d'être ainsi moins applicable, au moment où l'application et l'importance des phénomènes exigeraient de plus grandes ressources. Mais il ne faut pas méconnaître les lumières que peut répandre, sur l'analyse de l'homme moral, l'étude intellectuelle et affective des animaux supérieurs, bien que cette comparaison, d'ailleurs très difficile, n'ait pas encore été instituée pour fournir d'importantes indications. De plus, à ce point de vue, la méthode comparative retrouve, dans l'analyse des âges, l'équivalent partiel des diminutions qu'elle éprouve dans la hiérarchie biologique.

Il faut maintenant passer à l'examen de la position encyclopédique de la biologie, c'est-à-dire à l'examen de l'ensemble de ses relations de méthode et de doctrine avec

les sciences qui la précèdent, et avec celle qui doit la suivre. C'est ici le lieu de justifier le rang assigné à la biologie, entre la chimie et la sociologie.

La nécessité de fonder, sur l'ensemble de la biologie, le point de départ de la sociologie est évidente. Il n'y a plus que les philosophes métaphysiciens qui puissent persister à classer la théorie de l'esprit humain et de la société comme antérieure à l'étude anatomique et physiologique de l'homme individuel.

Nous avons reconnu que la subordination de la philosophie organique à la philosophie inorganique constitue le premier caractère de l'étude positive des corps vivants. Il nous reste à examiner successivement la relation plus spéciale de la biologie avec chacune des sciences antérieures, dont la priorité collective demeure incontestable.

C'est à la chimie que la biologie se subordonne de la manière la plus directe et la plus complète. Après l'analyse du phénomène de la vie, il est devenu irrécusable que les actes, dont la succession caractérise un tel état, sont nécessairement chimiques, puisqu'ils consistent en une suite de compositions et de décompositions. De Blainville a judicieusement remarqué que, au moment précis où s'opère une combinaison chimique, il se passe réellement quelque chose d'analogue à la vie, sans aucune autre diffréence que l'instantanéité d'un semblable phénomène. Dans tout organisme en rapport avec un milieu convenable, ce phénomène est constamment renouvelé par la lutte régulière et permanente qui existe entre le mouvement de décomposition et celui de composition d'où résultent le maintien et le développement de l'état organique, en même temps que l'impossibilité d'un entier accomplissement do l'acte chimique. Des attributs

aussi caractéristiques séparent, même dans les plus imparfaits organismes, les réactions vitales des effets chimiques; néanmoins, toutes les fonctions de la vie organique sont dominées par les lois de la chimie. Si l'on conçoit, à tous les degrés de l'échelle biologique, l'isolement de la vie organique à l'égard de la vie animale, que les végétaux seuls réalisent entièrement, le mouvement vital ne présente plus à l'intelligence que des idées purement chimiques, sauf les circonstances particulières à un tel genre de réactions moléculaires. Or les différences consistent en ce que le résultat de chaque conflit chimique, au lieu de dépendre de la simple composition médiate ou immédiate des corps entre lesquels il a lieu, est plus ou moins modifié par leur organisation, c'est-à-dire par leur structure anatomique. Ces modifications peuvent être telles, qu'en supposant, même une connaissance parfaite des lois de la chimie, leur application ne suffirait pas pour déterminer *à priori* l'issue de chaque réaction vitale, sans une étude directe de l'organisme vivant. Mais, malgré cette insuffisance, il serait absurde de regarder les actes de la vie organique comme soustraits à l'empire des lois chimiques, en confondant une simple modification avec une infraction véritable, ainsi que l'ont fait quelques physiologistes modernes, égarés par la métaphysique. La chimie seule peut fournir le point de départ de la théorie de la nutrition, des sécrétions et de toutes les grandes fonctions de la vie végétative. Si, maintenant, nous rétablissons la considération, un instant écartée, de la vie animale, nous voyons qu'elle ne saurait altérer cette subordination, bien qu'elle en complique l'application effective. Car la vie animale ne doit jamais être regardée, même pour l'homme, que comme destinée à étendre et à perfectionner la vie organique, dont elle ne peut changer la nature générale.

Cette influence modifie de nouveau les lois chimiques, de manière à rendre l'effet réel encore plus difficile à prévoir. Mais ces lois n'en continuent pas moins à diminuer l'ensemble du phénomène. Ainsi le simple changement du mode et du degré d'innervation suffit, dans un organisme supérieur, pour troubler l'énergie et même la nature d'une sécrétion donnée. On ne peut pas, néanmoins, concevoir que cette altération devienne quelconque. Les limites résultent de ce que de semblables modifications restent toujours, malgré leur irrégularité apparente, soumises aux lois chimiques du phénomène organique, qui, tout en permettant certaines variations, en interdisent un plus grand nombre. La complication produite par la vie animale ne saurait donc empêcher la subordination de l'ensemble des fonctions organiques au système des lois qui régissent les phénomènes de composition et de décomposition. L'usage de ces lois devient seulement plus difficile et moins propre à fournir d'exactes indications, parce qu'il faut considérer, outre le simple organisme, la nouvelle source continue de modifications qui résulte de l'action nerveuse. Cette relation est si importante que, sans elle, on ne pourrait concevoir, en biologie, aucune théorie scientifique, puisque les phénomènes les plus importants y seraient regardés comme susceptibles de variations arbitraires, ne comportant aucune loi.

La chimie peut, en outre, fournir à la biologie de précieuses ressources, au point de vue de la méthode. La nature moins complexe des phénomènes chimiques y rend l'observation et surtout l'expérimentation plus parfaites. Leur étude philosophique peut contribuer utilement à l'éducation préliminaire des biologistes, en ce qui concerne l'art d'observer et l'art d'expérimenter. Les phénomènes plus simples de la physique et de l'astronomie con-

viennent mieux, sans doute, à une telle destination. Mais les phénomènes chimiques, en vertu de leur moindre dissemblance, offrent des modèles, sinon aussi parfaits, du moins plus frappants et plus directement applicables. Quant aux facultés purement rationnelles, ce n'est pas par la chimie, dont l'état logique est si peu satisfaisant, que les biologistes doivent les cultiver préalablement. Néanmoins, la chimie possède la propriété de développer, plus que toute autre science, l'art des nomenclatures. C'est donc là que les biologistes doivent étudier cette partie de la méthode positive, dont leur science peut comporter une heureuse application. Une imitation de la nomenclature chimique a dirigé les utiles tentatives de Chaussier et de plusieurs autres biologistes pour assujettir à des dénominations systématiques les dispositions anatomiques les plus simples, certains états pathologiques bien définis, et les degrés les plus généraux de la hiérarchie animale.

La relation de la biologie avec la chimie subordonne également la première science à la physique, base de toute chimie. Mais il existe, à l'égard de la doctrine et de la méthode, une dépendance plus directe.

Au point de vue de la doctrine, on ne peut analyser aucun phénomène physiologique, sans appliquer les lois d'une ou de plusieurs branches de la physique, dont toutes les notions doivent être ainsi successivement employées par les biologistes, qui remplissent les conditions préliminaires de leurs travaux. Cette application est indispensable pour qu'on puisse apprécier la constitution du milieu sous l'influence duquel l'organisme accomplit ses phénomènes vitaux. Mais, de plus, l'organisme lui-même ne cesse pas d'être soumis aux lois des phénomènes de la pesanteur, de la chaleur, de l'électricité, etc. On peut remarquer,



à ce sujet, que l'étude de la vie organique fournit le principal motif de la subordination de la biologie à la chimie. C'est, au contraire, par l'étude de la vie animale que s'établit la relation de la biologie avec la physique. Cette règle est surtout évidente pour la théorie physiologique des sensations les plus élevées, la vision et l'audition, dont une application approfondie de l'optique et de l'acoustique doit nécessairement établir le point de départ. Cette remarque se vérifie aussi dans la théorie de la phonation, dans l'étude des lois de la chaleur animale, et dans l'analyse des propriétés électriques de l'organisme.

Toutefois, les biologistes qui ont le plus senti la relation de leur science avec la physique n'ont pas su séparer les notions positives des conceptions métaphysiques. En un mot, ils ont accepté tout ce que les physiciens leur présentaient. Cette confiance offre ici les mêmes inconvénients que le respect aveugle que j'ai reproché ailleurs aux physiciens, à l'égard des géomètres. Si les sciences les plus générales sont indépendantes de celles qui le sont moins, il en résulte que les savants qui cultivent les premières sont impropres à diriger leur application aux secondes. Tout instrument, matériel ou immatériel, ne doit jamais être dirigé par ceux qui l'ont construit, mais plutôt par ceux qui doivent l'employer. Les biologistes sont donc seuls compétents pour appliquer avec succès les théories physiques à la solution des problèmes physiologiques ; ce qui exige de leur part une éducation préliminaire plus forte, qui leur permette de s'appuyer sur les autres sciences fondamentales.

On ne doit pas s'étonner que l'application de la physique à la physiologie ait fourni si peu de résultats. Les hypothèses des physiciens sur les fluides électriques, em-

brassées plus aveuglément encore par les physiologistes, ont eu pour effet d'introduire, en biologie, la conception chimérique du fluide nerveux, qui nuit au progrès de la physiologie, et paraît même fournir un point d'appui aux absurdes hallucinations des adeptes du magnétisme animal.

En considérant, au point de vue de la méthode, la relation de la biologie à la physique, je ne puis pas proposer cette dernière science comme type de l'institution des hypothèses scientifiques. C'est à l'astronomie que les biologistes doivent, comme les physiciens eux-mêmes, aller emprunter cette partie de la méthode positive. Mais la physique est propre à fournir à la biologie les modèles les plus parfaits de l'observation proprement dite, et surtout de l'expérimentation.

Telles sont les relations, soit scientifiques, soit logiques, qui établissent la subordination de la biologie à la physique. Examinons maintenant les relations de la même science avec l'astronomie.

A l'égard de la doctrine, cette relation est plus importante qu'on ne le suppose. Il serait impossible d'établir une exacte analyse des effets de la pesanteur sur l'organisme, en isolant ce phénomène de celui de la gravitation céleste. Je regarderais même comme inexplicable le système des conditions d'existence des corps vivants, si l'on négligeait de prendre en considération les éléments astronomiques de notre planète.

Cette analyse exige une distinction entre l'état statique et l'état dynamique. Au premier point de vue, on ne peut nier l'influence de la masse terrestre, comparée à la masse solaire : il en résulte l'intensité de la pesanteur ; la forme de la terre, qui règle la direction de cette force ; l'équilibre et les oscillations régulières des fluides, dont sa

surface est couverte; sa distance au centre de notre monde, qui constitue un des éléments de sa température. Si l'on supposait une altération notable dans une de ces conditions, la vie en éprouverait aussitôt d'inévitables modifications. Mais c'est surtout au point de vue dynamique qu'on sent l'impossibilité d'établir la physiologie indépendamment de l'astronomie. Il y a tout lieu de penser que, dans chaque organisme, la durée de la vie est d'autant moins prolongée, que les phénomènes vitaux se succèdent avec plus de rapidité. Or, si la rotation de la terre s'accélérait notablement, il en serait de même du cours des principaux phénomènes physiologiques. Il en résulterait une diminution de la durée de la vie, qui doit être regardée comme dépendant de la durée du jour. La durée de l'année doit exercer une influence plus considérable. Si l'ellipse terrestre était aussi excentrique que celles des comètes, par exemple, les milieux éprouveraient des variations qui dépasseraient les limites entre lesquelles la vie peut subsister. La faible excentricité de l'ellipse terrestre constitue donc une des premières conditions indispensables à l'accomplissement des phénomènes biologiques. Les autres éléments astronomiques du mouvement annuel exercent aussi une influence, quoique moins importante. L'obliquité du plan de l'orbite est le principe de la division de la terre en climats.

L'esprit de cet ouvrage permet d'expliquer pourquoi l'astronomie est plus complètement liée à la biologie qu'à toute autre science intermédiaire. Cela tient à ce que ces deux sciences embrassent dans leur harmonie le système de toutes les conceptions fondamentales : à l'une, appartient le monde; à l'autre, l'homme. Ce sont les termes extrêmes, entre lesquels la pensée humaine sera toujours obligée de se mouvoir. Le monde d'abord, l'homme en-

suite : telle est la marche positive de l'intelligence ; car les lois du monde dominent celles de l'homme, et n'en sont pas modifiées. Entre ces deux pôles de la philosophie, viennent s'intercaler les lois physiques, comme une sorte de complément des lois astronomiques ; et les lois chimiques, comme le préliminaire immédiat des lois biologiques. Tel est l'indissoluble faisceau des diverses sciences.

L'esprit humain, dans son enfance théologique et dans son adolescence métaphysique, a conçu, d'une manière opposée, la relation nécessaire entre l'astronomie et la biologie. On trouve, néanmoins, au fond des absurdes chimères de l'influence physiologique des astres, le sentiment confus, mais énergique, d'une certaine liaison entre les phénomènes vitaux et les phénomènes célestes. Ce sentiment, comme toutes les inspirations primitives de l'intelligence, n'avait besoin que d'être rectifié par la philosophie positive.

L'étude de l'astronomie est peut-être encore plus nécessaire aux biologistes, au point de vue de la méthode, parce qu'elle fournit le plus parfait modèle de la manière de philosopher sur des phénomènes quelconques. Ce type est d'autant plus nécessaire, que la complication des phénomènes tend davantage à faire dégénérer les études scientifiques en recherches d'érudition, ou en dissertations métaphysiques. La comparaison d'une science si parfaite est seule propre à faire ressortir l'inanité du principe vital de Barthez, des forces vitales de Bichat, et de tant d'autres notions analogues, qui ne sont que de pures entités.

Enfin, c'est uniquement l'astronomie qui peut enseigner l'institution des hypothèses scientifiques. La biologie positive n'a pas encore osé faire un important usage de ce

puissant auxiliaire logique, ce qui retarde ses progrès. Néanmoins, par suite de sa complication supérieure, l'étude des corps vivants réclame, plus que toute autre science, l'emploi d'un tel moyen. En effet, il s'agit toujours, en biologie, de déterminer la fonction d'après l'organe, ou l'organe d'après la fonction. On pourra donc, pour accélérer les découvertes, construire directement, et sans scrupule, l'hypothèse la plus plausible sur la fonction inconnue d'un organe donné, ou sur l'organe caché de telle fonction évidente. Si l'hypothèse n'est pas vraie, elle n'en aura pas moins contribué au progrès de la science, en dirigeant les recherches vers un but déterminé. La seule condition indispensable, c'est que les hypothèses soient susceptibles d'une vérification.

Je ne vois jusqu'ici, dans l'étude des corps vivants, qu'un seul exemple de semblables hypothèses. Il est dû à un homme de génie. Quand Broussais, dans l'intention de localiser les fièvres essentielles, leur a imposé pour siège la membrane muqueuse du canal digestif, il a imprimé à la science pathologique la plus heureuse impulsion. Le vulgaire des médecins, incapable d'apprécier une telle propriété philosophique, s'est consumé en vaines critiques de détail. Mais l'histoire n'en recueillera pas moins ce premier exemple de l'introduction de l'art des hypothèses dans l'étude des corps vivants.

Nous devons examiner, d'une manière analogue, la subordination de la biologie à la science mathématique.

Il faut d'abord reconnaître la justesse de la réprobation prononcée par plusieurs biologistes, et surtout par Bichat, contre toute tentative d'application des théories mathématiques aux questions physiologiques.

Dès qu'on passe aux problèmes chimiques, toute application des mathématiques devient incompatible avec la

complication du sujet. Que sera-ce donc à l'égard des questions biologiques?

Quand même on supposerait connues les lois mathématiques des diverses actions élémentaires qui déterminent l'accomplissement des phénomènes vitaux, l'extrême diversité et la multiplicité inextricable de ces lois ne permettraient pas d'en poursuivre avec efficacité les combinaisons logiques. On le voit déjà, en astronomie, lorsqu'on veut considérer simultanément plus de deux ou trois influences essentielles. Mais, en outre, cette complication s'oppose à ce que les lois élémentaires puissent être mathématiquement dévoilées; car elles ne pourraient devenir accessibles que par l'analyse de leurs effets numériques. Or, les nombres relatifs aux phénomènes des corps vivants présentent des variations continuelles et irrégulières, ce qui offre aux géomètres un obstacle aussi insurmontable que si ces degrés étaient entièrement arbitraires. Nous ne savons pas instituer, en biologie, deux cas qui ne diffèrent qu'en un seul point. Que serait-ce donc si, à la conformité des conditions du phénomène, il fallait joindre l'identité de leurs degrés, exigée par toute appréciation mathématique?

A la vérité, l'esprit de calcul tend à s'introduire dans les questions médicales, par une voie moins directe, sous une forme plus spécieuse, et avec des prétentions plus modestes. Je veux parler de l'application de la statistique à la médecine, qui ne saurait aboutir qu'à faire dégénérer l'art médical, dès lors réduit à d'aveugles dénombrements. Une telle méthode, s'il est permis de lui accorder ce nom, ne serait réellement autre chose que l'empirisme absolu, déguisé sous de frivoles apparences mathématiques. Elle tendrait à faire disparaître toute médication rationnelle, et à faire essayer au hasard des procédés thérapeutiques

quelconques, sauf à noter, avec précision, les résultats numériques de leur application. Les variations de l'organisme sont plus prononcées dans l'état pathologique que dans l'état normal, en sorte que les cas sont encore moins similaires ; d'où résulte l'impossibilité de comparer deux modes curatifs d'après les seuls tableaux statistiques de leurs effets, abstraction faite de toute théorie médicale. Malgré l'imposant aspect des formes de l'exactitude, il serait difficile de concevoir, en thérapeutique, un jugement plus superficiel que celui qui reposerait sur la computation des cas funestes ou favorables. Une telle manière de procéder, d'où l'on ne devrait exclure aucune sorte de tentative, aurait les conséquences pratiques les plus pernicieuses. Il faut déplorer l'espèce d'encouragement dont les géomètres ont quelquefois honoré cette aberration, en faisant de vains efforts pour déterminer, d'après leur théorie des chances, le nombre de cas propres à légitimer chacune de ces indications statistiques.

L'abus de l'esprit de calcul a été nuisible au développement positif de la biologie ; mais les savants, que cette fâcheuse influence a conduits à méconnaître la prépondérance des mathématiques, n'en n'ont pas moins commis une grave erreur. La subordination de la biologie aux mathématiques existe d'abord indirectement, en raison des relations de la première science avec la physique et l'astronomie, puisque les biologistes ne sauraient entreprendre ces deux études, avant de s'être d'abord familiarisés avec celle des mathématiques. Mais, en outre, les notions de géométrie et de mécanique sont nécessaires pour comprendre la structure et le jeu d'un appareil aussi compliqué que l'organisme vivant, surtout dans les animaux. Ainsi, en écartant d'ailleurs comme chimérique toute idée d'évaluation, on ne saurait douter que les théo-

rèmes généraux de la statique et de la dynamique ne doivent se vérifier constamment dans le mécanisme des corps vivants. Dans ses divers modes de repos ou de mouvement, l'animal, même le plus élevé, se comporte comme tout autre appareil mécanique d'une complication analogue, sauf la différence du moteur, qui ne peut avoir aucune influence sur les lois de la combinaison des mouvements ou de la neutralisation des efforts. Quant à la géométrie, la mécanique ne saurait s'en passer; et, de plus, les spéculations anatomiques ou physiologiques exigent l'habitude de suivre des relations complexes de forme et de situation.

Cette subordination de la biologie devient encore plus évidente au point de vue logique, c'est-à-dire à l'égard de la méthode. En effet, les mathématiques sont l'origine de l'art du raisonnement positif. C'est donc à cette source que doivent remonter tous les savants pour se préparer aux études plus imparfaites, qui se rapportent à des sujets plus spéciaux, plus complexes et plus difficiles.

En examinant cette relation à un point de vue plus spécial, il est aisé de sentir que les principaux raisonnements biologiques exigent un genre d'habitudes intellectuelles que les spéculations mathématiques peuvent seules procurer. Je veux parler de cette aptitude à former et à poursuivre des abstractions, sans laquelle on ne saurait, en biologie, faire usage de la méthode comparative. En effet, pour suivre l'étude d'un organe ou d'une fonction, il est nécessaire d'en construire d'abord la notion abstraite, qui peut seule être le sujet de la comparaison, indépendamment de toutes les modifications particulières, attachées à chacune de ses réalisations. Cette opération ressemble beaucoup à celle que l'esprit effectue si facilement dans toutes les combinaisons mathématiques, dont l'habi-

tude est, à cet égard, la meilleure préparation. Ceux qui ne pourraient pas réussir dans une telle épreuve préliminaire devraient se reconnaître, par cela seul, impropres aux plus hautes recherches biologiques, et se borner à recueillir des matériaux, qui seraient ensuite élaborés par des intelligences mieux organisées. Ainsi, une saine éducation mathématique rendrait à la biologie ce double service d'essayer et de classer les esprits, aussi bien que de les préparer et de les diriger. L'élimination de ceux qui ne tendent qu'à encombrer la science de travaux sans but et sans caractère n'offrirait pas moins d'intérêt que l'éducation plus parfaite de ceux qui peuvent en bien remplir les conditions principales.

L'introduction de l'esprit mathématique pourrait encore contribuer, sous un autre aspect, au perfectionnement de la biologie. Il s'agit de l'usage systématique des fictions scientifiques. Dans la plupart des études mathématiques, on a souvent trouvé de grands avantages à imaginer une suite de cas purement hypothétiques, qui facilitent ou éclaircissent les recherches. Cet art diffère de celui des hypothèses proprement dites, avec lequel il a toujours été confondu. Dans ce dernier, la fiction ne porte que sur la solution du problème ; tandis que, dans l'autre, le problème lui-même est idéal, la solution en pouvant être d'ailleurs entièrement régulière. La fiction scientifique présente ici tous les caractères de l'imagination poétique ; elle est seulement, en général, plus difficile. La nature des recherches biologiques ne saurait comporter l'emploi de cet artifice au même degré que les mathématiques. Néanmoins, le caractère abstrait des hautes conceptions de la biologie comparative les rend susceptibles de ce perfectionnement, qui consisterait alors à intercaler, dans les organismes connus, certains organismes fictifs, imaginés

pour faciliter leur comparaison, en rendant la série biologique plus homogène et plus continue. L'étude positive des corps vivants est assez avancée, pour qu'on puisse concevoir directement le plan rationnel d'un organisme nouveau, satisfaisant à telles conditions données d'existence. Le rapprochement des cas réels avec quelques fictions heureusement imaginées compléterait et perfectionnerait les lois de l'anatomie et de la physiologie comparées, et servirait même à devancer quelquefois l'exploration immédiate. L'usage de cet artifice éclaircirait et simplifierait également le haut enseignement biologique.

Tels sont les principaux motifs de la subordination de la biologie aux mathématiques, indépendamment de leurs relations indirectes au moyen des sciences intermédiaires. On peut même remarquer que la mécanique s'applique surtout à la biologie, au point de vue scientifique; tandis que, au point de vue logique, la liaison s'opère par la géométrie.

Cet examen complet, bien que sommaire, ne peut laisser aucune incertitude sur le rang de la biologie dans la hiérarchie encyclopédique. Il en résulte l'appréciation du genre et du degré de perfection dont cette science est susceptible, et la détermination du plan de l'éducation préliminaire correspondante.

Si la perfection d'une science devait être mesurée par l'étendue et la variété de ses moyens d'investigation, aucune ne pourrait rivaliser avec la biologie; mais les ressources dont elle dispose ne peuvent compenser qu'imparfaitement l'accroissement des obstacles, suivant la règle philosophique que j'ai précédemment établie. L'imperfection relative de la biologie ne tient pas seulement à son passage plus récent à l'état positif; elle provient surtout de la complication supérieure de ses phénomènes. La biologie restera toujours inférieure aux différentes

branches de la philosophie inorganique, et même à la chimie, à l'égard de la coordination et de la prévision des phénomènes. L'ensemble des travaux biologiques constitue jusqu'à présent une vaste opération préliminaire. L'établissement direct des lois biologiques est encore prématuré; néanmoins, le peu de notions exactes qu'on possède suffit pour faire sentir que la science des corps vivants, eu égard à la complication de ses phénomènes, peut atteindre, beaucoup plus qu'on n'a coutume de le supposer, à leur coordination, et par suite à leur prévision, conformément au rang de cette science.

L'examen des relations de la biologie avec les autres sciences nous permet de fixer l'éducation préliminaire la plus convenable. Cette éducation consiste dans l'étude philosophique de l'ensemble des mathématiques, et ensuite successivement de l'astronomie, de la physique et enfin de la chimie. Malgré les difficultés de cette éducation, il ne faut pas oublier que le temps si déplorablement consumé aujourd'hui à d'inutiles études de mots, ou à de vaines spéculations métaphysiques, suffirait pour la réaliser chez les esprits fortement organisés, les seuls capables de cultiver une science aussi compliquée.

Il me reste à faire ressortir les propriétés philosophiques de la biologie, c'est-à-dire son influence sur le développement et sur l'émancipation de la raison humaine.

Au point de vue de la méthode, la biologie est destinée à développer l'art comparatif, et l'art de classer. Au sujet du premier, les explications précédentes suffisent; nous devons nous borner à l'indication sommaire du second.

La théorie des classifications, destinées à faciliter les souvenirs et à perfectionner les combinaisons scientifiques, est plus ou moins employée par les différentes sciences; mais aucune ne favorise, autant que la biologie, l'essor

de la théorie des classifications. Aucune n'en peut avoir le même besoin, non seulement en vertu de l'immense multiplicité des êtres distincts, et pourtant analogues, que les spéculations biologiques doivent embrasser, mais encore par la nécessité d'organiser entre eux une comparaison systématique. En second lieu, ces mêmes caractères tendent à provoquer et à faciliter les classifications. La multiplicité des êtres vivants et la diversité de leurs rapports permettent de saisir entre eux des analogies plus étendues et plus aisées à vérifier. Cette loi est tellement incontestable, que la classification des animaux est supérieure à celle des végétaux, surtout en vertu de la variété et de la complication plus grandes des organismes des premiers.

C'est donc à une telle source que tout philosophe devra puiser la connaissance de cet art capital, quelque application qu'il veuille en faire.

On peut assurer, sans exagération, que toute intelligence, qui est restée étrangère aux études biologiques n'a pu recevoir qu'une éducation imparfaite, puisqu'elle a laissé dans l'inaction plusieurs des facultés dont l'ensemble constitue le pouvoir positif de l'esprit humain. C'est ainsi que la méthode positive ne peut être connue que par l'examen de tous les éléments de la hiérarchie scientifique; car chacun possède la propriété de développer l'un des grands procédés logiques, dont la méthode est composée.

Examinons maintenant les mêmes propriétés au point de vue scientifique, c'est-à-dire au point de vue de la doctrine.

Appliquons la loi que nous avons établie précédemment, et qui consiste en ce que l'étude positive d'une science quelconque tend toujours à détruire les conceptions théologiques et métaphysiques, par deux moyens, com-

plémentaires l'un de l'autre, la prévision des phénomènes et la modification volontaire que l'homme exerce sur eux.

La complication de la biologie encore imparfaite permet peu de développer la faculté de prévision. Cependant cette science a aussi sa manière de témoigner son incompatibilité avec les fictions théologiques, et avec les entités métaphysiques. Ce témoignage résulte de l'analyse des conditions, soit organiques, soit extérieures, indispensables aux actes de l'existence des corps vivants. De telles recherches sont opposées aux conceptions théologiques ou métaphysiques, surtout à l'égard des phénomènes intellectuels et affectifs, dont la positivité est si récente, et qui sont enfin les seuls, avec les phénomènes sociaux qui en dérivent, au sujet desquels la lutte demeure encore engagée, pour le vulgaire des esprits, entre la philosophie positive et l'ancienne philosophie. Ces phénomènes sont, en effet, les plus compliqués, et, par conséquent, ceux dont l'accomplissement exige le concours du plus grand nombre de conditions. Leur étude positive fait donc mieux ressortir l'inanité des explications de l'ancienne philosophie. On ne peut s'empêcher d'être frappé des vains efforts des théologiens et des métaphysiciens, pour faire concorder le jeu illusoire des influences surnaturelles ou des entités psychologiques, dans la production des phénomènes moraux, avec l'étroite dépendance dans laquelle le milieu et l'organisme tiennent ces phénomènes, à mesure que cette dépendance est dévoilée ou signalée par les travaux des anatomistes et des physiologistes modernes.

Cette tendance des études anatomiques et physiologiques à rendre positives les conceptions les plus compliquées devient plus manifeste, quand on considère les phénomènes vitaux comme éminemment modifiables. Les conditions

plus nombreuses qu'ils exigent permettent, en effet, de les modifier bien plus que tous les autres. Or cette faculté de troubler de tels phénomènes, de les suspendre, et même de les détruire, devient tellement frappante qu'elle doit conduire à repousser toute idée d'une direction théologique ou métaphysique. Cette influence de la biologie est surtout prononcée à l'égard des phénomènes moraux. Le psychologue le plus obstiné ne saurait, sans doute, persister à soutenir l'indépendance de ses entités intellectuelles, si seulement il daignait s'apercevoir, par exemple, que la simple inversion momentanée de sa station verticale ordinaire suffit pour arrêter ses propres spéculations.

La biologie rachète donc ainsi l'imperfection de sa prévision. Cependant, dans quelques cas bien caractérisés, en voyant les événements biologiques s'accomplir conformément aux prévisions de la science, le bon sens du vulgaire ne peut s'empêcher de reconnaître que ces phénomènes sont, comme tous les autres, assujettis à des lois naturelles. La complication de ces lois est la seule cause des contradictions que peuvent essuyer, en d'autres occasions, les déterminations scientifiques.

Enfin la biologie, attaquant, comme les autres sciences, le dogme des causes finales, l'a graduellement transformé en ce principe des conditions d'existence, qui lui appartient plus spécialement.

A la vérité, la vicieuse éducation préliminaire de la plupart des biologistes actuels les conduit trop souvent à rapprocher mal à propos ce principe du dogme qu'il a remplacé. L'esprit de la science biologique doit faire penser que, par cela même que tel organe fait partie de tel être vivant, il concourt nécessairement à l'ensemble des actes qui composent son existence, ou, en d'autres

termes, qu'il n'y a pas plus d'organe sans fonction, que de fonction sans organe. Mais cette manière de voir dégénère souvent en une aveugle admiration, qui tend à comprimer l'essor des spéculations biologiques, et à émerveiller sur des complications évidemment nuisibles. Les philosophes qui ont le plus insisté à cet égard ont marché, à leur insu, contre le but religieux qu'ils s'étaient proposé, en assignant ainsi la sagesse humaine pour règle et même pour limite à la sagesse divine. Quoique notre imagination reste, en tout genre, circonscrite à la sphère de nos observations, le génie scientifique est assez développé, même en biologie, pour permettre de concevoir, d'après l'ensemble des lois biologiques, des organisations différentes de toutes celles que nous connaissons, et même supérieures, sans que ces améliorations soient compensées par des imperfections équivalentes. Cette faculté me paraît tellement irrécusable, que je n'ai pas hésité à proposer l'emploi, en biologie, d'un tel ordre de fictions, comme un véritable perfectionnement de méthode.

Pour terminer l'examen de la biologie, il ne nous reste plus qu'à jeter un coup d'œil sur la division et sur la coordination de ses diverses parties.

La positivité plus récente des études organiques conduit à maintenir entre elles une confusion vicieuse. Aussi, sommes-nous obligés de signaler une discussion philosophique, dont nous avons été dispensés à l'égard des autres sciences.

Suivant le principe de la seconde leçon, nous ne devons admettre au rang des sciences fondamentales que celles qui sont spéculatives et abstraites. J'ai déjà examiné les motifs qui doivent faire écarter de la biologie toute recherche relative à des applications immédiates, dans l'intérêt commun des études théoriques et des études pra-

tiques. Ici les études pratiques se rapportent à ces deux grands sujets : 1° *l'éducation* des êtres vivants, végétaux et animaux, c'est-à-dire la direction systématique de l'ensemble de leur développement pour un but déterminé; 2° leur *médication*, c'est-à-dire l'action rationnelle, exercée par l'homme, pour les ramener à l'état normal. Sans doute, ces deux études secondaires peuvent réagir sur la biologie : c'est surtout sensible à l'égard des effets thérapeutiques; mais la biologie n'en est pas moins indépendante de la thérapeutique ; car une mauvaise médication, convenablement analysée, est aussi propre qu'une bonne à l'éclaircissement des questions physiologiques, pourvu que les effets en aient été soigneusement observés. Cette remarque est également applicable aux observations relatives à l'art de l'éducation, que les physiologistes ne consultent pas assez. Ainsi, malgré ces relations, l'indépendance et l'isolement de la biologie spéculative n'en sont pas moins incontestables.

En second lieu, l'étude des phénomènes vitaux doit être assujettie, comme celle de tous les autres phénomènes, à la division scientifique de l'ensemble des recherches spéculatives en abstraites et en concrètes. Les premières seules sont fondamentales; les autres ne sont que secondaires, malgré leur importance. L'étude concrète de chaque organisme comprend deux branches principales : 1° son histoire naturelle, c'est-à-dire le tableau de l'ensemble de son existence ; 2° sa pathologie, c'est-à-dire l'examen des diverses altérations dont il est susceptible. Ces deux ordres de considérations sont étrangers au domaine de la biologie, qui doit toujours se borner à l'étude de l'état normal : l'analyse pathologique est un simple moyen d'exploration. De même, malgré les précieuses indications fournies par les observations d'histoire naturelle, la biologie

n'en doit pas moins décomposer l'étude statique ou dynamique de chaque organisme en celles de ses parties constituantes ; c'est seulement à ces parties que les lois biologiques peuvent s'appliquer immédiatement. Une telle décomposition est, au contraire, opposée à l'esprit de l'histoire naturelle, où l'être vivant est envisagé dans l'ensemble indivisible de ses conditions d'existence. Chacune des deux branches de la biologie concrète est plus spécialement en harmonie avec une des deux branches de l'art biologique : l'histoire naturelle, avec l'art de l'éducation ; la pathologie, avec l'art médical.

Considérons maintenant la principale distribution intérieure de la biologie.

Une telle division consiste à décomposer d'abord l'étude de l'organisme en statique et en dynamique, suivant qu'on recherche les lois de l'organisme ou celles de la vie. En second lieu, la première partie doit être subdivisée en deux autres, suivant qu'on étudie isolément la structure et la composition de chaque organisme particulier ; ou que l'on construit la grande hiérarchie biologique, qui résulte de la comparaison de tous les organismes connus. Ces deux branches ont été fort heureusement désignées, à l'égard des animaux, par de Blainville, sous les noms de *zootomie* et de *zootaxie*. On peut modifier ces noms pour les rendre communs aux animaux et aux végétaux. La biologie dynamique, que j'appellerai *bionomie*, ne comporte aucune subdivision analogue. Telles sont donc les trois branches de la science biologique : la biotomie, la biotaxie, et enfin la bionomie pure ou physiologie.

La seule définition de ces trois parties explique leur dépendance et leur coordination. Il serait inutile de démontrer que les études physiologiques supposent préalablement des notions anatomiques. Mais on comprend moins la

subordination de la bionomie à la biotaxie. Cependant la connaissance du rang de chaque être dans la hiérarchie biologique constitue le fondement de l'étude de ses phénomènes. D'ailleurs, l'emploi de cette hiérarchie est indispensable à la méthode comparative. Ainsi la double relation de la biologie dynamique à la biologie statique est irrécusable, sous quelque aspect qu'on l'envisage.

Quant aux deux parties de la biologie statique, leur distinction est encore moins tranchée, et, par suite, leur subordination moins sensible. Il faut même reconnaître, entre la biotomie et la biotaxie, une intime connexité. Néanmoins, on ne saurait hésiter à placer la théorie de l'organisation avant celle de la classification; car on ne peut classer que des organismes connus. D'ailleurs, pour trancher toute difficulté, il faut reconnaître qu'une première exposition du système des connaissances biologiques ne saurait être satisfaisante, si elle n'est pas conçue comme devant être complétée par une révision générale. On doit même appliquer cette règle à l'ensemble de la biologie. Les questions de priorité entre les parties d'un sujet unique n'ont pas l'importance exagérée qu'on y a souvent attachée. La nécessité d'une révision philosophique n'est pas particulière à la biologie ; elle y est seulement plus sensible, en vertu du consensus plus profond de ses diverses parties.

Quant à la distribution intérieure de chacune des trois branches de la biologie, nous pouvons la déduire du principe qui nous a toujours guidé : la dépendance mutuelle des diverses parties d'une science résulte de leur degré de généralité et d'abstraction. Ce principe conduit à placer la théorie, soit statique, soit dynamique, de la vie organique, avant celle de la vie animale. Car cette dernière, plus spéciale et plus compliquée, repose sur la pre-

mière, qui en est, au contraire, indépendante dans ses éléments essentiels. La même règle fait placer en dernier lieu les études dont le sujet devient plus spécial et plus compliqué, et qui, par cela même, dépendent des précédentes. La théorie des fonctions et des organes les plus élevés de l'homme termine naturellement la biologie.

On a souvent agité la question de savoir si, dans l'étude de chaque organe ou de chaque fonction, il convient de commencer par l'homme ou de suivre l'ordre inverse, qui offre l'avantage d'une complication croissante. On peut employer l'une ou l'autre méthode ; mais il faut établir une distinction entre l'étude de la vie organique et celle la vie animale. Pour les fonctions de la première, qui sont surtout chimiques, il est moins nécessaire de commencer par l'homme. Il est même avantageux de considérer d'abord l'organisme végétal, dans lequel ces fonctions, plus pures et plus prononcées, comportent une étude plus facile et plus complète. Mais toute recherche anatomique, ou physiologique, relative à la vie animale, serait obscure, si elle ne commençait pas par la considération de l'homme, seul être dans lequel ces phénomènes soient immédiatement intelligibles.

QUARANTE ET UNIÈME LEÇON

Sommaire. — Considérations philosophiques sur l'anatomie.

L'étude statique des corps vivants ne pouvait pas être philosophiquement constituée, tant qu'elle ne s'étendait pas à l'ensemble des organismes connus. Il fallait, en outre, la notion de la décomposition de l'organisme en ses divers tissus élémentaires.

L'analyse zoologique fournit le moyen le plus complet d'effectuer la séparation des tissus ; mais l'analyse pathologique offre une voie plus directe. Quand l'anatomie pathologique a été fondée par Morgagni, on n'a pas tardé à reconnaître que, dans les maladies les mieux caractérisées, aucun organe n'est jamais entièrement lésé. Par l'association, dans un seul organe, de tissus restés sains à des tissus déjà altérés, et par la considération des organes différents, affectés de maladies semblables, en vertu de la lésion d'un tissu commun, l'analyse des principaux éléments anatomiques était débauchée, et l'étude des tissus se présentait, dès lors, comme plus importante que celle des organes. J'ai jugé indispensable de caractériser la nécessité intellectuelle qui devait attribuer à l'analyse pathologique l'introduction d'un élément aussi essentiel. Ce fut, en effet, l'innovation de Pinel sur les maladies propres aux diverses membranes muqueuses, qui provoqua, dans le génie de Bichat, le développement de cette grande conception.

Le travail de Bichat a consisté à rattacher à l'état normal une notion déduite de l'état pathologique. Il a pensé que, si les divers tissus d'un même organe peuvent être isolément malades, et chacun à sa manière, cela seul doit indiquer que, dans l'état sain, ils offrent des modes d'existence distincts, dont la vie de l'organe est réellement composée.

Telle est l'origine de cette grande notion, qui me paraît destinée à compléter la conception de la hiérarchie organique.

La distinction encore dominante, chez la plupart des anatomistes, entre les différentes espèces d'anatomie au nombre de cinq ou six au moins, suffirait seule pour faire constater que les divers points de vue généraux de cette science ne sont pas coordonnés d'après leurs vraies relations.

Quelle peut être, en effet, la rationalité de l'anatomie comparée, même étendue à l'ensemble de la hiérarchie organique, lorsqu'on la réduit à la seule étude des appareils, sans lui donner pour base celle de leurs éléments anatomiques? On doit commencer l'anatomie par l'étude des tissus, pour analyser ensuite les lois de leurs combinaisons en organes, et considérer enfin le groupement de ces organes en appareils. Il n'y a point là plusieurs sortes d'anatomie, mais diverses phases d'un système unique. Les tissus ne peuvent être étudiés que d'une manière préliminaire; car ils n'ont qu'une existence abstraite. En un mot, pour découvrir les lois de la structure des corps vivants, il a été indispensable de décomposer l'organisme L'étude des tissus constitue le dernier terme de cette analyse, ébauchée, dès l'origine de la science, par la subdivision des appareils en organes.

L'application de la méthode comparative à l'analyse de tissus, dans l'ensemble de la série biologique, commence

enfin à être appréciée par tous les esprits supérieurs.

Malgré l'imperfection d'une combinaison si récente, on remarque déjà des progrès dans l'étude des éléments anatomiques, telle que Bichat l'avait créée. Ces modifications essentielles ont tendu à compléter le principe de philosophie anatomique, établi par Bichat, et même à le rectifier.

Le plus grand perfectionnement me paraît consister dans la distinction, introduite par de Blainville, entre les *éléments* anatomiques et les *produits* de l'organisme, que Bichat avait confondus, et que nous devons considérer d'une manière directe.

La vie, réduite à sa notion la plus simple et la plus générale, est caractérisée par le double mouvement continu d'absorption et d'exhalation, dû à l'action réciproque de l'organisme et du milieu ambiant. Tout corps doit donc présenter, dans sa structure et dans sa composition, deux ordres de principes très différents, les matières absorbées, à l'état d'assimilation; les matières exhalées, à l'état de séparation. Telle est la source de la distinction entre les éléments et les produits organiques. Les corps absorbés, quand ils ont été assimilés, constituent seuls les matériaux de l'organisme. Les substances exhalées, soit solides, soit fluides, après leur entière séparation sont devenues étrangères à l'organisme, où elles ne pourraient séjourner longtemps sans danger. Considérés à l'état solide, les éléments anatomiques se trouvent toujours en continuité de tissu avec l'ensemble de l'organisme; les éléments fluides, soit stagnants, soit circulants, reposent dans la profondeur même du tissu général, dont ils sont également inséparables. Les produits, au contraire, ne sont que déposés, pour un temps plus ou moins limité, à la surface extérieure ou intérieure de l'organisme, avec laquelle ils ne

sauraient contracter aucune continuité. Au point de vue dynamique, les différences ne sont pas moins caractéristiques. En effet, les éléments doivent être seuls envisagés comme vivants; seuls ils croissent ou décroissent par intussusception. Les produits, avant même d'être excrétés, sont déjà des substances mortes, qui ne croissent que par une juxtaposition inorganique ; leurs altérations chimiques ultérieures sont indépendantes de l'action vitale, et identiques à celles que ces substances pourraient éprouver, en dehors de l'organisme, sous de semblables influences moléculaires.

L'application de ce principe incontestable présente, dans certains cas, des difficultés, quand il s'agit de séparer les éléments des produits, qui se combinent anatomiquement pour concourir à une même fonction. Tous les produits ne sont pas, ainsi que la sueur, l'urine, les fèces, destinés à être expulsés, sans servir à l'économie organique. Plusieurs autres, tels que la salive, les sucs gastriques, la bile, exercent, comme substances extérieures, et en vertu de leur composition chimique, une action indispensable pour préparer, chez tous les êtres un peu élevés, l'assimilation des matériaux organiques. Ces corps rentrant en partie dans l'organisme, on est embarrassé pour fixer l'instant où ils cessent d'être de simples produits, et se transforment en éléments. Ainsi, le chyle, considéré dans l'intestin, n'est qu'un produit, tandis que, après son absorption, il se convertit en élément fluide, sans qu'on puisse assigner à quel moment il change de caractère. Mais ces incertitudes ne tiennent qu'à l'imperfection de l'analyse des phénomènes vitaux. Pour signaler toutes les difficultés, il faut remarquer que certains produits, surtout parmi les solides, sont unis à des éléments anatomiques, dans la structure de certains appareils qu'ils perfectionnent. Tels sont la plupart des

productions épidermiques, les poils, et surtout les dents. Cette notion forme une des bases de la théorie du *phanère*, créée par de Blainville. Mais, à ce point de vue, une dissection délicate et une analyse judicieuse de la fonction permettent de distinguer la partie organique de la partie inorganique. Toutefois, ces cas litigieux ont été faussement appréciés. C'est ainsi que Bichat a rangé les dents parmi les os, et qu'il a érigé en tissus, à la suite du tissu cutané, l'épiderme et les poils. Une telle confusion s'opposait à toute définition de l'idée de *tissu*, ou plutôt d'*élément anatomique*.

Ainsi, malgré ces difficultés, la distinction, établie par de Blainville entre les éléments et les produits, me paraît constituer le complément indispensable de l'idée de Bichat. Sans doute, l'étude des produits ne doit pas être négligée ; elle a, au contraire, une grande importance. Comment pourrait-on avoir une idée du phénomène de l'exhalation, si l'on ne comparait pas, avec la nature de l'organisme exhalant, celle du produit exhalé? D'ailleurs, tout produit, devant séjourner plus ou moins longtemps à la surface intérieure ou extérieure de l'organisme, exerce sur lui, comme corps étranger, une action qu'il faut analyser. Mais c'est surtout dans l'étude de la vie pathologique que la connaissance de toutes les classes de produits est indispensable. Qu'on les envisage comme résultats, ou comme modificateurs, ils fournissent les indices les plus précis des principales altérations organiques. Dans la notion statique de l'organisme, on devra donc classer l'étude des produits comme secondaire, à la suite de la théorie des éléments, et avant de procéder à la combinaison de ceux-ci en organes et en appareils

Un premier coup d'œil sur l'ensemble de la nature organique, depuis l'homme juqu'au végétal, montre clairement que tout corps vivant est formé d'une combinaison de so-

lides et de fluides. Le double mouvement de composition et de décomposition, qui caractérise la vie, ne saurait être conçu dans un système entièrement solide. D'un autre côté, une masse fluide ne peut comporter aucune organisation. Si les deux idées de vie et d'organisation n'étaient pas inséparables, on pourrait concevoir que la première appartient aux fluides; et la seconde, aux solides.

La controverse si agitée de la vitalité des fluides s'appuie sur une position vicieuse de la question, puisque la corrélation nécessaire entre les solides et les fluides exclut l'humorisme et le solidisme absolus. Les éléments fluides de l'organisme manifestent une vie aussi réelle que celle des solides. Mais les fluides, végétaux ou animaux, cessent de vivre, dès qu'ils se trouvent en dehors de l'organisme, comme, par exemple, le sang extrait des vaisseaux. La vitalité des fluides, envisagés isolément, constitue donc une question mal définie, et par suite interminable.

Toutefois, la vie des fluides étant hors de doute, on doit se proposer de déterminer, autant que possible, dans quels principes immédiats elle réside; car on ne saurait admettre que tous vivent indistinctement. Ainsi, le sang étant formé d'eau en majeure partie, il serait absurde de concevoir qu'un tel véhicule inerte participât à la vie de ce fluide. L'anatomie microscopique a placé le siège de la vie dans les globules, qui seraient seuls organisés et vivants. Cette solution n'est qu'une simple ébauche. Car les observations prouvent que ces globules se retrécissent de plus en plus, à mesure que le sang artériel passe dans un ordre inférieur de vaisseaux, c'est-à-dire en avançant vers le lieu de son incorporation aux tissus, et que, à l'instant précis de l'assimilation, il y a liquéfaction des globules. Or, cette condition est contradictoire à l'hypothèse, puisque le sang cesserait d'être vivant au moment où s'accomplit son plus

grand acte de vitalité. D'un autre côté, cette hypothèse n'a pas été soumise à une contre-épreuve indispensable. Elle consisterait à reconnaître l'existence des globules comme particulière aux fluides vivants, en opposition aux simples produits qui présentent des particules solides en suspension, si difficiles à distinguer des globules proprement dits.

L'anatomie des solides doit toujours précéder et préparer celle des fluides. Au point de vue physiologique, les fluides sont peut-être plus importants que les solides, pour la vie organique ou végétative. Mais, au point de vue anatomique, l'étude des solides est prépondérante, parce que c'est en eux que réside l'organisation bien caractérisée. En outre, l'anatomie des fluides, plus délicate et plus difficile, ne peut être entreprise qu'après que l'esprit et même les sens ont été convenablement préparés par l'anatomie des solides. Les obstacles caractéristiques que présente l'exploration anatomique des fluides résultent d'une sorte de cercle vicieux : il est impossible d'étudier ces fluides dans l'organisme même, et leur extraction est suivie d'une désorganisation presque immédiate. L'inspection anatomique étant impraticable, on ne peut employer que l'examen microscopique et l'exploration chimique ; or, l'un et l'autre procédé, et surtout le second, sont contrariés par une rapide désorganisation, d'où proviennent la plupart des erreurs des chimistes, à cet égard. Les mêmes raisons indiquent qu'il faut d'abord commencer par l'examen des éléments semi-liquides, tels que la graisse. On passe ensuite aux liquides, comme le sang, et enfin aux éléments à l'état de vapeur ou de gaz, dont l'admission, quoique incertaine, paraît indispensable.

Après avoir reconnu que l'anatomie des tissus est la base de toute anatomie, nous devons examiner le principe de la classification des tissus, d'après leur filiation anatomi-

que. Ce dernier perfectionnement, introduit dans la conception de Bichat sous l'influence de la méthode comparative, était indispensable pour circonscrire l'idée de tissu, et pour assigner à l'analyse anatomique ses véritables limites.

L'anatomie de l'homme est trop compliquée, pour qu'il soit possible de se former, exclusivement par elle, une juste idée de la constitution des tissus. L'étude des *diverses* phases de développement peut remplacer, à un certain degré, la comparaison des types de la hiérarchie biologique; mais cette ressource est insuffisante. Car les premières phases du développement humain sont trop peu distinctes et trop peu accessibles à l'observation directe et complète. Aussi, est-ce seulement depuis que l'anatomie des tissus est soumise à une étude comparative, dans l'ensemble de la série organique, qu'on commence à *établir* des notions justes sur l'organisation des corps vivants.

Par un premier examen anatomique de l'échelle biologique, on reconnaît que le tissu cellulaire forme *la trame* essentielle et primitive de tout organisme, puisqu'il est le seul qui se retrouve constamment, à tous les degrés. Les tissus, qui, chez l'homme, paraissent si multipliés et si distincts, perdent successivement leurs attributs, à mesure qu'on descend la série. Ils tendent de plus en plus à se fondre entièrement dans le tissu cellulaire, qui reste l'unique base de l'organisation végétale, et peut-être même du dernier mode de l'organisation animale. En remontant à l'état embryonnaire des organismes les plus élevés, on a lieu de croire que la même structure se retrouve. Cette organisation élémentaire est en harmonie avec le fond de la vie, réduite à sa simplification abstraite; car le tissu cellulaire est éminemment apte à cette absorption et à cette exhalation, dans lesquelles consistent les deux parties essentielles du phénomène vital. A l'origine inférieure

de la hiérarchie biologique, l'organisme vivant, placé dans un milieu invariable, se borne à absorber et à exhaler, par ses deux surfaces, entre lesquelles circulent ou plutôt oscillent les fluides destinés à l'assimilation, et ceux qui résultent de la désassimilation. Or, pour d'aussi simples fonctions, l'organisation celluleuse est suffisante. Telle est donc la base de l'organisme universel. Mais il est nécessaire de déterminer suivant quelles lois le tissu primitif se modifie peu à peu pour engendrer successivement tous les autres.

Ces modifications sont divisées en deux classes : les unes se bornent à la structure; les autres atteignent jusqu'à la composition.

Dans le premier ordre, la transformation la plus directe et la plus répandue donne naissance au tissu dermique, qui constitue le fond de l'enveloppe organique, soit extérieure, soit intérieure. La modification s'y réduit à une condensation plus ou moins prononcée, suivant que la surface doit être, comme à l'extérieur, plus exhalante qu'absorbante, ou en sens inverse, comme à l'intérieur. Pour apercevoir cette transformation, il faut s'élever déjà à un certain degré de l'échelle biologique. Chez les derniers animaux, il n'y a pas de différence d'organisation entre les deux parties de la surface, qui peuvent se suppléer mutuellement; et, si l'on descend un peu plus, on ne reconnaît aucune disposition anatomique qui distingue l'enveloppe de l'organisme, devenu dès lors uniformément celluleux.

Une condensation croissante du tissu générateur détermine, à un degré plus élevé de la série organique, les tissus fibreux, cartilagineux et osseux. Les différents degrés de la consolidation tiennent au dépôt, dans le réseau celluleux, d'une substance hétérogène, soit organique, soit inorga-

nique. Quand, au contraire, par une dernière condensation directe, le tissu devient plus compact, sans s'encroûter de matière étrangère, on passe à une nouvelle modification, où l'imperméabilité devient compatible avec la souplesse. Il s'agit du tissu séreux, ou plus exactement *kysteux*, qui est destiné à s'interposer entre les divers organes mobiles, ou à contenir des liquides, stagnants ou circulants.

Le second ordre de transformations du tissu primitif donne lieu aux deux sortes de tissus secondaires, qui distinguent le plus l'organisme animal : ce sont le tissu musculaire et le tissu nerveux. La modification consiste dans la combinaison du tissu fondamental avec un élément organique spécial, semi-solide, et éminemment vivant, qui, dans le premier cas, a reçu le nom de *fibrine*, et, dans le second, celui de *neurine*.

Ici, la transformation du tissu générateur est tellement profonde, qu'il est très difficile de la découvrir, dans les organismes supérieurs. Toutefois la suite des analogies, fournies par l'anatomie comparée, ne laisse aucun doute sur la réalité de cette constitution.

En examinant la principale subdivision du tissu musculaire et du tissu nerveux, on reproduit l'équivalent très perfectionné de la distinction ébauchée, à leur égard, par Bichat, lorsqu'il a distingué, pour l'un et pour l'autre, ce qui, chez l'homme, appartient à la vie animale, ou à la vie organique. A ce caractère doit être substitué celui de la situation générale, en rapport constant avec une modification, plus ou moins notable, mais toujours sensible, de la structure elle-même. L'analyse comparative démontre, en effet, que l'organisation du tissu devient d'autant plus spéciale et plus élevée, qu'il est situé plus profondément entre la surface intérieure et la surface extérieure de l'enveloppe animale. De là résulte la division

de chacun de ces systèmes en superficiel et en profond. Cette distinction est plus remarquable à l'égard du système nerveux, disposé, en premier lieu, sous forme de cordons, et ensuite sous celle de ganglions, avec ou sans appareil extérieur.

Je sortirais des limites de cet ouvrage, si j'indiquais suivant quelles lois de composition doit s'effectuer le passage rationnel de cette étude à celle des parenchymes, de celle-ci à la théorie des organes, et enfin à l'étude des appareils, dernier terme de la synthèse anatomique. Il me reste à considérer les limites que l'intelligence doit s'imposer dans le perfectionnement de l'analyse statique de l'organisme.

L'unité du règne organique exige que tous les tissus soient ramenés à un seul. Quand une telle filiation ne laissera plus aucune obscurité, et que les lois de la transformation du tissu générateur en chaque tissu secondaire seront enfin établies, on devra regarder la philosophie anatomique comme aussi parfaite que possible, puisqu'il y régnera une rigoureuse unité scientifique. On ne pourrait, sans s'égarer dans de vaines recherches, vouloir dépasser ce but, qui, de même que tout autre type philosophique, ne sera jamais pleinement atteint. C'est pourquoi je ne puis m'empêcher de signaler, en la déplorant, la déviation qui existe actuellement, à cet égard, principalement en Allemagne.

Peu satisfaits d'avoir conçu tous les tissus organiques comme réductibles à un seul, ces esprits ambitieux ont tenté de pénétrer au delà du terme naturel de l'analogie anatomique. Ils ont cherché à former le tissu générateur lui-même de l'inintelligible assemblage de monades organiques, qui seraient, dès lors, les éléments de tout corps vivant. L'abus des recherches microscopiques contribue à

rendre spécieuse cette théorie, issue de la philosophie métaphysique. Aucune conception n'est plus irrationnelle, ni plus propre à entraver les progrès de la science.

Il serait absurde de vouloir rattacher le monde organique au monde inorganique, autrement que par les lois propres aux phénomènes généraux qui leur sont communs. Les notions de vie et d'organisation doivent toujours être séparées de l'ensemble des théories inorganiques, qui n'offrent aucun phénomène analogue. Or cette aberration me paraît tenir à la tentative d'une fusion incompréhensible entre les deux éléments de la philosophie; elle se combine, en effet, avec cette erreur physiologique correspondante, qui consiste à envisager la vie comme universellement répandue dans la nature, sans aucune distinction entre le monde organique et le monde inorganique, et comme résidant dans les molécules. Ces deux suppositions paraissent contradictoires : l'une, avec l'idée d'organisation; l'autre, avec l'idée de vie. Il ne saurait y avoir, ni vie, ni organisation, dans un système indissoluble de parties plus ou moins hétérogènes, concourant à un but commun. En quoi pourrait donc consister, soit l'*organisation*, soit la *vie*, d'une simple monade? Que la philosophie inorganique conçoive les corps comme composés de molécules indivisibles, cette notion est conforme à la nature des phénomènes étudiés, qui, constituant le fond de toute existence matérielle, doivent appartenir, d'une manière identique, aux plus petites particules. Mais, au contraire, la conception qui consiste à se figurer les animaux comme formés d'animalcules, n'est qu'une absurde imitation de la conception précédente; car, en admettant cette fiction, les animalcules élémentaires seraient encore plus incompréhensibles que l'animal composé. En physiologie, tout bon esprit repousse la ridicule explication du mouvement

du sang, par la locomotion spontanée des animalcules globulaires. N'en doit-il pas être ainsi au point de vue anatomique? Un organisme constitue un tout indivisible; nous le décomposons par un simple artifice intellectuel, afin de le mieux connaître. Le dernier terme de cette décomposition consiste dans l'idée de tissu, au delà de laquelle il ne peut rien exister en anatomie, puisqu'il n'y aurait plus d'organisation. Tenter le passage de cette notion à celle de molécule, c'est sortir de la philosophie organique, pour entrer dans la philosophie inorganique.

L'idée de *tissu* constitue, dans le système des spéculations organiques, l'équivalent logique de l'idée de *molécule*, exclusivement adaptée à la nature des spéculations inorganiques.

QUARANTE-DEUXIÈME LEÇON

Sommaire. — Considérations philosophiques sur la *biotaxie*.

La coordination hiérarchique de tous les organismes connus, ou même possibles, en une série générale, doit succéder à l'analyse statique des corps vivants. L'objet de cette leçon est de caractériser les principes d'une telle opération philosophique.

La théorie des classifications, qui est applicable à tous les ordres de connaissances, a été formée par la biologie. L'organisme animal, en vertu de sa plus grande complication, a permis une plus ancienne et une plus parfaite application des principes de coordination.

Nous devons avoir en vue l'ensemble de la biotaxie. Néanmoins le règne animal constitue notre sujet immédiat et explicite, soit pour établir les bases de la théorie des classifications, soit pour en apprécier l'application capitale.

Deux notions philosophiques dominent la théorie de la méthode naturelle, savoir : la formation des groupes, et leur succession hiérarchique. Ces deux conceptions pourraient être résumées en un seul principe ; mais il est nécessaire de les séparer, pour analyser plus nettement la méthode.

La formation des groupes consiste à saisir, entre des espèces plus ou moins nombreuses, un ensemble d'analogies tel, que, malgré leurs différences, les êtres apparte-

nant à une même catégorie soient toujours plus semblables entre eux qu'à ceux qui n'en font point partie. Les notions de *genre*, de *famille*, de *classe* indiquent, dans la hiérarchie totale, différentes sortes de décompositions, effectuées d'après les modifications plus ou moins profondes du même principe qui a dirigé la formation de la série générale. Le règne animal est le seul dans lequel les divers degrés aient pu être caractérisés d'une manière scientifique.

Il était nécessaire que l'esprit humain commençât par la construction des premiers groupes. Par là se trouvait éliminée la partie la plus délicate et la moins certaine de l'opération totale, celle qui consiste dans la distribution intérieure de chaque groupe. Aussi, malgré le perfectionnement de la philosophie zoologique, cette dernière partie présente-t-elle encore une disposition presque arbitraire.

La formation des groupes ne peut constituer qu'une opération préliminaire. La condition taxinomique essentielle, c'est que la position assignée à chaque organisme en fasse ressortir la nature anatomique et physiologique, par rapport à tous ceux qui le précèdent et à tous ceux qui le suivent. La suite des tableaux de la classification doit constituer le résumé le plus exact et le plus concis des connaissances biologiques, ainsi que le principal instrument logique de leur perfectionnement ultérieur. Or, la classification ne pourrait pas posséder ces propriétés, si on la supposait réduite à l'établissement des familles.

La méthode naturelle est surtout caractérisée par l'établissement de la hiérarchie organique. Sans discuter la possibilité de cette coordination, je me bornerai à rappeler que les espèces animales, considérées au point de vue statique, offrent une complication organique toujours crois-

sante ; que cet ordre correspond, au point de vue dynamique, à une vie toujours plus complexe, et enfin, que l'être vivant devient de plus en plus modifiable, en même temps qu'il exerce une action plus grande sur le monde extérieur. Ces trois lois fixent le sens de la hiérarchie biologique : chacun de ces aspects dissipe l'incertitude que pourraient laisser les deux autres ; de là résulte, en effet, la possibilité de concevoir les espèces vivantes disposées dans un ordre tel, que l'une quelconque d'entre elles soit inférieure à toutes celles qui la précèdent, et supérieure à toutes celles qui la suivent.

Je ne m'arrêterai pas aux objections qui ont été soulevées contre la conception de la hiérarchie biologique. Je crois seulement devoir rappeler la seule controverse dont l'influence tendait à éclaircir, et même à perfectionner le principe de la méthode naturelle. Il s'agit de la discussion soulevée par Lamarck, et soutenue par Cuvier, relativement à la permanence des espèces organiques.

Il faut, avant tout, reconnaître que cette question ne saurait affecter l'existence de la hiérarchie organique. Au premier abord, on pourrait penser que, dans l'hypothèse de Lamarck, il n'y a plus de série zoologique. Mais, en approfondissant cette opinion, on aperçoit, au contraire, qu'elle se réduit à présenter la série sous l'aspect d'une longue succession d'états organiques, déduits graduellement les uns des autres, dans la suite des siècles, par des transformations de plus en plus complexes, dont l'ordre serait comparable à celui des métamorphoses consécutives des insectes hexapodes, et seulement plus étendu. En un mot, la marche progressive de l'organisme animal, qui n'est qu'une abstraction commode, se convertirait ainsi en une loi naturelle.

Le seul attribut de cette série qui puisse être affecté par

une telle controverse consiste dans la continuité ou la discontinuité de la progression organique. En admettant l'hypothèse de Lamarck, dans laquelle les états se succèdent par des transitions imperceptibles, il faut concevoir la série ascendante comme continue. Si, au contraire, on reconnaît la fixité des espèces vivantes, il faudra poser en principe la discontinuité de cette série. Ainsi circonscrite, la discussion n'en a pas moins une grande importance. La méthode naturelle sera, en effet, mieux caractérisée, si l'on peut concevoir les espèces comme fixes, et la série organique comme composée de termes nettement séparés. L'idée *d'espèce*, qui constitue la principale unité biotaxique, cesserait de pouvoir être définie, si l'on devait admettre la transformation indéfinie des diverses espèces les unes dans les autres, sous l'influence prolongée de circonstances extérieures suffisamment intenses.

Toute l'argumentation de Lamarck repose sur la combinaison de deux principes incontestables, mais jusqu'ici trop mal circonscrits : 1° l'aptitude d'un organisme quelconque, et surtout d'un organisme animal, à se modifier conformément aux circonstances extérieures dans lesquelles il est placé, et qui sollicitent l'exercice prédominant de tel organe spécial, correspondant à telle faculté devenue plus nécessaire ; 2° la tendance à fixer dans les races, par la transmission héréditaire, les modifications d'abord directes et individuelles, de manière à les augmenter graduellement, à chaque génération nouvelle. Si cette double propriété était admise d'une manière indéfinie, on pourrait envisager tous les organismes comme ayant été successivement produits les uns par les autres, du moins en disposant de la nature, de l'intensité et de la durée des influences extérieures avec cette prodigalité qui ne coûtait aucun effort à l'imagination de Lamarck.

Il me reste à qualifier deux conditions logiques de la méthode, l'une primordiale, l'autre finale. La première se réduit au principe de la subordination des caractères ; la seconde prescrit la traduction des caractères intérieurs en caractères extérieurs.

Dès l'origine de la méthode naturelle, au seizième siècle, les travaux de Magnol, des Baulin, de Gessner ont montré que les caractères taxinomiques ne devaient pas seulement être comptés, mais aussi, en quelque sorte, être pesés, suivant un certain ordre. Tant que la méthode a été cultivée indépendamment de l'anatomie comparée, il n'a pas été possible d'obtenir de justes notions sur la subordination des caractères biotaxiques.

L'analyse comparative des différents organismes conduit à la subordination des caractères taxinomiques, et mesure leur importance respective, d'après la relation plus ou moins intime des organes correspondants avec les phénomènes qui constituent les attributs principaux des espèces considérées.

Les premiers auteurs de la méthode naturelle ont dû adopter indifféremment les caractères les plus difficiles à vérifier. Il leur suffisait que ces caractères fussent conformes à l'ensemble des analogies. Après ce travail préliminaire, la classification définitive exigeait une opération complémentaire, consistant à éliminer les caractères trop difficiles à vérifier, pour leur substituer des équivalents usuels. Ne serait-il pas absurde, en effet, que, pour assigner le genre ou la famille de tel animal, il devînt indispensable de commencer par le détruire, ainsi que l'exigent encore tant de classifications zoologiques, littéralement interprétées?

La nature même du problème indique clairement qu'il faut remplacer tous les caractères intérieurs par des ca-

ractères purement extérieurs. Quand on a pu réaliser cette condition sans porter atteinte à la classification primitive, la méthode naturelle a été constituée irrévocablement; c'est ce qui existe pour le règne animal, depuis les travaux de de Blainville.

La subordination des caractères suffit pour établir la possibilité de cette transformation. En effet, l'animalité étant surtout caractérisée par l'action exercée sur le monde extérieur et par la réaction correspondante, c'est à la surface de séparation de l'organisme et du milieu que doivent se passer les plus importants phénomènes de la vie animale. Ainsi les considérations relatives à cette enveloppe, envisagée, quant à sa forme ou à sa consistance, fourniront les principales différences qui doivent distinguer les diverses organisations animales. D'après cela, la transformation des caractères zoologiques intérieurs en caractères zoologiques extérieurs est tellement rationnelle, qu'on peut l'envisager comme un simple retour à la marche philosophique, que l'esprit humain n'a pas pu suivre directement.

Je n'aurais pas suffisamment caractérisé la méthode naturelle, si, après l'avoir analysée, je n'appréciais pas son application à la coordination de la série biologique.

J'indiquerai d'abord la division la plus générale du monde organique en deux règnes principaux, l'un animal, l'autre végétal. Malgré les efforts tentés pour présenter cette division comme artificielle, il est demeuré certain que la série biologique présente en ce point, plus qu'en tout autre, une discontinuité réelle. A mesure qu'on approfondit l'étude des animaux inférieurs, on reconnaît que la locomotion, au moins partielle, et un degré correspondant de sensibilité générale, constituent les caractères prépondérants du règne animal. Des rudiments de système

nerveux ont été constatés chez certains radiaires, ce qui doit y faire présumer un état naissant de fibres musculaires. Il est vrai qu'on ne découvre rien de semblable dans le dernier degré d'animalité, c'est-à-dire chez les animaux amorphes. Mais il y a lieu de penser que le tissu cellulaire général doit offrir, à la surface, une modification anatomique correspondante à une première ébauche de la sensibilité et de la contractilité. Ces deux attributs persistent plus que le canal digestif, malgré la prépondérance accordée à ce dernier caractère. D'un autre côté, l'analyse des mouvements de certains végétaux, comme l'*hedysarum gyrans*, ne permet d'attribuer à ces phénomènes aucun caractère d'animalité, parce qu'on n'y aperçoit aucune relation constante et immédiate, soit avec les impressions extérieures, soit avec le mode d'alimentation.

Après la distinction des deux règnes organiques, nous devons examiner surtout la hiérarchie du règne animal, qui offre la plus parfaite application de la méthode naturelle.

Les progrès de cette méthode, pendant le siècle dernier, ont détruit la vicieuse prépondérance des considérations de séjour et de mode d'alimentation, pour la remplacer par la notion de l'organisme plus ou moins compliqué, et par celle du degré de *dignité* animale, suivant l'expression de de Jussieu. On a reconnu, dès lors, que le système nerveux constitue l'élément anatomique le plus animal. Par conséquent on devait diriger, d'après lui, la classification, et ne recourir aux autres organes et, à *fortiori*, aux conditions inorganiques, que quand ce principe serait devenu insuffisant à l'égard des subdivisions plus spéciales, en employant successivement les autres caractères suivant leur animalité décroissante. De Blainville a coopéré, pour une grande part, à cette œuvre capitale,

et c'est sa classification que nous allons examiner.

La plus heureuse innovation de de Blainville consiste dans l'importance taxinomique qu'il attribue à la forme générale de l'enveloppe animale, qui est si propre à fournir le principe de la première délinéation rationnelle, puisque la symétrie constitue le caractère le plus simple et le plus universel de l'organisme animal, comme Bichat l'a si bien établi. Toutefois, ce système présente un paradoxe, en ce qu'il admet l'existence d'animaux amorphes, ou plutôt non symétriques. Ce sont, il est vrai, ceux chez lesquels on n'a encore aperçu aucune trace de système nerveux, ce qui sauve, jusqu'à un certain point, le principe. Mais ce dernier mode de l'animalité n'est pas suffisamment analysé, et il faut concevoir la hiérarchie animale, sous la réserve de cet examen ultérieur. On ne peut s'étonner de la confusion des idées actuelles à ce sujet, en réfléchissant aux erreurs qu'on commettait, il y a deux générations à peine, sur des animaux supérieurs, comme l'ordre entier des radiaires, une partie des mollusques et même des derniers articulés.

En réduisant ainsi le règne animal aux êtres réguliers qui le composent presque exclusivement, on y doit distinguer d'abord deux espèces de symétrie, dont la plus parfaite est relative à un plan, et l'autre à un point, ou plutôt à un axe. De là résulte la première classification des animaux en pairs et rayonnés, ou *artiozoaires*, et en *actinozoaires*, suivant la nomenclature de de Blainville. On ne saurait trop admirer avec quelle exactitude un attribut, en apparence aussi peu important, correspond à l'ensemble des plus hautes comparaisons biologiques. Néanmoins, la prépondérance de ce caractère reste empirique, et laisse désirer une explication, à la fois physiologique et anatomique, de l'infériorité des animaux rayonnés par rapport

aux animaux pairs, qui doivent être plus rapprochés de l'homme, unité de la zoologie.

L'ordre des artiozoaires se divise d'après la consistance de l'enveloppe, suivant qu'elle est dure ou molle. Cette considération est le prolongement de la précédente, puisque la symétrie de l'animal est plus complète dans le premier cas que dans le second. La locomotion et les sensations établissent, entre les deux cas, des différences qu'on peut aisément rattacher à cette distinction primitive, et qui concourent toutes à présenter les animaux inarticulés comme inférieurs aux animaux articulés. On a peine à comprendre comment Cuvier a persisté à placer les mollusques avant les insectes, ce qui a beaucoup entravé l'étude des uns et des autres. Ce naturaliste n'a pu être conduit à une telle classification qu'en accordant aux organes de la vie végétative une prééminence vicieuse sur ceux de la vie animale.

Les animaux articulés sont divisés en deux classes, suivant qu'ils sont articulés intérieurement, par un squelette osseux, ou même cartilagineux chez les derniers d'entre eux ; ou que l'articulation est simplement extérieure, d'après la consolidation de certaines parties cornées de l'enveloppe, alternant avec des parties molles.

Telle est la hiérarchie des principaux organismes appartenant à la partie supérieure de la série animale. Ils y constituent les trois grandes classes des *ostéozoaires* ou vertébrés, des *entomozoaires* ou articulés extérieurement, et enfin des *molacozoaires* ou mollusques.

Si nous considérons la division des ostéozoaires, nous remarquerons que les grandes analogies de tous ces êtres peuvent être rattachées, de la manière la plus exacte, à l'état de l'enveloppe animale. Il suffit d'envisager cette enveloppe sous un nouvel aspect plus secondaire, quant à

la nature des productions inorganiques qui la séparent du milieu ambiant. On peut apprécier, en effet, dans la classification de de Blainville, comment la dégradation animale qui, à partir de l'homme, se manifeste chez les mammifères, les oiseaux, les reptiles, les amphibiens et les poissons, se trouve toujours traduite par la simple considération d'une surface cutanée, recouverte de poils, de plumes, d'écailles, ou bien dénudée. Cette prééminence de l'enveloppe n'est pas moins prononcée dans l'ordre des entomozoaires, où le décroissement de l'animalité se trouve mesuré par la seule considération du nombre croissant de paires d'appendices locomoteurs, depuis les hexapodes jusqu'aux myriapodes, et même jusqu'aux apodes, qui en constituent l'extrémité inférieure.

Il serait inutile de poursuivre davantage l'indication des degrés de la hiérarchie animale. Mon unique but, en les signalant, a été de fixer l'attention sur ma recommandation d'étudier, au moins dans son ensemble, la coordination du règne animal, comme une explication concrète des conceptions abstraites que j'avais d'abord exposées, relativement au génie de la méthode naturelle.

Quant au règne végétal, cette méthode ne saurait y comporter une perfection comparable à celle dont le règne animal est susceptible, même dans les degrés inférieurs. Les familles peuvent y être regardées comme établies d'une manière satisfaisante, quoique par une voie empirique; mais leur coordination reste arbitraire, faute d'un principe hiérarchique qui puisse les subordonner les unes aux autres. La notion d'animalité admet une succession de degrés, susceptible de fournir la base d'une hiérarchie animale. Il n'en est pas ainsi de la végétabilité, qui n'est pas également intense, mais qui reste, du moins, homo-

gène chez tous les êtres. Il n'y a jamais qu'une assimilation et qu'une désassimilation continues, aboutissant à une reproduction nécessaire. Or, les différences d'intensité de ces phénomènes ne peuvent former aucune échelle végétale, analogue à l'échelle animale.

Je crois devoir signaler, à ce sujet, une nouvelle considération qui consiste à remarquer le profond embarras que doit présenter toute définition nette de l'être végétal. En effet, presque aucun végétal ne constitue un être déterminé, mais la plupart sont formés d'une confuse agglomération d'êtres distincts et indépendants. On aurait une fausse idée de cette disposition, en regardant un grand végétal comme un polype immense. Les êtres de l'extrémité inférieure de l'échelle zoologique constituent une sorte de société intime, involontaire et indissoluble, caractérisée par un appareil organique général, en relation avec divers appareils animaux, indépendants les uns des autres, mais tous inséparables de leur commune base vitale. Dans le règne végétal, au contraire, il n'y a jamais qu'une simple agglomération, que nous pouvons même souvent produire, à notre gré, par l'artifice de la greffe. Tous les êtres ainsi réunis sont alors entièrement séparables. Ils ne présentent d'autres éléments communs que des parties inorganiques qui ne servent qu'à consolider mécaniquement le système. Bien que les lois d'une telle agglomération soient très imparfaitement connues, il y a lieu de penser que nulle condition organique ne tend à limiter nécessairement l'extension possible d'un semblable système. Cette extension ne paraît dépendre que de conditions physiques et chimiques, combinées avec l'influence totale des circonstances extérieures. Or, cette notion entrave toute subordination des familles végétales à une hiérarchie commune, puisque la diversité organique, qui pouvait exister

entre elles, et qui est déjà si peu prononcée, se trouve ainsi profondément atténuée.

Le seul commencement de coordination qu'on soit parvenu à établir dans le règne végétal se réduit à la division qui sert de point de départ à la classification de de Jussieu. En distinguant les végétaux suivant l'existence ou l'absence de feuilles séminales, et, pour le premier cas, suivant qu'ils en offrent plusieurs ou une seule, on obtient l'unique disposition taxinomique qui présente un caractère philosophique comparable à celui de l'échelle animale. Car le passage des dicotylédones aux monocotylédones, et de celles-ci aux acotylédones, peut être regardé comme une dégradation croissante, analogue à celle de la série zoologique. Cette considération a dû surtout prévaloir depuis que la comparaison primitive, fondée sur les organes de la reproduction, a été vérifiée dans son ensemble par l'examen des organes de la nutrition, d'après la belle découverte de Desfontaines. C'est le seul exemple d'une large et heureuse application de l'anatomie comparée à l'organisme végétal. Mais ce commencement de hiérarchie demeure insuffisant, puisque les nombreuses familles qui composent chacune des trois divisions principales n'en restent pas moins disposées entre elles d'une manière arbitraire. La méthode naturelle ne présente donc, à l'égard du règne végétal, d'autre résultat usuel que l'établissement, plus ou moins empirique, des familles et des genres.

Malgré le prix d'une pareille acquisition, il ne faut pas s'étonner qu'elle n'ait pas déterminé l'exclusion totale des méthodes artificielles, et surtout de celle de Linné. La méthode naturelle ne constitue pas un simple moyen de classification, mais surtout, même dans son état le moins parfait, un important système de connaissances sur les

relations des êtres vivants. Ainsi, quand même la botanique descriptive devrait renoncer à son emploi, le perfectionnement de cette méthode resterait très important pour le progrès de l'étude générale des végétaux. Cependant, vu l'imperfection de la taxinomie végétale, nous concevrons collectivement le règne végétal comme le dernier terme de la série biologique, sans en considérer la division intérieure, qui ne saurait exercer aucune influence capitale sur le perfectionnement des hautes spéculations biologiques, soit statiques, soit dynamiques, sujet prépondérant de notre travail.

QUARANTE-TROISIÈME LEÇON

Sommaire. — Considérations philosophiques sur l'étude générale de la vie végétative ou *organique*.

Au point de vue philosophique, la constitution de la physiologie est encore vague et indécise. Il n'y a pas lieu de s'étonner d'une telle imperfection, puisque la biologie statique, base de la biologie dynamique, n'a été organisée que de nos jours. Mais cet état d'enfance de la physiologie nous oblige à modifier nos considérations philosophiques sur l'étude dynamique des corps vivants. Au lieu d'apprécier directement des conceptions établies, comme nous l'avons fait pour la biologie statique, nous devons examiner surtout les notions de méthode, c'est-à-dire le mode d'organisation des recherches, qui est destiné à conduire à la connaissance des lois des phénomènes vitaux. L'institution des questions physiologiques, bien plus que leur résolution qui serait encore prématurée, importe au progrès de la philosophie biologique. La méthode aura toujours plus de prix dans l'étude des lois vitales que dans toute autre science antérieure, parce que la complication des phénomènes y expose davantage à une mauvaise direction des travaux.

Tous les phénomènes vitaux sont solidaires les uns des autres; il est néanmoins indispensable de décomposer leur étude spéculative et abstraite d'après le même principe qui nous a dirigés dans les autres sciences, c'est-à-dire d'après

la considération de leur généralité décroissante. Il faut donc commencer par étudier la vie organique ou végétative, fondement de l'existence de tous les êtres vivants, pour aborder ensuite la vie animale, qui est particulière aux animaux. Il faut y ajouter, depuis Gall, comme troisième partie essentielle, l'étude positive des phénomènes intellectuels et moraux, qui se distinguent des précédents par une spécialité encore plus prononcée, puisque les organismes les plus rapprochés de l'homme comportent seuls leur exacte exploration. Cette analyse de la vie doit être conçue en vue d'une recomposition ultérieure, propre à faire ressortir le consensus universel qui la caractérise.

Avant d'étudier directement la vie végétative, j'indiquerai la théorie des *milieux* organiques.

L'état vital supposant le concours d'un ensemble d'actions extérieures convenablement modérées, c'est l'analyse de ces conditions de l'existence des corps vivants qui constitue l'objet de la théorie des *milieux* organiques.

Les conditions extérieures doivent être distinguées en deux classes, suivant leur nature physique ou chimique. Les premières, en vertu de leur permanence plus rigoureuse, peuvent être regardées comme plus générales, sinon par rapport aux divers organismes, du moins par rapport à la durée continue de chacun d'eux.

Parmi les influences physiques, il faut placer, au premier rang, l'action de la pesanteur. L'analyse de cette action présente de très grandes difficultés; car, dans la plupart des cas, une semblable influence ne peut être ni suspendue ni modifiée. Cependant un examen attentif montre l'influence de la pesanteur sur l'accomplissement des phénomènes physiologiques, soit à l'état normal, soit à l'état pathologique. Dans l'organisme végétal, l'action physiologique de la pesanteur,

quoique moins variée, est plus sensible, vu la moindre complication de l'état vital. Les lois ordinaires et les limites générales de l'accroissement des végétaux paraissent dépendre de cette influence, comme l'ont vérifié les expériences de Knight, sur la germination modifiée par un mouvement de rotation plus ou moins rapide. Des organismes bien plus élevés sont assujettis à des conditions analogues, sans lesquelles on ne saurait expliquer, par exemple, pourquoi les plus grandes masses animales vivent constamment dans un fluide assez dense pour supporter presque tout leur poids, et souvent pour le soulever spontanément. Dans la partie supérieure de la série animale, cette influence, moins dominante et plus cachée, peut être étudiée sous un autre aspect, en vertu de la variété des actes vitaux, auxquels elle doit participer. Car il n'est presque aucune fonction, organique, animale, ou même intellectuelle, dans laquelle on ne puisse signaler l'intervention de la pesanteur, qui se manifeste en tout ce qui concerne la stagnation et le mouvement des fluides. Il est donc regrettable qu'un sujet aussi important n'ait pas encore été étudié suffisamment dans l'ensemble de la hiérarchie biologique.

Après la pesanteur, se place la pression exercée sur l'organisme par le milieu proprement dit, soit gazeux, soit liquide. Cette pression n'est qu'une suite indirecte de la pesanteur envisagée dans ce milieu et non plus dans l'organisme. L'existence de tout animal atmosphérique, sans en excepter l'homme, est renfermée entre certaines limites de l'échelle barométrique. Cette loi se vérifie également chez les animaux aquatiques. Mais nous n'avons, pour l'un ou l'autre milieu, aucune notion scientifique de la relation qui doit exister entre l'intervalle de ces limites et le degré d'organisation. On s'est presque exclusivement occupé des

effets physiologiques, dus à des changements brusques de pression. L'influence plus intéressante des variations graduelles a été à peine examinée. Les recherches entreprises pour constater l'influence de la pression atmosphérique sur la circulation veineuse, ainsi que les indications récemment signalées au sujet de sa coopération au mécanisme général de la station et même de la locomotion, témoignent une heureuse tendance à étudier cet ordre de questions.

Il faudrait également examiner l'action physiologique du mouvement et du repos, considérés soit dans la masse vivante, soit dans ses divers organes. Aucun organisme, même parmi les plus simples, ne saurait vivre dans un état de complète immobilité. Le double mouvement de la terre, et surtout sa rotation, sont peut-être indispensables au développement de la vie. D'après les lois de la mécanique, c'est surtout du mouvement de rotation qu'il importe de déterminer l'influence physiologique, puisque toute rotation tend à désorganiser un système quelconque et, à plus forte raison, à en troubler les phénomènes intérieurs. Il serait donc utile de poursuivre, dans l'ensemble de la hiérarchie organique, une étude comparative des modifications que peuvent éprouver les principales fonctions, en imprimant à l'organisme une rotation graduellement variée, entre les limites de vitesse compatibles avec l'état normal.

L'action thermologique du milieu ambiant est la mieux connue : ses variations, compatibles avec l'état vital, paraissent moins étendues que les variations barométriques. C'est de cet ordre de conditions que dépend surtout, en histoire naturelle, la répartition des divers organismes sur la surface de notre planète, selon des zones assez bien définies pour fournir aux physiciens des indica-

tions thermométriques certaines, quoique grossières. Mais, malgré la multitude des faits recueillis, ce sujet est à peine ébauché, aux yeux de ceux qui s'attachent surtout à la coordination des phénomènes en une doctrine générale et rationnelle. La science manque même d'une série suffisante d'observations comparatives sur les divers intervalles thermométriques correspondants aux différents états organiques. Cette lacune n'existe pas seulement pour l'échelle des espèces vivantes, mais aussi pour les états successifs de chaque organisme, considéré à ses différents âges. Sous l'un et l'autre aspect, ce sont surtout les moindres degrés d'organisation dont l'étude a besoin d'être plus approfondie : car, dans les œufs ou dans les organismes très inférieurs, les limites thermométriques de la vie paraissent être plus écartées. Plusieurs biologistes pensent même que la vie a toujours été possible, à un certain degré, sur notre planète, malgré les divers systèmes de température par lesquels sa surface a dû passer. L'intervalle thermométrique paraît décroître à mesure que la vie se prononce davantage, soit en remontant la hiérarchie biologique, soit en considérant chaque développement individuel. Mais cette loi n'est pas encore établie scientifiquement. On connaît moins l'analyse plus délicate des modifications produites dans l'organisme par les variations de la chaleur extérieure. On a confondu l'influence des changements brusques avec celle des variations graduelles. La question n'a pas été nettement posée; car on n'a pu établir le plus souvent une distinction entre l'influence physiologique de la chaleur extérieure et la production organique de la chaleur vitale.

Les mêmes remarques s'appliquent, avec plus de force, à l'étude des autres conditions physiques de la vie, telles que la lumière et l'électricité. La plupart des travaux en-

trepris à ce sujet mettent hors de doute le besoin fondamental d'une influence lumineuse et électrique du milieu ambiant, pour la production et l'entretien de la vie, dans tous les modes et à tous les degrés qu'elle comporte, mais c'est à peu près tout ce qu'on sait. On confond l'influence physiologique de l'électrisation extérieure, et l'électrisation produite par l'ensemble des actes vitaux. En outre, la plupart des biologistes ont imaginé une espèce de solidarité entre les fluides électriques et les fluides nerveux ou vitaux. Ces deux classes d'hypothèses illusoires se fortifient mutuellement. A cette cause de stérilité des recherches, il est utile d'ajouter, comme obstacle accessoire et général, la subtilité exagérée que la plupart des électriciens actuels ont introduite dans l'analyse des moindres sources d'électrisation, ce qui les a souvent conduits à attribuer une influence démesurée à des phénomènes presque imperceptibles. C'est ainsi qu'ils expliquent, par de très faibles variations de l'électricité atmosphérique, des phénomènes pathologiques très considérables, sans être arrêtés par l'absurde disproportion qu'ils admettent entre l'intensité des résultats et celle des prétendus principes.

Telles sont les lacunes de la biologie à l'égard des conditions purement physiques, indispensables à la vie. L'analyse des conditions chimiques constitue la seconde partie de la théorie des *milieux* organiques.

Cette dernière étude a pour objet la détermination de l'influence physiologique exercée par l'air et par l'eau, dont le mélange, à divers degrés, compose le *milieu* nécessaire à tous les êtres vivants.

Suivant la remarque de de Blainville, l'air et l'eau ne doivent pas être étudiés séparément : leur mélange, dont les proportions seules varient, est indispensable à tout état vital. L'air dépourvu de toute humidité et l'eau privée

d'air sont également contraires à l'existence de toutes les espèces d'êtres vivants. Entre les êtres atmosphériques et les êtres aquatiques, animaux ou végétaux, il n'y a d'autre différence que l'inégale proportion des deux fluides : chez les uns, l'air, devenu prépondérant, sert de véhicule à l'eau vaporisée; chez les autres, l'eau, dominant à son tour, apporte l'air dissous. Dans les deux cas, l'eau fournit la base de tous les liquides organiques; et l'air, les éléments de la nutrition.

La biologie est, à cet égard, dans une véritable enfance. La question peut, tout au plus, être regardée comme posée, et encore ne l'est-elle que d'une manière vague. Les limites physiologiques de variation relatives à la proportion des deux fluides sont mal déterminées. Il en est ainsi relativement au mode de participation de chaque fluide à l'entretien de la vie. Un mélange aussi peu intime que celui des éléments de l'air doit produire surtout des effets chimiques; mais l'influence de l'oxygène est la seule qui ait été étudiée. Les physiologistes continuent à se former, sur le rôle de l'azote, les idées les plus contradictoires. A l'égard de l'eau, l'incertitude est encore plus grande. On ne conçoit pas qu'un appareil aussi peu énergique que l'est tout corps vivant puisse décomposer une substance aussi neutre que l'eau, comme le supposent cependant tant de physiologistes. La théorie des hydrates doit, sans doute, fournir, à ce sujet, de lumineuses indications, en faisant connaître les divers genres d'action chimique dont l'eau est susceptible. Ainsi la notion de l'influence du milieu général est encore indéterminée. Il n'existe aucune appréciation comparative des divers degrés de cette influence dans la hiérarchie biologique.

La théorie des milieux ne doit comprendre que les

agents généraux ; cependant, pour la compléter, on sera conduit à y incorporer l'analyse des modifications les plus prononcées qu'impriment, à certains organismes, des substances correspondantes. En effet, ce sujet rentre dans l'étude de l'harmonie qui doit exister entre le monde organique et le monde inorganique. Une meilleure philosophie médicale tend fort heureusement à diminuer le nombre des *spécifiques* proprement dits ; mais il ne faudrait pas méconnaître l'influence de plusieurs substances sur les organismes, et même sur les tissus. Il serait absurde de concevoir qu'une spécialité, aussi caractérisée dans l'état normal, comme on le voit à l'égard des aliments et des poisons, cessât brusquement, dans l'état pathologique, à l'égard des médicaments. Or, la réalité de ce genre d'effets étant indiscutable, il importe, non seulement pour les progrès de la thérapeutique, mais encore pour le perfectionnement de la biologie abstraite, qui nous intéresse seule ici, de les soumettre à des études scientifiques. La méthode expérimentale peut mieux s'appliquer à ces actions qui sont spéciales et discontinues ; malheureusement ce complément nécessaire est encore moins avancé que le sujet principal.

L'imperfection de cette partie préliminaire de la physiologie suffit pour faire concevoir *à priori* combien une telle étude doit être peu avancée.

On concevra mieux l'état de la physiologie, en considérant ses antécédents depuis environ un siècle. Le mouvement, imprimé par Descartes, et tendant à rendre positives toutes les spéculations, a produit, en physiologie, l'école de Boerhaave. Ce biologiste fut amené à ne concevoir d'autre moyen de rendre positive l'étude de la vie que sa fusion, à titre de simple appendice, dans le système général de la physique inorganique. La réaction, déterminée par

les conséquences absurdes auxquelles cette erreur devait conduire, aboutit à la théorie de Stahl, qu'on peut regarder comme la formule la plus scientifique de l'état métaphysique de la physiologie. Depuis cette époque, il n'y a eu de lutte directe qu'entre ces deux écoles, qui sont personnifiées, en France, par les facultés de Paris et de Montpellier. En examinant l'histoire de cette lutte, on reconnaît que le caractère organique a toujours appartenu à l'école métaphysique, qui remplissait au moins la condition de concevoir la physiologie comme une science distincte. L'école physico-chimique n'a eu qu'une action critique, en montrant de plus en plus la dépendance des lois organiques à l'égard des lois inorganiques. Cette action a produit des modifications graduelles dans la physiologie métaphysique. Il suffit de signaler les deux principales, formulées, l'une, par la théorie de Barthez, et l'autre, par celle de Bichat.

La conception de Barthez ne semble d'abord différer de celle de Stahl que dans l'expression. Il nomme *principe vital* la même entité métaphysique que son prédécesseur avait appelée *âme;* et Van Helmont, *archée*. Mais, pour un ordre d'idées aussi chimérique, un tel changement d'énoncé indique nécessairement une modification de la pensée. Aussi peut-on affirmer que la formule de Barthez représente un état métaphysique plus éloigné de l'état théologique que ne le supposait la formule de Stahl. Celle-ci avait de même une supériorité analogue sur la formule de Van Helmont. Il suffirait, pour s'en convaincre, de se rapporter à l'admirable discours dans lequel Barthez établit si nettement les caractères de la méthode philosophique, et démontre l'inanité de toute tentative de recherches sur les causes primordiales et sur la nature intime des phénomènes, en réduisant toute science à la découverte de

leurs *lois* effectives. L'intention de Barthez était donc de dégager la biologie de la métaphysique, tandis que la tendance de Stahl n'était qu'une réaction contre les exagérations de Boerhaave. Mais Barthez ne connaissait pas suffisamment la méthode positive pour pouvoir réussir. Entraîné, à son insu, par la tendance même qu'il combattait, il finit par investir le principe vital d'une existence *réelle*, que son école a amplement développée.

L'esprit progressif est plus prononcé dans la théorie physiologique de Bichat, bien qu'elle présente aussi le caractère des conceptions métaphysiques, c'est-à-dire l'emploi des entités. La nature des entités s'y trouve perfectionnée, et tend davantage à rapprocher la science de l'état positif; mais, malgré ce progrès, on ne peut y voir qu'une dernière transformation de la théorie de Stahl. Les forces vitales de Bichat interviennent dans les phénomènes à la manière des anciennes entités spécifiques, introduites, en physique et en chimie, sous le nom de facultés ou de vertus occultes, que Descartes a poursuivies, et que Molière a ridiculisées. Un tel caractère se manifeste surtout dans cette *sensibilité organique*, qui paraît suffire à Bichat pour *expliquer* les phénomènes physiologiques, tandis qu'il ne fait que reproduire leur énoncé sous une forme abstraite.

Cependant Bichat a introduit, sous le titre de *propriétés de tissu*, une considération destinée à absorber toutes les conceptions ontologiques. Car l'opération philosophique se réduit à substituer aux anciennes idées de *forces* de simples idées de *propriétés*, en désignant par ce terme les actes les plus généraux dans lesquels on peut décomposer les phénomènes biologiques.

La physiologie n'aura atteint sa maturité que quand ce conflit, entre l'école de Stahl et celle de Boerhaave, aura

été relégué dans le domaine de l'histoire. Telle est la tâche de la génération scientifique actuelle, qui doit s'en rendre plus digne par une éducation mieux dirigée.

Le caractère de la physiologie consiste à instituer une constante harmonie entre le point de vue statique et le point de vue dynamique, entre les idées d'organisation et les idées de vie, entre la notion de l'agent et celle de l'acte. Il en résulte la nécessité de réduire les conceptions abstraites de *propriétés* physiologiques à la considération des phénomènes élémentaires et généraux, dont chacun rappelle à l'intelligence la pensée d'un siège plus ou moins circonscrit, mais toujours déterminé. En un mot, la réduction des diverses *fonctions* aux *propriétés* correspondantes doit toujours être envisagée comme la suite de la décomposition de la vie dans les différentes fonctions. Toute recherche des *causes* des phénomènes doit être écartée : il ne faut se proposer que la découverte de leurs *lois*. Sans cette condition, les idées de propriétés reprendraient leur nature d'entités métaphysiques. La conception de Bichat sur les propriétés de tissu renferme le germe de cette rénovation ; mais elle ne contient pas la solution du problème. Bichat confond les propriétés de tissu avec les propriétés physiques ; sa *contractilité par défaut d'extension* n'est autre chose que l'élasticité. Sa conception est faussée par son inexacte distinction entre les propriétés de tissu et les propriétés vitales. Car toute propriété doit être à la fois vitale et de tissu : vitale, comme particulière à l'état de vie, et de tissu, comme toujours manifestée par un tissu déterminé. Telle est l'origine du caractère métaphysique que Bichat a conservé aux propriétés *vitales*.

En s'efforçant d'accorder les différents degrés de l'analyse physiologique avec ceux de l'analyse anatomique, on peut poser en principe que l'idée de *propriété*, in-

diquant le dernier terme de l'une, doit correspondre à l'idée de *tissu*, terme extrême de l'autre. L'idée de *fonction* correspond à celle d'*organe;* ce qui établit une première division entre les propriétés physiologiques. On divise les éléments anatomiques en un tissu générateur, qui est le tissu cellulaire, et en divers tissus secondaires. Les propriétés physiologiques doivent donc être aussi divisées en deux groupes : le premier, comprend les propriétés générales appartenant à tous les tissus, et constituant la vie propre du tissu cellulaire ; le second, les propriétés qui en caractérisent les modifications les plus tranchées, c'est-à-dire le tissu musculaire et le tissu nerveux.

Cette première division semble d'autant plus rationnelle qu'elle concourt avec la distinction, établie par Bichat, entre la vie végétative et la vie animale. Le premier ordre de propriétés doit constituer le fond de la vie générale, commune à tous les êtres organisés, et à laquelle se réduit l'existence végétale. Le second se rapporte à la vie spéciale des êtres animés.

Si nous examinons à quel point est parvenue, chez les esprits les plus avancés, la construction de cette théorie physiologique, nous reconnaîtrons que l'opération est accomplie à l'égard des propriétés du tissu musculaire et du tissu nerveux. Les phénomènes généraux de la vie animale sont rattachés à l'irritabilité et à la sensibilité, considérées comme l'attribut d'un tissu nettement défini, au moins dans les degrés supérieurs de l'échelle zoologique. Mais il règne une extrême confusion à l'égard des propriétés générales qui correspondent à la vie végétative. Néanmoins l'analyse de ces propriétés est nécessaire à la constitution de la physiologie, non seulement parce qu'elles sont plus générales, mais encore parce que la vie végétative est la base de la vie animale. La science

est donc, à cet égard, dans un état purement provisoire, puisque cette grande opération a été conduite suivant un ordre inverse de celui qu'exige sa nature.

De Blainville me paraît être celui qui a le mieux compris les besoins de la physiologie. Néanmoins son analyse n'est peut-être pas suffisante pour servir de base au développement de la science vitale. Cette analyse consiste à reconnaître dans la vie végétative trois propriétés essentielles du tissu primordial : l'hygrométricité, la capillarité et la rétractilité. Or les deux premières propriétés n'ont pas le caractère physiologique, et ne sont peut-être pas assez distinctes l'une de l'autre, puisque la faculté hygrométrique des tissus paraît souvent tenir à une simple action capillaire.

Cette imperfection dans les rudiments de la physiologie fait présumer combien est arriérée l'étude de la vie végétative. On ne peut regarder comme arrêté que le plan de cette étude, qui résulte d'une première appréciation de l'ensemble des phénomènes vitaux.

La discussion de ce plan serait ici déplacée. Je dois néanmoins y signaler un perfectionnement. Il consiste à distinguer, d'avec les *fonctions* proprement dites, les phénomènes plus compliqués, qui résultent de l'ensemble des diverses fonctions essentielles, comme, par exemple, la production de la chaleur vitale, dont Chaussier avait fait une propriété directe, sous le nom de *caloricité*. Sans cette distinction, il n'est pas possible d'avoir une idée nette de ce qu'il faut entendre par une *fonction*. Mais, ainsi conçue, la physiologie présentera une marche analogue à celle de l'anatomie. L'idée de *propriété* correspondra à la notion de *tissu;* l'idée de *fonction*, à celle d'*organe ;* et la notion définitive de *résultat*, à la considération finale de l'ensemble de l'*organisme*.

Les fonctions qui appartiennent à la vie végétative se réduisent à deux principales, dont l'antagonisme continu correspond à la définition même de la vie : 1° l'*absorption* intérieure des matériaux nutritifs, puisés dans le système ambiant, d'où résulte, d'après leur assimilation graduelle, la nutrition finale; 2° l'*exhalation* à l'extérieur des molécules, devenues étrangères, qui se désassimilent à mesure que cette nutrition s'accomplit. A ce point de vue, comme à tant d'autres, on a exagéré la distinction entre l'organisme animal et l'organisme végétal, surtout lorsqu'on a voulu ériger la *digestion* en un caractère essentiel de l'animalité. Une remarque analogue peut s'appliquer au mouvement des fluides, soit récrémentiels, soit excrémentiels; car il serait impossible de concevoir le moindre organisme sans le mouvement continuel d'un fluide général, tenant en suspension, ou en dissolution, les matières absorbées, ou les matières désagrégées, pour les transporter, au moins par endosmose et exosmose, au lieu de leur incorporation, ou de leur éxhalation définitive. Cette perpétuelle oscillation ne suppose pas un ordre spécial de vaisseaux. Elle peut s'opérer à travers la trame celluleuse, et elle est indispensable aux animaux et aux végétaux.

Une telle analyse montre que les actes de la vie végétative sont de simples phénomènes physico-chimiques : physiques, à l'égard du mouvement des molécules assimilables ou exhalables; chimiques, en ce qui concerne les modifications successives de ces diverses substances. Sous le premier aspect, ils dépendent des propriétés hygrométriques, capillaires et rétractiles du tissu fondamental; sous le second, beaucoup plus obscur jusqu'ici, ils se rapportent à l'action moléculaire que comporte la composition du tissu.

L'étude de la vie générale, ainsi caractérisée, n'est pas

organisée d'une manière rationnelle; car la biotaxie, plus avancée que la physiologie, ne doit voir dans l'organisme végétal que le dernier degré d'une hiérarchie unique. Il est indispensable qu'une semblable conception dirige les spéculations physiologiques, relatives aux fonctions végétatives, uniformément analysées pour l'ensemble des êtres vivants; ce qui n'a jamais été tenté. Jusque-là, les études resteront incomplètes. En effet, l'organisme végétal présentant, dans toute leur simplicité, les fonctions, dont il s'agit de découvrir les lois, dégagées des influences qui les compliquent dans les animaux, c'est ce cas qui peut le mieux dévoiler la partie primordiale d'un tel sujet. Ces phénomènes doivent être graduellement analysés dans la série des degrés intermédiaires; car il serait encore plus impossible, en physiologie qu'en anatomie, de passer brusquement de l'organisme humain, qui constitue toujours le point de départ, à l'organisme végétal, qui en caractérise le dernier terme, ou réciproquement. Cette lacune est sans doute le motif de la stérilité des études entreprises jusqu'ici sur la vie des végétaux. Elles n'ont encore éclairci aucun point de physiologie générale; ce qui s'explique d'autant mieux que les chimistes et les physiciens s'en sont presque toujours emparés. Ainsi la méthode comparative, qui constitue la principale ressource de la biologie, n'a pas encore été convenablement introduite dans l'étude de la vie organique, où elle est encore plus nécessaire que dans celle de la vie animale.

On ne saurait envisager l'état actuel de la biologie sans être choqué des lacunes qu'il présente, même à l'égard des plus simples phénomènes. C'est ainsi qu'on ignore en quoi consiste le fait chimique de la digestion, c'est-à-dire quels changements essentiels y éprouvent les divers matériaux alibiles. Les uns posent en principe l'unité du chyle,

au moins pour chaque espèce, malgré la diversité des aliments; d'autres, au contraire, établissent la variation du chyle d'après celle des substances assimilables. La même imperfection se manifeste à l'égard de la digestion gazeuse, ou respiration. On ne sait pas quelles différences existent entre l'air inspiré et l'air expiré, même chez les animaux les plus élevés. Quant à l'azote, certains physiologistes trouvent que la respiration en augmente la quantité ; d'autres regardent cette quantité comme diminuée; enfin, aux yeux de plusieurs, elle ne souffre aucune altération.

Si, de la considération des *fonctions* nous passons à l'examen des *résultats*, nous verrons que cet ordre d'études, plus difficile, et d'ailleurs fondé sur le précédent, est encore moins avancé. Il suffit de l'indiquer à l'égard de chacun des aspects propres à ce dernier degré de la physiologie.

Le résultat le plus important de l'ensemble des fonctions organiques consiste dans l'état continu de composition et de décomposition qui caractérise la vie végétative. Or, comment ce double mouvement pourrait-il être analysé, lorsque l'assimilation et les sécrétions sont aussi imparfaitement étudiées? Aussi les questions les plus simples ne sont-elles pas convenablement posées. On n'a pas institué, dans la série de l'échelle organique, une comparaison chimique entre la composition totale de chaque organisme et le système correspondant d'alimentation ; ni, au point de vue inverse, entre les produits exhalés et l'ensemble des agents qui les avaient fournis. Nous ne pouvons même pas spécifier en quoi consiste le phénomène de la composition et de la décomposition perpétuelles de tout organisme.

L'action spontanée des corps vivants pour entretenir, entre certaines limites, leur température à un degré dé-

terminé est un second résultat de l'ensemble des fonctions végétatives, qui coexiste presque toujours avec le précédent. Ce caractère est reconnu dans tous les organismes, sans en excepter l'organisme végétal; mais cette étude est mal conçue. Nous avons déjà signalé la confusion qui existe le plus souvent entre l'analyse de la chaleur vitale et celle de l'influence thermologique extérieure. En outre, les physiologistes sont encore disposés à rattacher ces phénomènes aux fonctions de la vie animale, qui ne peuvent influer que sur leur intensité et sur leur activité. La production et la conservation de la chaleur vitale résultent de l'ensemble des actes physico-chimiques; tout corps vivant représente, à cet égard, un véritable foyer chimique plus ou moins durable, susceptible de maintenir spontanément sa température entre certaines limites, par une suite nécessaire des phénomènes de composition et de décomposition qui s'y passent. Tel est le point de vue qui doit dominer dans l'étude de la chaleur vitale. Quand ce phénomène aura été analysé à son origine, on pourra déterminer les modifications dont il est susceptible par l'intervention des fonctions animales. Le renversement de cet ordre ne peut conduire qu'à des notions provisoires ou fausses.

Ces remarques s'appliquent, avec plus de force et d'évidence, à l'étude électrique des corps vivants. La confusion entre l'action organique et l'influence extérieure est plus prononcée. L'erreur sur l'origine physiologique du phénomène conserve plus d'ascendant que dans le cas précédent. On y exagère tellement l'influence des fonctions animales, que les esprits les plus avancés conçoivent à peine que cet ordre de résultats puisse être rapporté à la vie organique. Néanmoins, les actes de la vie végétative doivent produire et entretenir une électrisation permanente. Les

actes animaux ne peuvent exercer qu'une influence modificatrice ; mais l'analyse électrique de l'organisme est encore plus éloignée, que l'analyse thermologique, d'être conçue sous l'aspect que je viens d'indiquer.

En considérant enfin les phénomènes organiques qui résultent, d'une manière plus indirecte, de l'ensemble des fonctions végétatives, il nous reste à apprécier l'esprit qui doit diriger l'étude de la génération et du développement des corps vivants.

Malgré les travaux de Harvey et de Haller sur les animaux les plus élevés, cette étude est encore moins positive que les précédentes. L'influence de la métaphysique s'y fait sentir même chez ceux qui, dans une intention positive, entreprennent, par des recherches stériles sur les générations spontanées, cette vaine détermination des causes essentielles, à laquelle les physiciens ont renoncé à l'égard des plus simples effets naturels. L'obscurité qui enveloppe ce sujet tient à ce qu'on y cherche ce qui ne peut pas y être trouvé. Les physiologistes ont besoin de remonter aux notions les plus élémentaires de la philosophie positive, pour renoncer franchement à toute enquête sur les *causes* de la génération et du développement, et pour réduire la science à en déterminer les *lois*, dont l'étude, à peine ébauchée, comporte un si utile succès. Les plus belles questions positives, celles qui peuvent conduire à l'amélioration des races, y compris la race humaine, n'ont encore attiré qu'indirectement l'attention des physiologistes, et uniquement en raison des arguments plus ou moins spécieux qu'ils espéraient en induire pour ou contre leurs vaines hypothèses métaphysiques. Les travaux des anatomistes sur l'appareil génital et les comparaisons établies par les zoologistes, pour en déduire des moyens de classification, ont préparé les voies à une étude

plus rationnelle. Néanmoins la condition nécessaire à la formation d'une doctrine sur ce sujet, c'est-à-dire l'exacte analyse du phénomène n'a pas été convenablement remplie. Nous ne considérons pas ici les derniers degrés de la hiérarchie organique, où il n'existe pas de génération proprement dite, et où la multiplication s'opère par un simple prolongement de la masse vivante. Dans ce cas extrême, le phénomène est analogue à toute autre sorte de reproduction du tissu cellulaire. Nous n'avons en vue que les organismes assez élevés pour ne pouvoir se reproduire sans le concours de deux appareils, appartenant à deux individus ou à un seul. L'analyse de ce phénomène est bien imparfaite, puisqu'on ne sait même pas en quoi consiste la différence qui existe entre les deux états de l'ovule, avant et après la fécondation.

Il en est ainsi de la doctrine du développement organique, suite inséparable de la théorie de la génération. Cette étude est encore plus imparfaite que celle de la reproduction, parce que la méthode comparative y a été appliquée d'une manière moins complète. La question fondamentale n'a jamais été posée sous une forme commune à tous les organismes, y compris l'organisme végétal. Une grave erreur me semble même y dominer. Car, bien que les biologistes admettent la vie végétative comme base de toute vie animale, c'est sur les appareils et les fonctions de la vie animale que les essais embryologiques sont dirigés. On représente le système nerveux, qui est le plus animal, comme apparaissant le premier dans le développement des organismes supérieurs. Cette manière de voir est en contradiction avec l'harmonie qui doit exister entre les phases de l'évolution individuelle et les degrés de la hiérarchie organique; car, sous ce dernier aspect, le tissu

nerveux ne se manifeste que comme la transformation extrême du tissu primordial.

Pour être complète, cette analyse doit être suivie de l'étude inverse, à laquelle donne lieu le décroissement de l'organisme dans sa marche vers la mort. La théorie de la mort est très peu avancée; car les recherches n'ont guère porté que sur les morts violentes ou accidentelles, considérées dans les organismes les plus élevés, et occasionnées par l'altération des fonctions et des appareils de nature animale, comme l'indiquent les travaux de Bichat. Quant à la dégradation de l'existence organique, un premier aperçu la représente comme une suite inévitable de la vie, par la prédominance croissante du mouvement d'exhalation sur le mouvement d'absorption. Il en résulte une consolidation exagérée de l'organisme, ce *qui*, à défaut d'influences plus rapides, tend à produire un état de dessication incompatible avec tout phénomène vital. Cette vue sommaire ne peut servir qu'à bien caractériser la nature de la question, et à indiquer la direction des recherches qu'elle exige. Les considérations relatives à la vie animale n'y pourront être introduites, que quand cette doctrine prélimiaire aura été convenablement établie.

QUARANTE-QUATRIÈME LEÇON

Sommaire. — Considérations philosophiques sur l'étude générale de la vie *animale*.

Ce que la physiologie organique présente de moins imparfait se réduit à l'étude des phénomènes supplémentaires qui sont empruntés à la vie animale, comme le mécanisme de la circulation, celui de la respiration, etc.

Cette anomalie s'explique aisément : les cas les plus tranchés devaient mieux se prêter à une exploration positive. L'étude des phénomènes animaux tendait davantage à constituer une science distincte. La comparaison biologique s'est d'abord développée à l'égard des fonctions animales, bien que l'étude de la vie organique exige et permette une plus large application de la méthode comparative.

En considérant la supériorité actuelle de la physiologie animale sur la physiologie organique, il importe d'établir une distinction entre la simple *analyse* préliminaire des phénomènes, et leur *explication* définitive. C'est uniquement au premier point de vue que la vie animale a été mieux explorée que la vie végétative, en vertu de la facilité beaucoup plus grande que devait offrir l'examen direct de phénomènes dont l'observateur portait en lui-même le type le plus parfait. Mais il n'en a pas été ainsi sous le second aspect. Il serait, en effet, impossible de comprendre comment l'explication des phénomènes les

plus spéciaux et les plus compliqués pourrait être plus avancée que celle des phénomènes plus simples, qui leur servent de base.

Malgré l'imperfection de la théorie des phénomènes organiques, les explications de la physiologie animale sont conçues dans un esprit beaucoup moins scientifique ; car les phénomènes végétatifs sont assimilables aux phénomènes inorganiques. A cet égard, l'école de Boerhaave n'a péché que par exagération. C'est par là que doit s'introduire le lien entre la philosophie inorganique et la philosophie biologique.

Mais un tout autre esprit doit dominer les théories relatives à la vie animale, c'est-à-dire aux phénomènes d'irritabilité et de sensibilité. Ici, en effet, il n'y a plus aucune analogie avec les phénomènes inorganiques, qui ne présentent rien de semblable. Tout au plus pourrait-on découvrir, au point de vue de l'irritabilité, quelques phénomènes analogues, dans certains mouvements suscités par la chaleur, et surtout par l'électricité. Mais ces rapprochements ne sauraient fournir aucune explication de l'irritabilité. Ce n'est pas l'état contractile, isolément considéré, qui caractérise la fibre irritable ; c'est la production d'un tel effet à la suite d'une indispensable innervation, surtout quant cette stimulation devient volontaire. En n'écartant ainsi aucun des éléments nécessaires à la notion du phénomène, on reconnaît que l'irritabilité est aussi étrangère au monde inorganique que la sensibilité elle-même, dont elle est d'ailleurs inséparable.

Cette double propriété vitale doit donc être conçue comme primordiale chez les êtres, ou plutôt dans les tissus, qui en sont susceptibles, et, par suite, comme absolument inexplicable, au même degré, et par les mêmes motifs philosophiques, que la pesanteur, la chaleur, ou

toute autre propriété physique fondamentale. C'est à ce titre que l'école physico-chimique a engagé la science physiologique dans une voie qui a entravé ses progrès. Néanmoins cette école est provisoirement utile par son antagonisme avec la direction métaphysique, dont la prépondérance eût été, sans un tel obstacle, encore plus nuisible. Faute d'une direction philosophique convenable, un grand nombre de biologistes se sont consumés en efforts illusoires, pour expliquer l'irritabilité et la sensibilité, au moyen de fluides fantastiques, analogues à ceux des physiciens. Presque tous les physiologistes qui n'appartiennent pas à l'école métaphysique se livrent à ces vaines spéculations. Sans méconnaître l'insuccès des tentatives antérieures, ils espèrent que des efforts plus heureux amèneront une découverte imprévue, bien que les physiciens, dans un ordre d'études infiniment plus simple, aient renoncé depuis longtemps à pénétrer le mystère de la pesanteur.

En résumé, la physiologie animale, malgré sa supériorité relativement à l'analyse préliminaire de ses principaux phénomènes, est plus éloignée que la physiologie organique de sa constitution scientifique.

La théorie positive de l'animalité doit être fondée sur la corrélation entre les deux notions élémentaires de l'irritabilité et de la sensibilité, distinguées de toute propriété physique. Cette théorie doit comparer en les analysant, les phénomènes généraux qui s'y rattachent, afin de découvrir leurs *lois*, c'est-à-dire leurs relations de succession ou de similitude. Elle devra faire prévoir le mode d'action d'un organisme animal donné, placé dans des circonstances déterminées, ou réciproquement la disposition animale qui peut être induite de l'accomplissement de tel acte d'animalité.

Cette constitution conserve à la physiologie animale de larges relations, avec la philosophie inorganique, qui suffisent à maintenir la continuité du système de la philosophie positive. Le contact s'établit surtout par la physiologie végétative.

En effet, la vie animale a une double liaison avec la vie organique, qui lui fournit une base, et lui constitue un but. Pour se mouvoir et pour sentir, l'animal doit d'abord vivre, c'est-à-dire végéter. Toute suspension de la vie végétative entraîne la cessation simultanée de la vie animale. Sous le second aspect, les phénomènes d'irritabilité ou de sensibilité sont dirigés, à un degré quelconque de l'échelle animale, par les besoins de la vie organique, qu'ils perfectionnent, soit en lui procurant de meilleurs matériaux, soit en prévenant ou en écartant les influences défavorables. C'est seulement dans l'espèce humaine, et lorsqu'elle est parvenue à un haut degré de civilisation, qu'il est possible de concevoir une sorte d'inversion de cet ordre fondamental, en se représentant la vie végétative comme subordonnée à la vie animale. C'est ce qui constitue la plus noble notion de l'humanité. Encore ne peut-on opérer cette transformation, sous peine de tomber dans un mysticisme dangereux, qu'en transportant à l'espèce entière, ou du moins à la société, le but primitif qui, pour les animaux, est borné à l'individu, ou s'étend tout au plus momentanément à la famille. Cette exception ne pourrait altérer l'universalité d'une considération que vérifie l'ensemble du règne animal. C'est donc par une simple abstraction que nous pouvons isoler la vie animale de la vie organique. Ainsi la théorie positive de l'animalité doit reposer sur celle de la vitalité générale, et se trouve par là combinée avec l'ensemble de la philosophie inorganique, qui fournit les bases de la physiologie végétative.

Mais il existe encore des relations plus directes, quoique secondaires, dans le développement des phénomènes purement animaux. Nous avons, en effet, reconnu que les lois de l'équilibre et du mouvement doivent se vérifier dans tous les phénomènes sans exception. Ainsi, dès que, par l'irritabilité de la fibre musculaire, la contraction a été produite, les phénomènes mécaniques qui peuvent en résulter, soit pour la station, soit pour la locomotion, sont sous la dépendance des lois de la mécanique. Il en est de même, en sens inverse, des fonctions de la sensibilité, relativement à la première des trois parties essentielles du phénomène, c'est-à-dire à l'impression primitive sur les extrémités sentantes, qu'il faut distinguer de sa transmission par le filet nerveux, et de sa perception par l'organe cérébral. Cette impression s'opère toujours par l'intermédiaire d'un véritable appareil physique, soit lumineux, soit acoustique, etc. Les notions acquises en physique doivent être appliquées à la physiologie animale; mais une telle application exigerait souvent des progrès qui ne sont pas encore accomplis. La création de quelques doctrines nouvelles serait même nécessaire, comme la théorie des saveurs et celle des odeurs, où il y a, sans doute, plusieurs lois générales et purement inorganiques à établir sur leur mode de propagation. On peut ainsi vérifier que la chimie s'applique surtout à la physiologie végétative, et la physique, à la physiologie animale.

Les notions d'irritabilité et de sensibilité n'ont pas encore acquis leur caractère scientifique, parce que chacun de ces deux attributs de l'animalité n'est pas rattaché assez énergiquement à la considération exclusive d'un tissu correspondant. Cette condition n'a été jusqu'à présent remplie que dans le système physiologique de de Blainville.

L'erreur de Bichat, à ce sujet, était presque inévitable, vu l'extrême imperfection, à cette époque, de l'analyse anatomique des tissus. Des observations mal faites ou mal discutées pouvaient permettre alors de croire à l'existence de la sensibilité dans des parties dépourvues de nerfs. Les prétendus animaux sans nerfs, sur lesquels l'école métaphysique a tant insisté, disparaissent à mesure que les progrès intellectuels et matériels de l'anatomie comparée disposent les observateurs à mieux généraliser la notion du système nerveux, et à le reconnaître plus exactement dans les organismes inférieurs : c'est ainsi qu'on l'a découvert chez plusieurs animaux rayonnés. Il est temps d'ériger en axiome la nécessité des nerfs pour un degré quelconque de sensibilité. Les exceptions apparentes sont autant d'anomalies qui seront résolues par les progrès ultérieurs de l'analyse anatomique.

Il faut faire subir une transformation analogue aux notions relatives à l'irritabilité, qui sont encore dominées par la théorie de Bichat. Ce physiologiste concevait les contractions du cœur comme déterminées, indépendamment de toute action nerveuse, par la stimulation immédiate résultant de l'afflux du sang. Mais il est reconnu aujourd'hui, surtout depuis les expériences de Legallois, que l'innervation est tout aussi indispensable à l'irritabilité de ce muscle qu'à celle de tout autre. La distinction de Bichat entre la contractilité organique et la contractilité animale doit être abandonnée. Toute irritabilité est nécessairement animale, c'est-à-dire qu'elle exige une innervation correspondante, quel que soit d'ailleurs le centre de l'action nerveuse. Ce sujet attend néanmoins plusieurs éclaircissements essentiels. Il s'agit de la distinction scientifique que la théorie positive de l'irritabilité doit maintenir entre les mouvements volontaires et les mouvements involontaires.

La doctrine de Bichat représentait cette différence. Au contraire, en ne reconnaissant qu'une irritabilité unique, on constitue une difficulté très délicate, et dont la solution est néanmoins indispensable pour faire comprendre comment tous les mouvements ne deviennent pas indistinctement volontaires. L'insuffisance des explications actuelles ne peut réagir contre le principe; il faut que des différences anatomiques, vraiment appréciables, soient coordonnées à des différences physiologiques, ce qui n'existe pas encore. On ne saurait confondre ces recherches avec la vaine enquête des causes de la volonté, puisqu'il s'agit seulement de découvrir les conditions organiques qui doivent exister pour rendre volontaires, par exemple, les mouvements des muscles locomoteurs, tandis que ceux du muscle cardiaque sont si profondément involontaires. La science présente donc, à cet égard, une lacune qui obscurcit la théorie positive de l'irritabilité, dont le principe seul peut être regardé comme établi.

Au reste, quelque difficile que soit la question ainsi posée, on peut en espérer une solution satisfaisante. La voie qui doit y conduire consiste dans une analyse des mouvements, en quelque sorte intermédiaires, c'est-à-dire qui, primitivement volontaires, finissent par devenir involontaires, ou réciproquement. Ces cas me paraissent propres à vérifier que la distinction incontestable des mouvements en volontaires et en involontaires ne tient pas à une différence de l'irritabilité musculaire, mais seulement au mode et peut-être même au degré de l'innervation, modifié surtout par une longue habitude. On ne saurait, par exemple, concevoir autrement que les mouvements excréteurs de l'urine qui, dans le jeune âge, ou dans un grand nombre de maladies, sont évidemment involontaires, prennent, par la seule influence d'une énergique résolution, le caractère

volontaire qu'ils acquièrent ordinairement chez les animaux supérieurs.

Tels sont les aperçus propres à montrer l'imperfection de l'étude de l'animalité, en ce qui concerne l'explication, même la plus élémentaire, des phénomènes essentiels. En considérant la physiologie animale sous l'aspect beaucoup plus simple de l'analyse préliminaire de ses phénomènes généraux, nous reconnaîtrons aisément que cette analyse, qui nous paraissait satisfaisante, en la comparant à celle de la vie organique, n'est pas au niveau des besoins de la science.

Quant aux fonctions relatives à l'irritabilité, aucun mécanisme des mouvements animaux n'a été bien analysé. On conserve entre ces mouvements une distinction vicieuse, lorsqu'on les sépare en mouvements généraux produisant le déplacement total de la masse animale, et en mouvements partiels servant surtout à la vie organique, soit pour l'introduction des aliments ou l'expulsion des résidus, soit pour la circulation des fluides. Les premiers mouvements sont aussi partiels que les autres. Car, au point de vue mécanique, l'organisme n'en saurait comporter spontanément d'autres. L'animal ne peut jamais, par aucune action intérieure, déplacer directement son centre de gravité, sans une coopération étrangère. Les mouvements qui produisent la locomotion ne sont donc pas d'une autre nature mécanique que ceux, par exemple, qui transportent le bol alimentaire le long du canal digestif.

Les plus simples notions de la mécanique animale étant viciées dès l'origine, on ne saurait s'étonner des disputes des physiologistes au sujet du mécanisme de la circulation et de celui de la locomotion extérieure.

La physiologie actuelle est impuissante à décider quel mouvement doit résulter de l'action d'un appareil donné

d'après sa seule analyse anatomique. Cette science est réduite, contrairement à sa destination, à ne pouvoir prédire que des événements accomplis. Aussi les physiologistes les plus avancés, tout en reconnaissant cette nécessité logique, se sont-ils bornés à renvoyer un tel travail aux géomètres et aux physiciens. Ceux-ci, de leur côté, fort excusables d'ignorer l'anatomie, ont apporté des habitudes de précision numérique, incompatibles avec l'esprit du sujet, et sont parvenus à des résultats assez absurdes pour discréditer, aux yeux de juges irréfléchis, toute application de la mécanique générale à la mécanique animale. Nous avons déjà dit que l'application de tout instrument logique doit appartenir, non pas à ceux qui l'ont construit, mais à ceux qui s'occupent du sujet auquel il est destiné. Les physiologistes doivent donc se rendre aptes, par une plus forte éducation préalable, à traiter eux-mêmes les applications de la mécanique. Il en est de même pour d'autres parties de leur science. Ainsi, l'étude de la phonation suppose que l'analyse des mouvements de l'appareil vocal soit dirigée d'après les indications résultant des connaissances physiques sur la théorie du son. Il serait impossible, sans cela, de comprendre la production de la voix, et de ses modifications chez les divers animaux. Bien que la parole soit sans doute un résultat de notre supériorité intellectuelle, il faut bien cependant que la structure de notre appareil vocal offre certains caractères en harmonie avec cette faculté. Or l'application des lois de l'acoustique est indispensable pour faire découvrir en quoi consistent ces particularités. Il faut espérer que la considération de telles relations entre les sciences les plus indépendantes en apparence ouvrira enfin les yeux des savants sur les inconvénients du morcellement qui préside à l'étude de la philosophie.

L'analyse des divers phénomènes de la sensibilité ne présente pas un caractère plus satisfaisant, même abstraction faite des fonctions intellectuelles et morales.

L'impression directe de l'agent externe sur les extrémités nerveuses, à l'aide d'un appareil physique plus ou moins spécial, donne lieu à des remarques analogues aux précédentes. En effet, la théorie des sensations est nécessairement surbordonnée aux lois physiques correspondantes. C'est surtout manifeste pour les théories de la vision et de l'audition, comparées à l'optique et à l'acoustique. Les plus simples modifications du phénomène de la vision ou de l'audition ne peuvent pas jusqu'ici être rapportées à des conditions organiques déterminées, comme, par exemple, l'ajustement de l'œil pour voir distinctement à des dissances très variées. Les physiologistes ont laissé les physiciens attribuer cette faculté à diverses circonstances de structure, toujours illusoires ou insuffisantes, en se réservant seulement une critique très facile, au lieu de se saisir d'une recherche qui leur appartient exclusivement. La plupart des lois positives de la vision ou de l'audition, et même de l'olfaction ou de la gustation, sont encore ignorées.

Le seul point de méthode qui soit arrêté d'une manière scientifique, c'est l'ordre suivant lequel les diverses espèces de sensations doivent être étudiées. Cette notion, qui a été fournie par l'anatomie comparée, plutôt que par la physiologie, consiste à classer les sens suivant leur spécialité croissante, de la manière suivante : le contact, le goût, l'odorat, la vue et l'ouïe. Cet ordre est déterminé par l'analyse de la série animale. Les sens doivent, en effet, être réputés plus spéciaux et plus élevés, à mesure qu'ils disparaissent à des degrés moins inférieurs de l'échelle zoologique. Cette gradation coïncide avec le rang d'im-

portance de la sensation, sinon pour l'intelligence, du moins pour la sociabilité. On doit aussi noter la distinction secondaire, introduite par Gall, entre l'état actif et l'état passif de chaque sens. Une considération analogue consisterait à distinguer les divers sens eux-mêmes en actifs et en passifs, selon que leur action est volontaire ou involontaire. Cette distinction me paraît très marquée entre la vision et l'audition. La première exige, à un degré quelconque, notre libre participation, tandis que la seconde s'effectue toujours, même malgré nous, et à notre insu. Il existe une différence semblable, mais moins prononcée, entre le goût et l'odorat.

Depuis Cabanis, et surtout depuis Gall, on a senti la nécessité de compléter l'analyse des sensations proprement dites par l'étude d'une seconde classe de sensations : ce sont les sensations intérieures qui se rapportent à la satisfaction des divers besoins, soit de nutrition, soit de reproduction, et auxquelles il faut joindre, dans l'état pathologique, les différentes douleurs produites par une altération quelconque. Un tel ordre constitue la transition naturelle entre l'étude des sensations et celle des fonctions affectives ou intellectuelles. Mais cette partie de la théorie des sensations est encore moins avancée que la précédente. La seule notion positive qu'on ait à cet égard consiste dans la nécessité du système nerveux, reconnue commune aux deux genres de sensibibilité. Je dois cependant signaler une heureuse remarque de de Blainville sur le siège de l'impression. Outre l'affection directe de l'organe principal relatif à la satisfaction du besoin considéré, il y a toujours une affection sympathique à l'orifice du canal qui doit introduire l'agent destiné à cette satisfaction, qu'il s'agisse de l'incrétion d'aliments solides, liquides, ou gazeux. Il en est de même, en sens inverse, pour les divers

besoins d'excrétion, toujours ressentis sympathiquement à l'extrémité du canal excréteur.

La théorie positive des sensations est donc encore moins avancée que celle des mouvements. L'imperfection de la doctrine tient surtout à celle de la méthode, et, par suite, à l'insuffisante préparation de ceux qui ont abordé cette étude, depuis qu'elle a été soustraite à la stérile domination des métaphysiciens. Toutefois, cette heureuse émancipation a écarté l'obstacle fondamental. Quelques travaux indiquent, dans la génération actuelle, une tendance progressive à organiser les recherches d'après le véritable esprit d'une telle étude. Ce caractère est surtout prononcé à l'égard des sens les plus simples et les moins spéciaux, comme le goût. Je dois signaler, à ce sujet, les expériences de Pinel-Grandchamp et de Foville sur la détermination du siège des diverses saveurs dans des parties correspondantes de l'organe du goût. Un tel exemple est propre à faire comprendre en quoi doit consister le perfectionnement de l'étude préliminaire des sensations : il se réduit à développer l'harmonie entre l'analyse anatomique et l'analyse physiologique.

Il nous reste enfin à considérer les notions relatives au mode d'action, qui sont communes aux phénomènes de l'irritabilité et à ceux de la sensibilité.

Les considérations sur le mode d'action commun à l'irritabilité et à la sensibilité doivent être divisées en deux classes, suivant qu'elles se rapportent à chaque fonction de mouvement ou de sensation envisagée en elle-même, ou à l'association de ces diverses fonctions. Enfin, les premières peuvent avoir pour objet le mode ou le degré du phénomène animal. Tel est l'ordre d'après lequel nous devons signaler les parties correspondantes

de la physiologie, en examinant d'abord la théorie de l'intermittence d'action, et, par suite, celle de l'habitude, qui en est la conséquence.

Bichat doit être regardé comme le fondateur de cette partie complémentaire de la physiologie. Il a, le premier, fait ressortir le caractère d'intermittence propre à toute faculté animale, opposé à la continuité des phénomènes végétatifs. Il a consacré à ce sujet un admirable chapitre dans ses *recherches physiologiques sur la vie et la mort*. Le double mouvement de composition et de décomposition, qui constitue la vie générale, ne peut pas être un seul instant suspendu, sans déterminer aussitôt la tendance à la désorganisation : au contraire, tout acte d'irritabilité ou de sensibilité est nécessairement intermittent. Aucune contraction, ni aucune sensation, ne peut être conçue comme indéfiniment prolongée. La continuité serait aussi contradictoire dans la vie animale, que la discontinuité, dans la vie organique. Cette théorie de l'intermittence a été perfectionnée, surtout dans le système biologique de de Blainville. Bichat faisait de vains efforts pour écarter l'objection tirée de phénomènes qu'il rapportait à la vie organique, et qui, néanmoins, sont aussi intermittents que les phénomènes d'animalité les moins équivoques. C'est incontestable à l'égard des muscles intestinaux, et même à l'égard du cœur, dont chaque fibre irritable présente, en un temps donné, une somme d'instants de repos au moins égale à celle des instants d'activité, si l'on a égard à la comparaison entre la systole et la diastole. Toute la différence se réduit alors à la plus grande multiplicité des intervalles. La difficulté se trouve résolue par la théorie positive de l'irritabilité et de la sensibilité. Car cette théorie rattachant chacune de ces deux propriétés animales à un tissu correspondant, l'intermittence

devient un attribut des organes composés de ces deux tissus.

La théorie de l'intermittence s'applique aux phénomènes que présentent les divers degrés de sommeil. Car l'état de sommeil consiste dans la suspension simultanée des principaux actes d'irritabilité et de sensibilité. Il est aussi complet que puisse le permettre l'organisme des animaux supérieurs, quand il n'offre d'exception que pour les mouvements et les sensations indispensables à la vie organique, et dont l'activité est alors notablement diminuée. Le phénomène comporte des degrés très variés, depuis la simple somnolence jusqu'à la torpeur des animaux hibernants. Mais la théorie du sommeil, instituée par Bichat, n'est qu'ébauchée. Les conditions organiques d'un tel état sont imparfaitement connues, sauf la stagnation du sang veineux dans l'encéphale, qui paraît constituer un indispensable préliminaire de tout engourdissement étendu et durable. L'étude du sommeil incomplet est moins avancée; cependant un tel état a nécessairement des lois, aussi bien que l'état parfait de veille. Mais, malgré son imperfection, cette théorie n'en demeure pas moins constituée, puisque le phénomène est ainsi *expliqué*, suivant l'acception scientifique de ce terme, par son assimilation aux phénomènes de repos partiel que présentent tous les actes de la vie animale. Dans le perfectionnement ultérieur de la théorie de l'intermittence, on devra ne pas négliger l'aperçu d'après lequel Gall a proposé de la rattacher à la symétrie qui caractérise tous les organes de la vie animale, en regardant chacune des deux parties de l'appareil symétrique comme alternativement active et passive. De cette manière, leur fonction n'est jamais simultanée, aussi bien pour les sens extérieurs que pour les organes intellectuels, ce qui, toutefois, mérite un examen approfondi.

On passe naturellement de la théorie de l'intermittence à celle de l'habitude, dont l'institution est également due à Bichat. Un phénomène continu serait susceptible de persistance, en vertu de la loi d'inertie. Mais des phénomènes intermittents peuvent seuls donner lieu à des habitudes, c'est-à-dire qu'ils peuvent tendre à se reproduire spontanément par l'influence d'une répétition préalable, suffisamment prolongée, à des intervalles convenables. On doit voir dans cette propriété animale une des bases de la perfectibilité graduelle des animaux, et surtout de l'homme. C'est ainsi que les phénomènes vitaux peuvent, en quelque sorte, participer à la régularité des phénomènes du monde inorganique, en devenant, comme eux, périodiques, malgré leur complication supérieure. De là résulte, en outre, la transformation des actes volontaires en tendances involontaires. Mais cette étude est aussi peu avancée que celle de l'intermittence. On a examiné l'influence des habitudes contractées, beaucoup plus que leur mode d'établissement. Il y aurait peut-être lieu de ne pas faire, de cette propriété, un attribut exclusif de l'organisme animal. En effet, j'ai déjà constaté, à l'occasion des phénomènes du son, que les appareils inorganiques eux-mêmes comportent spontanément une plus facile reproduction des mêmes actes, d'après une réitération, convenablement prolongée et suffisamment régulière ; ce qui est bien le caractère de l'habitude animale, surtout quand on se borne à l'envisager dans les fonctions qui dépendent de l'irritabilité. D'après cet aperçu, que je livre à la méditation des biologistes, on pourrait peut-être rattacher la loi de l'habitude à la loi de l'inertie, telle que l'entendent les géomètres dans la théorie du mouvement et de l'équilibre.

En considérant les phénomènes communs à l'irritabilité et à la sensibilité, au point de vue de leur degré d'activité,



les physiologistes ont à examiner les deux termes extrêmes d'une action exagérée et d'une action insuffisante, après lesquelles se place l'état normal intermédiaire. Un tel ordre est déterminé par cette prescription évidente de la logique positive, qui, dans un sujet quelconque, interdit tout espoir d'entreprendre avec succès l'étude des cas intermédiaires, tant que les cas extrêmes qui les comprennent n'ont pas été bien examinés.

Le besoin d'exercer les facultés est le plus général et le plus important de tous ceux qui appartiennent à la vie animale. On peut même dire qu'il les comprend tous, si l'on écarte ce qui n'est relatif qu'à la vie organique, soit pour la nutrition, soit pour la reproduction. La seule existence d'un organe animal suffit pour faire naître une telle sollicitation. Malheureusement cette étude est très imparfaite relativement à la plupart des fonctions animales et à chacun de leurs trois degrés généraux d'activité. C'est à elle que se rapporte l'analyse des phénomènes du plaisir et de la douleur, au physique ou au moral. Le cas du défaut a été moins étudié que celui de l'excès ; cependant l'examen en est très important, à cause de la théorie de l'ennui. Quant au degré intermédiaire, qui caractérise la santé, le bien-être, et finalement le bonheur, on ne pourra pas le traiter, tant que l'analyse des deux degrés précédents demeurera aussi imparfaite. La physiologie actuelle ne présente, à cet égard, d'autre point nettement établi que le principe qui prescrit de ne pas envisager ce degré normal d'une manière absolue, mais de le subordonner toujours à l'énergie intrinsèque des facultés correspondantes. La raison vulgaire l'avait déjà reconnu, malgré la difficulté qu'éprouvent les hommes à se conformer, dans la pratique sociale, à ce précepte évident; car chacun a une tendance irréflé-

chie à ériger sa propre individualité en type de l'espèce entière.

Il nous reste à signaler le troisième ordre de considérations communes aux phénomènes d'irritabilité et de sensibilité, c'est-à-dire l'étude de l'association des fonctions animales.

Ce sujet doit être décomposé en deux parties, d'après une distinction, introduite par Barthez, entre les *sympathies* et les *synergies*. La différence entre ces deux sortes d'association vitale correspond à celle qui existe entre l'état normal et l'état pathologique; car il y a synergie toutes les fois que deux organes concourent à l'accomplissement régulier d'une fonction quelconque. Toute sympathie suppose, au contraire, une certaine perturbation, qu'il s'agit de faire cesser par l'intervention d'un organe non affecté primitivement. Ces deux modes d'association physiologique appartiennent exclusivement aux phénomènes d'irritabilité et de sensibilité. Malgré le service que Bichat a rendu, en introduisant, en biologie, l'étude des sympathies, réservée précédemment aux médecins, sa vicieuse théorie des forces vitales a exercé une fâcheuse influence sur les notions de ces phénomènes. Néanmoins la base de cette étude peut être regardée comme instituée, parce qu'on s'accorde à voir dans le système nerveux l'agent de toute sympathie. Quant à la formation de cette théorie, elle est à peine ébauchée. L'étude des synergies, qui est beaucoup plus simple, ne présente pas un caractère scientifique plus satisfaisant; cependant ce sujet conduit directement à la théorie capitale de la physiologie positive, celle de l'unité de l'organisme animal, résultant d'une harmonie entre les diverses fonctions principales, du moins si l'on combine cette notion d'équilibre mutuel avec celle du degré normal de chaque faculté élémen-

taire. C'est là qu'il faut chercher la théorie du moi, si absurdement dénaturée par les rêveries des métaphysiciens. Le sentiment du moi est déterminé par cet équilibre, dont les perturbations, au delà des limites normales, l'altèrent profondément dans un grand nombre de maladies.

QUARANTE-CINQUIÈME

Sommaire. — Considérations générales sur l'étude positive des fonctions intellectuelles et morales, ou cérébrales.

En remontant, dans l'histoire de l'esprit humain, à l'époque de Descartes, qui est caractérisée par la première ébauche d'un système complet de philosophie positive, on remarque que ce puissant rénovateur n'a pas pu s'élever suffisamment au-dessus de son siècle, pour étendre sa méthode aux phénomènes intellectuels et moraux. Après avoir institué une vaste hypothèse mécanique sur la théorie des phénomènes les plus simples et les plus universels, il étendit le même esprit aux différentes notions du monde inorganique, et il y subordonna aussi l'étude des principales fonctions physiques de l'organisme animal. Mais son impulsion réformatrice s'arrêta aux fonctions affectives et intellectuelles, dont il laissa l'apanage à la philosophie théologique et métaphysique. L'ouvrage de Malebranche, qui fut, à cet égard, le principal interprète de Descartes, indique cette constitution contradictoire de la philosophie moderne, continuant d'appliquer, aux parties les plus compliquées du système intellectuel, des méthodes dont elle proclame l'inanité à l'égard des sujets les plus simples.

Cette situation n'a pas changé pendant les deux derniers siècles. L'école de Boerhaave a toujours respecté la séparation établie par Descartes. L'étude des phénomènes in-

tellectuels et moraux est restée, jusqu'à notre siècle, en dehors du mouvement scientifique imprimé par Descartes. La critique de l'esprit positif s'est exercée uniquement sur les résultats, sans attaquer la suprématie de la métaphysique dans l'étude de l'homme intellectuel et moral. On peut le vérifier jusque chez Cabanis. Ce fut Gall qui osa, le premier, contester à cette philosophie sa compétence, et qui essaya de faire rentrer dans la science moderne la théorie des plus hautes fonctions vitales.

Cette première tentative, malgré son imperfection, a mis la physiologie en possession de ce complément de son domaine. Ni les efforts d'un despotisme énergique, secondé par la honteuse condescendance de quelques savants accrédités, ni les sarcasmes de l'esprit littéraire et métaphysique, ni même les essais irrationnels des imitateurs de Gall, n'ont pu empêcher l'accroissement de ce nouveau système d'études.

La théorie positive des fonctions affectives et intellectuelles consiste dans l'étude expérimentale *et* rationnelle des divers phénomèmes de sensibilité intérieure, propres aux ganglions cérébraux dépourvus de tout appareil extérieur immédiat; ce qui constitue un simple prolongement de la physiologie animale. Suivant nos principes de hiérarchie scientifique, nous pouvons concevoir pourquoi cette dernière partie de la physiologie n'a dû passer à l'état positif qu'après toutes les autres, puisqu'elle se rapporte aux phénomènes les plus compliqués et les plus spéciaux de l'économie animale. Gall ne pouvait venir qu'après Bichat; et l'on devrait s'étonner qu'il l'ait suivi d'aussi près, si la maturité d'une telle opération philosophique ne l'expliquait suffisamment. La différence de ces phénomènes physiologiques par rapport aux précédents, leur importance plus directe, et surtout l'imperfection de leur

étude, sont des motifs suffisants pour ériger ce nouveau corps de doctrine en une troisième partie générale de la physiologie, jusqu'à ce qu'une étude plus complète permette de le placer dans sa véritable position encyclopédique, c'est-à-dire comme une simple subdivision de la physiologie animale. Mais il ne faut pas perdre de vue la subordination de cette troisième sorte de physiologie à la physiologie animale, dont elle diffère beaucoup moins que celle-ci ne diffère de la physiologie organique.

Il serait superflu de discuter l'impuissance de la méthode métataphysique appliquée à l'étude des phénomènes intellectuels et moraux, et la nécessité de la remplacer par la méthode positive. Mais, pour mieux caractériser l'esprit de la physiologie phrénologique, il ne sera pas inutile d'analyser les vices de la prétendue méthode psychologique, envisagée en ce qu'elle a de commun avec les principales écoles actuelles, c'est-à-dire avec l'école française, l'école allemande et l'école écossaise.

Je n'ajouterai rien à ce que j'ai déjà dit du principe de l'*observation intérieure*, pour faire ressortir l'absurdité que présente la supposition contradictoire de l'homme se regardant penser. Broussais a remarqué qu'une telle méthode, supposée possible, devait tendre à rétrécir l'étude de l'intelligence, en la limitant au cas de l'homme adulte et sain. En prolongeant la même réflexion, on doit être frappé de l'interdiction qui se trouve ainsi jetée sur toute étude intellectuelle, ou morale des animaux de la part desquels les psychologues n'attendent sans doute aucune *observation intérieure*. Le cas des animaux a toujours constitué l'écueil contre lequel les théories psychologiques sont venues s'échouer, depuis que les naturalites ont forcé les métaphysiciens à renoncer à l'expédient de Descartes, et à reconnaître que les animaux

supérieurs manifestent la plupart de nos facultés affectives et même intellectuelles, avec de simples différences de degré.

Une fonction ne peut être étudiée que par rapport à l'organe qui l'accomplit, ou aux phénomènes de son accomplissement. Les fonctions affectives, et surtout les fonctions intellectuelles, ne peuvent être observées pendant leur accomplissement, mais seulement dans leurs résultats. Il n'y a que deux manières d'étudier un tel ordre de fonctions : ou en déterminant les conditions organiques dont elles dépendent, ce qui constitue le principal objet de la physiologie prénologique ; ou en observant la suite des actes intellectuels et moraux, ce qui appartient plutôt à l'histoire naturelle. Cette étude est liée, d'une part, aux parties antérieures de la philosophie, et, d'autre part, à l'ensemble de l'histoire des animaux, de l'homme et même de l'humanité. Mais, lorsqu'on écarte du sujet la considération de l'agent et celle de l'acte, quel aliment reste-t-il à l'esprit, sinon une inintelligible *logomachie*, où des entités purement nominales se substituent aux phénomènes? L'étude la plus difficile est ainsi isolée des sciences plus simples et plus parfaites, sur lesquelles on prétend la faire majestueusement régner.

La psychologie, ou idéologie, considérée à l'égard de la doctrine, présente une erreur, qui résulte d'une fausse appréciation des rapports entre les facultés affectives et les facultés intellectuelles. Tous les métaphysiciens sont d'accord sur la prépondérance de ces dernières. L'*esprit* est devenu le sujet à peu près exclusif de leurs spéculations ; les facultés affectives ont été presque entièrement négligées, et subordonnées à l'intelligence. Or une telle conception représente l'inverse de la réalité, non seulement pour les animaux, mais encore pour l'homme. Car l'expérience

montre que les affections, les penchants, les passions constituent les principaux mobiles de la vie humaine. Il est même certain que les penchants les moins nobles, les plus animaux, sont habituellement les plus énergiques, et, par suite, les plus influents. L'homme a été représenté, contre l'évidence, comme un être essentiellement raisonneur, exécutant continuellement, à son insu, une multitude de calculs imperceptibles, sans presque aucune spontanéité d'action, même dès la plus tendre enfance. Deux causes ont conduit les métaphysiciens à cette hypothétique suprématie de l'intelligence : la première consiste dans la démarcation établie entre les animaux et l'homme ; la seconde provient de l'obligation où ils étaient de conserver l'unité du *moi*, pour la faire correspondre à l'unité de l'*âme*, qui leur était imposée par la philosophie théologique, dont la métaphysique n'est qu'une transformation. Mais les savants positivistes, qui ne s'assujettissent à aucune autre obligation intellectuelle que celle de voir, sans aucune entrave, le véritable état des choses, et de le reproduire exactement dans leurs théories, ont reconnu, par l'expérience, que, loin d'être unique, la nature humaine est éminemment multiple, c'est-à-dire sollicitée presque toujours, en divers sens, par plusieurs puissances distinctes et indépendantes, entre lesquelles l'équilibre s'établit péniblement, lorsque, comme chez la plupart des homme civilisés, aucune d'elles n'est assez prononcée pour devenir spontanément prépondérante. Ainsi, la théorie du *moi* ne représente qu'un état fictif. Il n'existe, à cet égard, d'autre sujet de recherches positives que l'étude de cet équilibre des diverses fonctions animales, tant d'irritabilité que de sensibilité, qui caractérise l'état normal, où chacune d'elles est en association avec l'ensemble des autres, suivant les lois des sympathies et

surtout des synergies. C'est du sentiment continu d'une telle harmonie, fréquemment troublée dans les maladies, que résulte la notion, très abstraite et très indirecte, du *moi*, c'est-à-dire du consensus universel de l'ensemble de l'organisme. Les psychologues ont vainement voulu faire de cette idée, ou plutôt de ce sentiment, un attribut exclusif de l'humanité. Il est la suite nécessaire de toute vie animale, et il appartient aussi aux animaux, bien qu'ils n'en puissent disserter. Sans doute un chat ou tout autre vertébré, sans savoir dire *je*, ne se prend pas pour un autre que lui-même. Le sentiment de la personnalité est peut-être plus prononcé chez les animaux supérieurs que chez l'homme, à cause de leur vie plus isolée.

L'étude intellectuelle et morale des animaux a été abandonnée aux naturalistes; mais les conceptions métaphysiques ont exercé une influence funeste, par la distinction établie entre l'intelligence et l'instinct. Le mot *instinct* n'a, en lui-même, d'autre acception que celle de désigner une impulsion spontanée vers une direction déterminée, indépendamment de toute influence étrangère, et dans ce sens il s'applique à l'activité propre d'une faculté quelconque, intellectuelle ou affective. Il ne contraste nullement avec le nom d'*intelligence*, ainsi qu'on le voit si souvent, lorsqu'on parle de ceux qui, sans aucune éducation, manifestent un talent prononcé pour la musique, la peinture, les mathématiques, etc. A ce point de vue, il y a, chez l'homme, de l'instinct, ou plutôt des instincts, tout autant, et même plus, que chez les animaux. D'autre part, l'*intelligence* de l'homme consiste surtout dans son aptitude à modifier sa conduite conformément aux circonstances de chaque cas; ce qui constitue le principal attribut pratique de la *raison*. Il n'y a lieu d'établir, entre l'humanité et

l'animalité, aucune autre différence que celle du degré. La définition scolastique de l'homme comme *animal raisonnable* présente un non-sens. En effet, aucun animal, surtout dans la partie supérieure de l'échelle zoologique, ne pourrait vivre sans être, jusqu'à un certain point, raisonnable, suivant la complication de son organisme. Les animaux appliquent, de la même manière que l'homme, leur intelligence à la satisfaction de leurs besoins organiques, en s'aidant aussi, lorsque le cas l'exige, d'un certain degré de langage correspondant à la nature et à l'étendue de leurs relations. Ils sont, en outre, susceptibles d'un ordre de besoins plus désintéressés, consistant dans l'exercice direct de leurs facultés animales, pour l'unique plaisir de les exercer. C'est ce qui les conduit souvent, comme les enfants ou les sauvages, à inventer de nouveaux jeux. On a donc introduit une vaine distinction métaphysique, lorsque, dénaturant le sens du mot *instinct*, on a désigné ainsi la tandance fatale des animaux à l'exécution machinale d'*actes* uniformément déterminés. Cette supposition est un reste de l'hypothèse automatique de Descartes.

C'est un procédé peu philosophique de juger une doctrine par les résultats auxquels conduits son application, au lieu de l'apprécier directement. Mais, après un tel examen, il est utile d'en signaler les conséquences. Or, cette épreuve serait bien désavantageuse aux diverses théories psychologiques. Rien n'est plus facile à vérifier pour l'école française; car le traité d'Helvétius contient l'application la plus rigoureuse de cette philosophie, malgré les efforts tentés pour déguiser une telle filiation. Le paradoxe de ce philosophe sur l'égalité des intelligences, et sur l'égoïsme érigé en principe de toute nature morale, présente deux conséquences de la manière vicieuse dont cette métaphysique concevait, d'une part, les

facultés intellectuelles, et, d'autre part, les facultés affectives. L'école allemande ne comporte pas une appréciation plus favorable. Dans l'ordre intellectuel, l'idéologie française conduit aux plus absurdes exagérations sur la puissance illimitée de l'éducation. La psychologie allemande représente son *moi* comme ingouvernable, en vertu de la liberté vagabonde qui en constitue le caractère, et qui ne permet de le concevoir assujetti à aucune loi. Au point de vue moral, les uns tendent à réduire toutes les relations sociales à d'ignobles coalisations d'intérêts privés; les autres sont entraînés à organiser une sorte de mystification universelle, où la disposition de chacun à diriger sa conduite d'après l'idée abstraite du devoir aboutirait à l'exploitation de l'espèce par un petit nombre d'habiles charlatans. L'école écossaise, qui admettait la sympathie, en même temps que l'égoïsme, était plus rapprochée de la réalité; mais le vague de ses doctrines et surtout leur défaut de liaison ne lui ont pas permis d'exercer une aussi grande influence.

L'ancien système d'études des phénomènes intellectuels et moraux étant ainsi apprécié, nous devons examiner la physiologie phrénologique.

Deux principes philosophiques indiscutables servent de base à la doctrine de Gall, savoir : 1° l'innéité des diverses dispositions affectives et intellectuelles; 2° la pluralité des facultés distinctes et indépendantes les unes des autres, bien que les actes effectifs exigent ordinairement leur concours plus ou moins complexe. Sans sortir de l'espèce humaine, tous les cas de talents ou de caractères prononcés, en bien ou en mal, prouvent la réalité du premier principe. La diversité même de ces cas bien tranchés, la plupart des états pathologiques, surtout de ceux où le système nerveux est directement atteint, démontrent la

justesse du second. L'observation comparative des principales natures animales ne laisse d'ailleurs aucun doute, sous l'un et l'autre aspect. Dans l'ordre anatomique, cette conception correspond à la division du cerveau en un certain nombre d'organes partiels, symétriques comme tous ceux de la vie animale. Le cerveau n'est plus un *organe* : il devient un *appareil*, plus ou moins complexe suivant le degré d'animalité. L'objet de la physiologie phrénologique consiste à déterminer l'organe cérébral particulier à chaque disposition, affective ou intellectuelle, nettement prononcée, et bien reconnue comme étant, à la fois, simple et nouvelle. Il s'agit réciproquement d'indiquer, ce qui est encore plus difficile, à quelle fonction préside telle partie de la masse encéphalique, qui représente les conditions anatomiques d'un organe distinct. Ainsi conçue, cette dernière partie de la physiologie générale se propose le même but que la physiologie organique et la physiologie animale : elle étudie, dans une vue analogue, des phénomènes plus élevés. Malheureusement, l'institution des moyens est loin de correspondre à la difficulté du sujet.

Le principe de la décomposition de la nature phrénologique en facultés, et de l'appareil cérébral en organes correspondants, consiste à regarder les fonctions affectives et intellectuelles comme plus élevées, plus humaines et, en même temps, moins énergiques, à mesure qu'elles deviennent plus exclusives à la partie supérieure de la série zoologique. En vertu de ce même principe, leurs sièges sont situés dans des portions de la masse encéphalique, moins étendues et plus éloignées de sou origine, le crâne étant considéré comme un simple prolongement de la colonne vertébrale. La partie antérieure du cerveau, qui est la moins développée, est attribuée aux facultés caractéristiques de l'humanité; la partie postérieure, qui est la

plus volumineuse, à celles qui constituent la base de toute animalité.

La division des facultés phrénologiques en affectives et en intellectuelles rétablit la prééminence des facultés affectives, si vicieusement méconnue par toutes les sectes psychologiques. Ces dernières facultés correspondent à la partie postérieure et à la partie moyenne de l'appareil cérébral, dont la partie antérieure est réservée aux facultés intellectuelles qui, dans les cas extrêmes, occupent à peine le quart ou le sixième de la masse encéphalique. Gall et Spurzheim n'ont eu à écarter d'autre objection importante que l'ancienne opinion physiologique, renouvelée par Cabanis, et surtout par Bichat. D'après cette opinion, on reconnaissait, et même on exagérait, la séparation entre les facultés affectives et les facultés intellectuelles; on s'obstinait à concevoir le cerveau comme un organe unique, destiné aux phénomènes intellectuels. On répartissait les diverses passions dans les principaux organes relatifs à la vie végétative, tels que le cœur, le foie, *etc.* Il est inutile de revenir sur la réfutation d'une doctrine aussi vicieuse. Gall et Spurzheim ont montré que ni l'observation directe, ni l'analyse pathologique, ni surtout la méthode comparative, ne permettent de maintenir cette conception, qui appartient à l'enfance de la physiologie. On peut seulement ajouter à cet examen décisif que l'argument symptomatique, tant invoqué par Bichat, n'a pas même la fixité rigoureuse qui pourrait lui donner une valeur logique.

La principale subdivision, établie par Gall et Spurzheim, consiste dans la distinction des facultés affectives en penchants et en sentiments ou affections. Les premiers résident dans la partie postérieure de l'appareil cérébral, dont la partie moyenne est reservée aux seconds. Les facultés intellectuelles sont partagées en diverses facultés percep-

tives, dont l'ensemble constitue l'esprit d'observation, et un petit nombre de facultés réflectives, les plus élevées de toutes, composant l'esprit de combinaison. La partie antérieure et supérieure de la région frontale est le siège de ces dernières, qui constituent l'attribut caractéristique de la nature humaine. La première subdivision, qui est la plus importante et la mieux établie, complète l'esquisse de la nature morale. Ainsi se trouve confirmée et expliquée la distinction, vaguement établie par le bon sens vulgaire, entre le cœur, le caractère et l'esprit. Cette distinction est représentée par les groupes de facultés qui correspondent à la partie postérieure, à la partie moyenne et à la partie antérieure de l'appareil cérébral. La définition comparative des penchants et des sentiments semble d'abord manquer de netteté et de précision ; mais cet inconvénient tient moins à la pensée elle-même qu'à l'imperfection du langage philosophique. Car, si l'on prenait les dénominations usitées dans la rigueur de leur sens littéral, on méconnaîtrait la distinction entre les facultés affectives et les facultés intellectuelles. Quand celles-ci sont très prononcées, elles produisent de véritables inclinations ou penchants, que leur moindre énergie distingue seule des passions inférieures, et dont l'action donne également lieu à de véritables émotions ou sentiments, les plus rares, les plus purs et les plus sublimes de tous. Bien que ces sentiments soient les moins vifs, ils peuvent cependant aller quelquefois jusqu'aux larmes, comme le témoignent tant d'admirables ravissements, produits par la découverte de la vérité, chez les éminents génies qui ont le plus honoré l'espèce humaine, les Archimède, les Descartes, les Képler, les Newton, etc. On en peut dire autant de la subdivision des facultés affectives en ce qu'on nomme, faute d'expression plus caractéristique, les *pen-*

chants et les *sentiments*, dont la distinction n'est pas moins réelle, quoique moins tranchée, et, par suite, moins appréciable. Néanmoins la différence entre ces deux sortes de facultés affectives n'a pas été assez nettement saisie. Pour lui donner un aspect scientifique, il suffit de reconnaître que le premier genre se rapporte à l'individu isolé, ou, tout au plus, à la famille, envisagée dans ses principaux besoins de conservation, tels que la reproduction, l'éducation des petits, le mode d'alimentation, de séjour, d'habitation, etc. Le second genre, au contraire, suppose l'existence de quelques rapports sociaux, soit entre des individus d'espèce différente, soit surtout entre des individus de la même espèce, abstraction faite du sexe, et détermine le caractère que les tendances de l'animal doivent imprimer à chacune de ces relations. Le sentiment de la propriété constitue la transition entre ces deux genres.

Tels sont les résultats de la doctrine de Gall. J'ai écarté toute tentative, mal conçue ou anticipée, de localisation des diverses fonctions cérébrales ou phrénologiques. Cette doctrine, malgré un pareil vice, formule une connaissance de la nature humaine, et des autres natures animales, supérieure à toutes les tentatives précédentes.

Parmi les objections qu'on y a faites, la seule qui mérite d'être signalée consiste dans l'irrésistibilité que des juges irréfléchis ont cru devoir être ainsi attribuée aux actions humaines.

Une profonde ignorance de l'esprit de la philosophie positive pourrait seule faire confondre la subordination d'événements à des lois invariables, avec l'irrésistibilité de leur accomplissement. Les phénomènes des divers ordres sont d'autant moins modifiables, et déterminent des tendances d'autant plus irrésistibles, qu'ils sont à la fois plus simples et plus généraux. Sous cet aspect, les phénomènes

de pesanteur sont les seuls que nous puissions concevoir comme irrésistibles; ils se font toujours sentir par un mouvement ou par une pression. Mais, à mesure que les phénomènes se compliquent, leur accomplissement est rendu moins irrésistible par les combinaisons plus variées que comportent les différentes conditions, dont chacune continue néanmoins à être isolément assujettie aux mêmes lois fondamentales. Parmi les phénomènes physiologiques, les plus modifiables de tous, les phénomènes intellectuels et moraux, plus compliqués et plus spéciaux, doivent manifester une irrésistibilité encore moindre. C'est ce que Gall et Spurzheim ont vérifié par une lumineuse argumentation. Il leur a suffi de rappeler que les actes dépendent presque toujours de l'action combinée de plusieurs facultés, et de remarquer, en premier lieu, que l'exercice développe chaque faculté, comme l'inactivité tend à l'atrophier ; en second lieu, que les facultés intellectuelles, destinées à modifier la conduite de l'animal suivant les exigences de sa situation, peuvent altérer beaucoup l'influence pratique de toutes les autres facultés. D'après ce principe, il ne saurait y avoir de véritable irrésistibilité, et, par suite, d'irresponsabilité, que dans les cas de manie proprement dite. C'est donc à tort qu'on a pu accuser la physiologie cérébrale de méconnaître l'influence de l'éducation et de la législation, parce qu'elle en a fixé les limites. Pour avoir nié, contre l'idéologie française, la possibilité de convertir à volonté, par des institutions convenables, tous les hommes en autant de Socrates, d'Homères ou d'Archimèdes, contre la psychologie germanique, l'empire absolu, bien plus absurde encore, que l'énergie du *moi* exercerait pour transformer, à son gré, sa nature morale, la doctrine phrénologique a été représentée comme destructive de toute liberté et de tout perfection-

nement de l'homme. Il est cependant évident, d'après la seule définition de l'*éducation*, que la perfectibilité suppose l'existence de prédispositions convenables. C'est à la physiologie cérébrale qu'appartient la position du problème de l'éducation. Cette physiologie érige en principe que la plupart des hommes sont essentiellement médiocres, en bien et en mal, dans leur nature affective et intellectuelle. Si donc on écarte un très petit nombre d'organisation sexceptionnelles, il en résulte que chacun possède, à un degré peu prononcé, tous les penchants, tous les sentiments et toutes les aptitudes élémentaires, sans que le plus souvent aucune faculté soit, en elle-même, hautement prépondérante. Le champ le plus vaste reste ouvert à l'éducation pour modifier, presque en tous sens, des organismes aussi flexibles.

Il a été adressé, à la doctrine de Gall, un reproche plus difficile à écarter : on a blâmé la localisation hasardée, et même notoirement erronée à beaucoup d'égards, que Gall a cru devoir proposer. Ce philosophe a fait usage du droit des naturalistes à l'institution des hypothèses scientifiques, en se conformant d'ailleurs à la théorie que j'ai établie. Les conditions de cette théorie sont remplies; car il ne s'agit pas là de fluides, ni d'éthers fantastiques, échappant à toute discussion, mais bien d'organes très saisissables, dont les attributions hypothétiques comportent des vérifications positives. Cette institution des hypothèses scientifiques est indispensable à la marche de la science, malgré l'embarras que présente ensuite l'élimination ou le redressement d'hypothèses, que les esprits ordinaires épousent presque toujours avec une foi plus vive que la confiance hardie de leurs propres inventeurs. Il n'y a pas à délibérer sur une nécessité amenée par l'infirmité de l'intelligence humaine. Que les esprits vigoureux s'en

tiennent aux principes de la doctrine phrénologique que j'ai indiqués, et qui en constituent la partie sérieuse, cela est éminemment désirable. C'est à un tel point de vue qu'on peut apercevoir les besoins de cette nouvelle science, et le caractère des moyens propres à la perfectionner. Mais, si Gall s'en fût tenu à ces généralités, il n'aurait pas constitué une science, ni formé une école, parce qu'elles eussent été étouffées dans leur germe par la coalition des influences antagonistes. Ce cas est analogue à celui de l'hypothèse mécanique de Descartes, qui a rendu, à d'autres égards, les mêmes services philosophiques, et qui a dû subir ensuite une semblable élimination.

Après avoir apprécié le caractère de la physiologie cérébrale, il me reste à signaler les perfectionnements qu'elle exige.

Il faut placer, en première ligne, une judicieuse rectification des organes et des facultés. La répartition du cerveau en divers organes a été dirigée par des analyses physiologiques, au lieu d'être subordonnée à des déterminations anatomiques. Aussi tous les anatomistes ont-ils traité cette distribution d'arbitraire, parce qu'elle comporte des subdivisions, en quelque sorte indéfinies, que chaque phrénologiste multiplie à son gré. L'analyse anatomique doit servir de base à l'analyse physiologique, comme dans tous les autres ordres d'études biologiques. Rien ne saurait dispenser les phrénologistes de l'obligation de reprendre, par une série de travaux anatomiques, l'analyse de l'appareil cérébral, en faisant provisoirement abstraction de toute idée de fonctions.

A cette analyse anatomique de l'appareil cérébral, il faudra joindre l'analyse physiologique des diverses facultés élémentaires, qui devra être constituée en harmonie avec la première. Toute idée anatomique devra, à son tour,

être provisoirement écartée dans ce second travail. Sous ce nouvel aspect, la situation de la phrénologie n'est guère plus satisfaisante ; car la distinction des diverses facultés intellectuelles ou affectives, ainsi que leur énumération, est conçue d'une manière très superficielle. Les métaphysiciens ont confondu dans une vague et absurde unité toutes leurs notions psychologiques; les phrénologistes, au contraire, ont trop multiplié les fonctions élémentaires : Gall en avait établi vingt-sept. Ce nombre était probablement exagéré; Spurzheim l'a porté à trente-cinq, et, chaque jour, il tend à s'augmenter. Malgré la variété des natures animales, ou même des types humains, cette multiplicité fût-elle beaucoup plus grande, pourrait être représentée par un très petit nombre de fonctions élémentaires, relatives à l'ordre moral et à l'ordre intellectuel. Si, par exemple, le nombre total des facultés était réduit à douze ou à quinze très tranchées, leurs combinaisons binaires, ternaires, quaternaires, etc., correspondraient à des types bien plus multipliés *qu'il n'en* peut réellement exister.

Pour perfectionner cette analyse des diverses facultés cérébrales, il serait utile d'ajouter à l'observation de l'homme et de la société, une appréciation physiologique des cas individuels les plus prononcés, en considérant surtout le passé. L'ordre intellectuel, qui a le plus besoin de révision, comporterait l'application la plus étendue de ce procédé complémentaire. On pourrait découvrir, ou du moins vérifier, les principales facultés de l'*intelligence*, en entreprenant les monographies des principaux savants et celles des plus éminents artistes.

L'analyse phrénologique est donc entièrement à refaire, d'abord dans l'ordre anatomique, et ensuite dans l'ordre physiologique. Après ces deux analyses pré-

liminaires, il faudra établir entre elles une exacte harmonie.

Les phrénologistes devront employer les moyens généraux que fournit la biologie pour perfectionner les études relatives aux corps vivants, c'est-à-dire l'analyse pathologique, et surtout l'analyse comparative. Au premier point de vue, on n'a pas appliqué aux phénomènes intellectuels et moraux l'aphorisme médical, dû à Broussais, qui consiste à concevoir les phénomènes de l'état pathologique comme un simple prolongement des phénomènes de l'état normal, exagérés ou atténués au delà de leurs limites ordinaires de variation. Il est impossible de comprendre les divers genres de folie, si leur examen n'est pas dirigé par ce principe.

L'étude des animaux a été viciée par la distinction établie entre l'instinct et l'intelligence. La nature animale ne peut être comprise que par son assimilation à la nature humaine, proportionnellement à son degré d'organisation. En sens inverse, l'examen des organismes inférieurs doit éclairer la connaissance de l'homme. L'ensemble des facultés cérébrales, intellectuelles ou affectives constituant le complément de la vie animale, on comprendrait difficilement que celles qui sont fondamentales ne fussent pas communes à tous les animaux supérieurs. Si quelques facultés appartiennent exclusivement à la nature humaine, ce ne peut être que parmi les aptitudes intellectuelles les plus éminentes, et encore cela paraîtra-t-il douteux, si l'on compare, sans prévention, les actes des mammifères les plus élevés à ceux des sauvages les moins développés. Il est plus rationnel de penser que l'esprit d'observation et même l'esprit de combinaison existent aussi, mais à un degré très inférieur, chez les animaux. Toutefois, le défaut d'exercice, résultant surtout de l'état d'isolement,

doit tendre à les engourdir, et même à en atrophier les organes. Du haut de sa suprématie, l'homme a jugé les animaux à peu près comme un despote envisage sès sujets, c'est-à-dire en masse, sans apercevoir entre eux aucune inégalité digne d'être notée. Il est néanmoins certain que, au point de vue intellectuel et moral, aussi bien que sous les autres aspects physiologiques, les principaux ordres de la hiérarchie animale diffèrent plus les uns des autres que les plus élevés d'entre eux ne diffèrent du type humain. L'étude des mœurs et de l'esprit des animaux est à faire. Elle promet aux naturalistes une ample moisson de découvertes, pourvu qu'ils sachent mépriser les déclamations des théologiens et des métaphysiciens sur la tendance de cette doctrine à dégrader la nature humaine : elle fixera, au contraire, les différences qui séparent l'homme des animaux les plus voisins.

Dans l'établissement de la physiologie cérébrale, il faudra considérer les deux ordres de notions relatives au mode d'action, qui conviennent à tous les phénomènes de la vie animale, et que nous avons déjà examinés à l'égard des phénomènes d'irritabilité et de sensibilité. La loi d'intermittence s'applique aux diverses fonctions affectives et intellectuelles, si l'on a égard à la symétrie constante des organes, suivant la remarque de Gall, qui devient ici indispensable. Mais ce sujet exige un nouvel examen des facultés mentales, par suite de la nécessité imposée à la science de concilier leur intermittence avec la continuité que suppose la liaison qui unit entre elles toutes les opérations intellectuelles, depuis la première enfance jusqu'à l'extrême caducité. La solution de cette question jettera un grand jour sur la marche des actes intellectuels. Quant à l'association, soit synergique, soit sympathique, des diverses facultés phrénologiques, les physiologistes com-

mencent à en comprendre l'importance. Sans cette considération, le nombre des penchants, des sentiments ou des aptitudes, semblerait susceptible d'être indéfiniment augmenté. C'est ainsi, pour en citer un exemple, qu'on a cru devoir distinguer plusieurs sortes de courages, sous les noms de courage militaire, de courage civil, etc. Il n'y a, entre tous ces cas, d'autre différence que l'influence supérieure des facultés intellectuelles, sauf les inégalités de degré. En général, sans les diverses synergies cérébrales, soit entre les deux ordres de facultés, soit entre les différentes fonctions de chaque ordre, il serait impossible d'analyser la plupart des actes. L'application de la phrénologie consistera surtout dans l'interprétation positive de chaque acte par une telle association. Il faudra décider, par une exploration plus délicate, si, dans chaque organe cérébral, une partie distincte n'est pas spécialement attribuée à l'établissement de ces diverses synergies et sympathies. C'est ce qu'ont déjà soupçonné Pinel-Grandchamp et Foville, d'après quelques observations pathologiques, à l'égard de la substance blanche comparée à la substance grise. Cette dernière leur a paru plus enflammée dans les perturbations cérébrales altérant les phénomènes de la volonté ; et l'autre, dans celles qui portaient sur les opérations intellectuelles.

Si l'on peut reprocher à la phrénologie de concevoir trop isolément chacune des fonctions cérébrales, on doit, à plus forte raison, la blâmer d'avoir trop séparé le cerveau de l'ensemble du système nerveux. Il est évident, comme Bichat l'a si fréquemment rappelé, que l'ensemble des phénomènes intellectuels et affectifs ne constitue qu'un intermédiaire entre l'action du monde extérieur sur l'animal, à l'aide des impressions sensoriales, et la réaction de l'animal par les contractions musculaires. Or,

il n'existe aucune conception positive sur la corrélation des actes intérieurs du cerveau avec cette dernière réaction, dont on soupçonne seulement que la moelle épinière constitue l'organe immédiat.

La physiologie cérébrale, lors même qu'elle envisagerait, d'une manière plus rationnelle, l'ensemble du système nerveux, présenterait le grave inconvénient de trop isoler ce système du reste de l'économie.

En résumé, la physiologie intellectuelle et morale est conçue et cultivée d'une manière étroite et irrationnelle. Cette étude tend, en vertu de son isolement, à descendre au niveau des esprits les moins préparés, qui la feraient servir de base à un charlatanisme grossier, dont les savants doivent se hâter de prévenir le développement. Malgré ces inconvénients, une telle conception est destinée à constituer l'un des éléments qui distingueront la philosophie du dix-neuvième siècle de celle du siècle précédent.

FIN DU TOME PREMIER.

TABLE DES MATIÈRES

DU TOME PREMIER

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES DU TOME PREMIER.

8789-80. CORBEIL, Typ. et stér. CRÉTÉ

25


3 2044 020 507 570

